

УДК 004.942:656.02

О.Ф.Кузькін

Запорізький національний технічний університет

РОЗВИТОК МАРШРУТНИХ МЕРЕЖ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ ВЕЛИКИХ МІСТ УКРАЇНИ

Проаналізовано розвиток маршрутних мереж міського транспорту загального користування п'яти великих міст України. Розраховані показники розвитку маршрутних мереж з використанням методів теорії графів та теорії комплексних мереж. Подано змістовний порівняльний аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: міська маршрутна мережа, топологічний аналіз.

Рис 2. Табл. 4. Форм 16. Літ 11

Проанализировано развитие маршрутных сетей городского транспорта общего пользования пяти крупных городов Украины. Рассчитаны показатели развития маршрутных сетей с использованием методов теории графов и теории комплексных сетей. Представлен содержательный сравнительный анализ полученных результатов.

Ключевые слова: городская маршрутная сеть, топологический анализ.

This article proposes a analyses of transit route networks of five large Ukrainian's cities with the population 0,5-1,0 million inhabitants (Doneczk, Zaporizhzhya, Kryvyj Rig, Lviv, Odessa) by methods of the classical graph and complex networks theories on the basis of statistical data. Transit route networks for the analysis are presented in the form of graphs in three spaces (stops, changes and routes). The network development indicators, characterizing their development, such as cyclicity, complexity, connectivity, coverage and directness are calculated for the researched networks. The node degree distribution laws are defined in different spaces. Statistical indicators of transit networks as complex networks, such as clustering coefficient, assortativity coefficient, average and maximal shortest paths values are calculated also.

Analysis shows that in space of stops all investigated transit networks are scale-free with positive assortativity and have power law distribution of node degrees. This points that this networks belong to the random scale-free networks class using preferential attachment mechanism (Barabasi-Albert model). In space of changes the transit network models are close to "small-world" network models of Wattz-Strogatz with exponential laws of node degree distribution and rather small values of average shortest path length. The uniform distribution of node degrees is founded for network models in space of routes presentation. Clustering coefficient and average shortest path length values correspond to properties of regular networks in this case.

The comparative object analysis of the received results is worked out. The object interpretation of network indicators and statistical characteristics in different spaces is given in relation to urban transit. The steps of further researches are defined.

Keywords: urban transit network, topological analyses.

Вступ. Міський маршрутний транспорт загального користування є невід'ємною частиною інфраструктури сучасного міста. Окрім функції забезпечення можливостей пересування у міському просторі більшості мешканцям міста, міський громадський транспорт виконує важливу соціальну функцію, надаючи можливість пересування тим мешканцям, які з різних причин не мають власний транспортний засіб, або не можуть використовувати його для пересування (неповнолітні, малозабезпечені, особи з обмеженими фізичними можливостями, люди похилого віку тощо).

У більшості міст світу організація транспортного обслуговування населення побудована на маршрутній технології. Така технологія є ефективною за умови стійких пасажиропотоків і передбачає рух пасажирських транспортних засобів за наперед визначеними *маршрутами* зі здійсненням пасажирообміну на *зупинках*, розташованих вздовж траси маршруту. Сукупність всіх маршрутів утворює *маршрутну мережу* міського громадського транспорту.

Топологічні і просторові характеристики розвитку міської маршрутної мережі зумовлюють низку результативних показників якості транспортного процесу перевезення пасажирів, зокрема таких, як доступність, тривалість пересування, рівень пересадочності. У даній роботі виконано порівняльний аналіз рівня розвитку маршрутних мереж міського громадського транспорту п'яти великих міст України з використанням методів теорії графів і сучасної теорії складних мереж.

Аналіз останніх досліджень і публікацій та постановка проблеми. Перші показники розвитку маршрутних мереж міського громадського транспорту були запропоновані А. Х. Зільберталем у [1]. У подальших роботах науковців, зокрема [8, 9], запропоновано низку показників (індикаторів) розвитку маршрутних мереж, що базуються на класичній теорії графів. Протягом останніх років, завдяки широкому розповсюдженню геоінформаційних

систем, що спростило науковцям доступ до інформації про маршрутні мережі міст та її автоматизовану обробку, маршрутні мережі різних міст світу піддаються всебічному аналізу і порівнянню. В цьому аналізі використовуються як методи класичної теорії графів, так і відносно нової міждисциплінарної галузі знань – теорії комплексних мереж [3]. В рамках теорії комплексних мереж виконано низку досліджень реально існуючих маршрутних мереж різних міст світу, зокрема, мереж метрополітену 19 міст світу [6], мультимодальних мереж міського транспорту 14 великих міст світу [11], маршрутних мереж міського автобуса і трамвая 22 міст Польщі [10], чотирьох обласних центрів західного регіону України [2]. В результаті досліджень накопичено порівняльну статистику маршрутних мереж різних міст, встановлено їх спільності та відмінності. Однак, більшість останніх досліджень виконана, скоріше, фахівцями з математики і фізики, ніж у галузі міського пасажирського транспорту. Тож, актуальною є проблема інтерпретації використовуваних показників складних мереж у предметній галузі теорії міських пасажирських перевезень з метою порівняльного аналізу маршрутних систем різних міст та подальшого встановлення впливу цих показників на результативні показники функціонування систем міського пасажирського транспорту.

Мета дослідження. Метою даної статті є порівняльний аналіз розвитку маршрутних мереж міського транспорту загального користування п'яти великих міст України з населенням 0,5–1,0 млн. мешканців методами теорій графів і складних мереж та предметна інтерпретація показників розвитку цих мереж у галузі міських пасажирських перевезень.

Загальна характеристика досліджуваних міст та їх маршрутних мереж. Для аналізу були обрані маршрутні мережі п'яти міст України: Донецька, Запоріжжя, Кривого Рогу, Львова та Одеси. Всі міста, окрім Одеси, відносяться, згідно ДБН 360-92* «Містобудування. Планування і забудова міських та сільських поселень» до групи крупних міських поселень. Місто Одеса відноситься до групи найкрупніших міських поселень. Загальна характеристика міст та їх маршрутних мереж наведена у таблиці 1. Досліджувані маршрутні мережі представлені наземними видами транспорту (автобус, тролейбус, трамвай), окрім Кривого Рогу, де діє лінія швидкісного трамваю з наявністю ділянок, розташованих нижче рівня земної поверхні.

Таблиця 1

Загальна характеристика досліджуваних міст та їх маршрутних мереж

Показник	Значення показника для міста									
	Донецьк	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса					
1. Площа міської території, км ²	358	331	410	182	237					
2. Чисельність населення (станом на 01.03.2014 р.), тис. мешканців*	965,2	765,9	654,2	757,5	1016					
3. Кількість маршрутів громадського транспорту разом** у тому числі:	120	114	120	71	111					
автобус та маршрутне таксі						99	95	83	51	79
тролейбус						11	9	22	10	11
трамвай						10	10	15	10	21
4. Кількість зупинок на маршрутній мережі	706	458	351	336	553					

* – за даними Державної служби статистики України (www.ukrstat.gov.ua)

** – за даними інтернет-ресурсу www.eway.in.ua

Представлення міських маршрутних мереж як графів.

Найбільш зручним для аналізу є представлення маршрутної мережі у вигляді *графа*. Як відомо, *графом* $G(V, E)$ у математичній теорії графів називається сукупність двох множин: не порожньої множини V , кожний елемент якої називається *вершиною* графа та множини неупорядкованих пар вершин E з множини V , що представляють собою *ребра* графа [9]. Кожна вершина графа $v_i \in V$ ідентифікується її порядковим номером i у множині V . Якщо деяка пара вершин v_i та v_j з'єднана ребром (i, j) , то кажуть, що ці вершини є суміжними, а відповідне ребро є інцидентним даним вершинам.

Міську маршрутну мережу у вигляді графа можна представити різними способами. Кожний з таких способів прийнято називати *простором* [11]. Зокрема, виділяють: *простір зупинок* (*L*-простір), *простір пересадок* (*P*-простір) та *простір маршрутів* (*C*-простір). Приклад представлення фрагменту маршрутної мережі, яка налічує сім зупинок (1–7) та три маршрути (А, В та С), у різних просторах наведений на рис. 1.

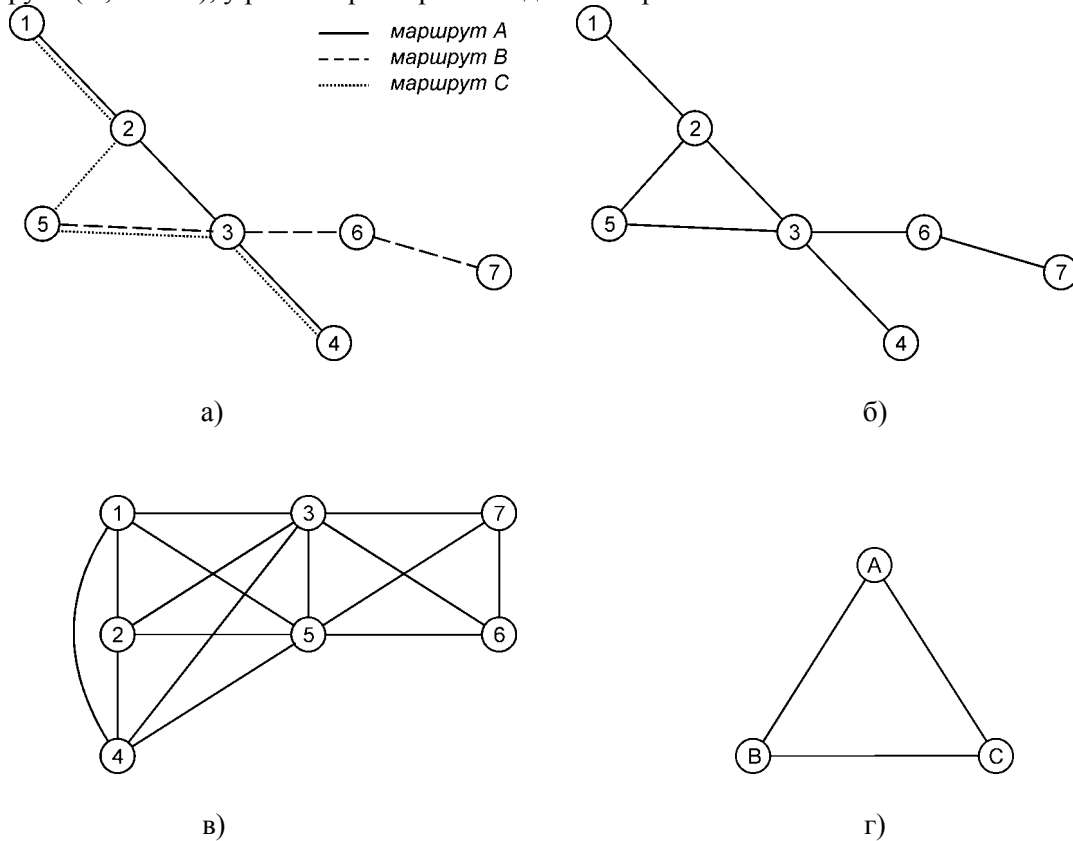


Рис. 1. Представлення міської маршрутної мережі (а) у різних просторах: *L*-простір (б), *P*-простір (в), *C*-простір (г)

Простір зупинок (*L*-простір) є простим графом, вершини якого представляють собою зупинки міського громадського транспорту. Дві вершини з'єднуються ребром у тому випадку, коли зупинки, що відповідають цим вершинам, є безпосередньо послідовними на хоча б одному з міських маршрутів (рис. 1, б). Зауважимо, що вершини, з'єднані ребром у цьому просторі, фізично можуть не бути послідовними на вулично-дорожній мережі, по якій прокладені маршрути. Така ситуація можлива у випадках, коли на деяких зупинках зупиняються транспортні засоби не всіх маршрутів, що проходять через них (наприклад, за наявності експресного режиму руху).

Простір пересадок (*P*-простір) є простим графом, вершини якого представляють зупинки міського транспорту. Дві вершини з'єднуються ребром у тому випадку, коли зупинки, що відповідають цим вершинам, одночасно належать хоча б одному з маршрутів (рис. 1, в). Таким чином, наявність ребра між вершинами у цьому просторі означає, що пасажир може проїхати між відповідними зупинками без зміни маршруту, тобто, без пересадки.

Простір маршрутів (*C*-простір) є простим графом, вершини якого представляють собою маршрути міського транспорту. Дві вершини з'єднуються ребром у тому випадку, коли маршрути, що відповідають цим вершинам, мають хоча б одну спільну зупинку (рис. 1, г).

Індикатори розвитку маршрутних мереж.

До індикаторів розвитку маршрутних мереж відносять: степінь циклічності α , степінь складності β , степінь зв'язності γ , індекс покриття σ , індекс прямолінійності τ .

Степінь циклічності мережі α характеризує наявність циклів у ній і розраховується за формулою [7]:

$$\alpha = \frac{E - V + P}{E_{\max} - (V - 1)}, \quad (1)$$

де E – кількість ребер мережі; V – кількість вершин мережі; P – кількість ізольованих компонентів мережі; E_{\max} – максимально можлива кількість ребер мережі.

Оскільки маршрутні мережі зазвичай складаються з одної зв'язної компоненти, то $P = 0$. Максимальна кількість ребер мережі E_{\max} відповідає кількості ребер у повному графі з V вершинами і розраховується за формулою

$$E_{\max} = \frac{1}{2}V(V - 1) \quad (2).$$

Значення степені циклічності мережі простого графа α належить діапазону $[0, 1]$, при цьому $\alpha = 0$ для мережі без циклів (дерева) та $\alpha = 1$ для повного графа (регулярного графа K_V степені $V - 1$).

Степень складності мережі β визначає середню кількість ребер графа, що припадає на одну його вершину, і розраховується за формулою [7]:

$$\beta = \frac{E}{V}. \quad (3)$$

Значення степені складності мережі без циклів (дерева) завжди $\beta < 1$.

Степень зв'язності мережі γ виражає відношення між кількістю ребер графа E та максимально можливою кількістю ребер графа E_{\max} [7], тобто

$$\gamma = \frac{E}{E_{\max}} \quad (4).$$

Індекс покриття σ характеризує частку міської території, що обслуговується лініями міського маршрутного транспорту і розраховується за формулою [5]:

$$\sigma = \frac{r^2 \pi V}{S}, \quad (5)$$

де r – радіус зони пішохідної доступності зупинки, км. Приймається зазвичай $r = 0,5$ км, але в залежності від місцевих умов може складати від 0,4 до 1,0 км; S – площа території міста, км².

Індекс прямолінійності τ визначається як відношення кількості маршрутів на мережі M до максимальної кількості пересадок на найкоротшому шляху максимальної довжини δ [5]:

$$\tau = \frac{M}{\delta}. \quad (6)$$

Значення δ чисельно дорівнює вираженій у кількості ребер довжині максимального найкоротшого шляху на мережі $\ell_{\max P}$, тобто діаметру мережі, представленої у просторі пересадок.

Результати розрахунків індикаторів розвитку маршрутних мереж досліджуваних міст, представлених у різних просторах, наведені у таблиці 2. Нижні індекси розрахованих показників відносяться до відповідних просторів.

Топологічні характеристики маршрутних мереж.

До основних топологічних характеристик маршрутних мереж у теорії складних мереж відносять [11]: середню степінь вершини мережі $\langle k \rangle$ та закон розподілу степенів вершин мережі $p(k)$; середню $\langle \ell \rangle$ та максимальну ℓ_{\max} довжину найкоротшого шляху на мережі; кластерний коефіцієнт C ; коефіцієнт асортативності r .

Розподіл степенів вершин $p(k)$ є однією з її найважливіших характеристик мережі. Степінь вершини дорівнює кількості ребер, що є інцидентними даній вершині, і може бути обчислена за допомогою матриці суміжності графа [4]. Якщо a_{ij} – елемент матриці суміжності мережі $A = \{a_{ij}\}$ розміром $V \times V$, який дорівнює $a_{ij} = 1$, якщо вершини v_i та v_j є суміжними, або $a_{ij} = 0$ у протилежному випадку, степінь вершини v_i визначається як сума

$$k_i = \sum_{j=1}^V a_{ij}. \quad (7)$$

Відповідно, середня степінь вершини мережі визначається як середнє арифметичне степенів всіх її вершин

$$\langle k \rangle = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^V k_i. \quad (8)$$

Таблиця 2

Показник (індикатор)	Індикатори розвитку маршрутних мереж				
	Значення показника для маршрутної мережі міста				
	Донецьк	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
$V_L = V_P$	706	458	351	336	553
V_C	120	114	120	71	111
E_L	951	575	475	564	934
E_P	22383	15530	13449	15626	34392
E_C	2068	2690	2707	1115	1938
δ	4	4	5	3	4
$\alpha_L, \times 10^{-3}$	0,987	1,12	2,03	4,08	2,51
α_P	0,087	0,145	0,214	0,273	0,223
α_C	0,277	0,407	0,368	0,432	0,305
β_L	1,347	1,255	1,353	1,678	1,689
β_P	31,70	33,91	38,32	46,51	62,19
β_C	17,23	23,60	22,56	15,70	17,45
$\gamma_L, \times 10^{-3}$	3,821	5,494	7,733	10,02	6,119
γ_P	0,090	0,148	0,219	0,278	0,225
γ_C	0,290	0,418	0,379	0,449	0,317
$\sigma_L = \sigma_P$	1,549	1,087	0,672	1,450	1,833
τ	30	28,5	24	23,6	27,75

Середня довжина найкоротшого шляху мережі $\langle \ell \rangle$ і довжина максимального найкоротшого шляху ℓ_{\max} є лінійними характеристиками мережі. Величина $\langle \ell \rangle$ розраховується як середнє арифметичне найкоротших шляхів між всіма парами вершин мережі $\tilde{\ell}_{ij}$, виражених у кількості ребер мережі

$$\langle \ell \rangle = \frac{2}{V(V-1)} \sum_{i>j}^V \tilde{\ell}_{ij}. \quad (9)$$

Кластерний коефіцієнт i -ї вершини мережі C_i визначає імовірність того, що дві вершини, суміжні даній, також є суміжними і розраховується за формулою

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}, \quad (10)$$

де E_i – загальна кількість ребер, які зв'язують між собою всі вершини, суміжні даній вершині.

Кластерний коефіцієнт мережі в цілому визначається як середнє арифметичне кластерних коефіцієнтів всіх її вершин

$$C = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^V C_i. \quad (11)$$

Виходячи з визначення, кластерний коефіцієнт ациклічної мережі (дерева) дорівнює $C = 0$, тоді як кластерний коефіцієнт повного графа дорівнює $C = 1$.

Коефіцієнт асортативності мережі r визначається як коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона між степенями її суміжних вершин і обчислюється за формулою

$$r = \frac{E \sum_{e=1}^E k_{ei} k_{ej} - \left[\sum_{e=1}^E k_{ei} \right]^2}{E \sum_{e=1}^E k_{ei}^2 - \left[\sum_{e=1}^E k_{ei} \right]^2}, \quad (12)$$

де k_{ei}, k_{ej} – степені вершин мережі, інцидентних ребру e .

Значення коефіцієнту асортативності знаходиться у межах від $r = -1$ (дизасортативні мережі) до $r = 1$ (асортативні мережі). У мереж, що не мають чітко вираженої асортативності $r \approx 0$.

У таблиці 3 наведені результату розрахунку топологічних показників маршрутних мереж досліджуваних міст у різних просторах.

Таблиця 3

Топологічні характеристики маршрутних мереж досліджуваних міст у різних просторах

Характеристика	Значення характеристики для маршрутної мережі міста				
	Донецьк	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
$\langle k_L \rangle$	2,694	2,51	2,707	3,357	3,378
$\langle k_P \rangle$	63,41	67,82	76,63	93,01	124,4
$\langle k_C \rangle$	34,47	47,19	45,12	31,41	34,92
$\langle \ell_L \rangle$	17,01	17,42	14,67	9,83	11,618
$\langle \ell_P \rangle$	2,302	2,053	2,076	1,763	1,8526
$\langle \ell_C \rangle$	1,915	1,63	1,849	1,567	1,769
$\ell_{\max L} / \ell_{\max P} / \ell_{\max C}$	49 / 4 / 4	41 / 4 / 3	49 / 5 / 5	31 / 3 / 3	39 / 4 / 3
C_L	0,0998	0,0953	0,1453	0,2582	0,2042
C_P	0,745	0,762	0,7704	0,7118	0,6949
C_C	0,723	0,793	0,8332	0,7118	0,6827
r_L	0,1905	0,2018	0,2142	0,1424	0,2322
r_P	0,051	-0,049	0,0248	-0,0879	-0,0238
r_C	0,227	-0,024	0,2865	-0,0010	0,1063

На рис. 2 наведені графіки розподілу степенів вершин маршрутних мереж досліджуваних міст, поданих у різних просторах.

Графіки розподілу степенів вершин досліджуваних мереж в L -просторі подані у логарифмічній системі координат, у P -просторі – у напівлогарифмічній системі координат. Для згладжування флуктуацій у просторах P та C застосовано інтегральне перетворення

$$P(k) = \int_k^{k_{\max}} p(k) dk = \sum_{i=k}^{k_{\max}} p(i). \quad (13)$$

Як видно з наведених на рис. 2 графіків, розподіли степенів вершин мереж у L -просторі найбільш близькі до степеневого

$$p(k) = \Gamma k^{-\gamma}, \quad (14)$$

при цьому ми знехтували вершинами мережі, які мають степінь $k = 1$. Наявність вершин з одиничним степенем є характерним для маршрутних мереж міського транспорту, оскільки у L -просторі вони відповідають кінцевим зупинкам маршрутів.

Розподіл степенів вершин у P -просторі є близьким до експоненціального

$$P(k) = A \exp(-\alpha k), \quad (15)$$

а у C -просторі – до рівномірного розподілу

$$p(k) = U = \text{const}. \quad (16)$$

Значення параметрів розподілу степенів досліджуваних мереж наведені у таблиці 4.

Таблиця 4

Параметр	Значення параметра для маршрутної мережі міста				
	Донецьк	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
γ_L / Γ_L	3,49 / 9,09	3,97 / 15,86	3,88 / 15,40	2,53 / 3,81	2,93 / 6,35
α_P / A_P	0,0220 / 1,499	0,0185 / 1,324	0,0193 / 1,659	0,0179 / 1,983	0,0125 / 1,802
U_C / U_C	0,0193 / 0,0097	0,0139 / 0,0012	0,0127 / 0,0007	0,0253 / 0,0023	0,0204 / 0,0016

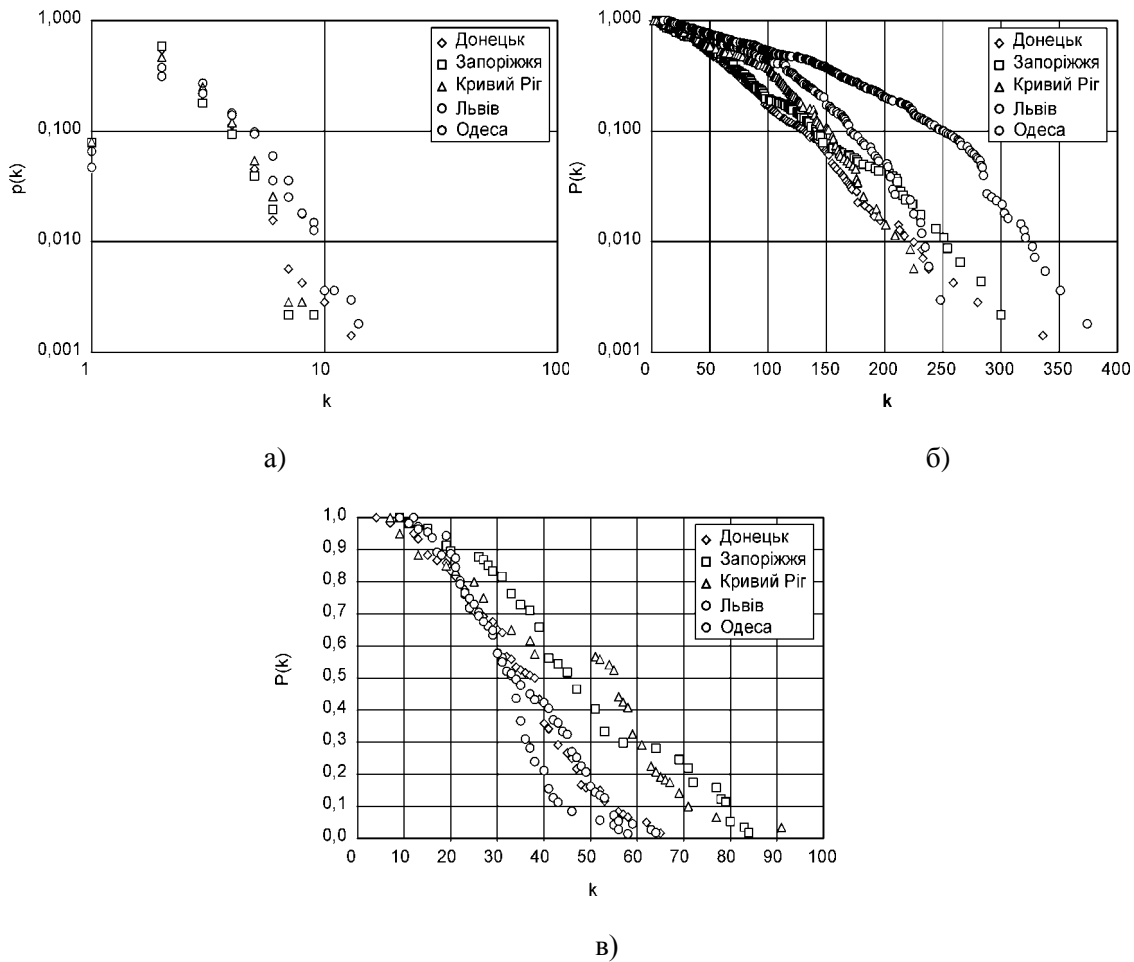


Рис.2. Розподіл степенів вершин мережі у різних просторах:
L-простір (а), P-простір (б), C-простір (в)

Аналіз результатів.

Розраховані індикатори розвитку та показники топології досліджуваних мереж дають змогу зробити деякі висновки щодо якості їх структури з точки зору можливостей пересування пасажирів у них. Такі висновки, втім, не можуть охарактеризувати показники якості та ефективності побудови маршрутної системи в цілому, оскільки не враховують пасажирські кореспонденції між вершинами мережі та пасажиропотоки, що фактично склалися на маршрутах. Таким чином, подальші висновки виходять з припущення, що поїздки пасажирів між всіма парами зупинок або обраний пасажиром маршрут для пересування з усіх можливих є рівноімовірними.

Степінь циклічності мережі α виражає рівень розгалуження мережі та можливість пасажирів здійснити поїздку між випадково обраними зупинками декількома альтернативними шляхами. Малі значення α досліджуваних мереж у L-просторі свідчать про їх більше наближення до деревоподібної структури, втім, маршрутна мережа Львова у порівнянні за маршрутною мережею Донецька має значення цього показника у четверо вище. Відповідно,

пасажир у Львові має в середньому вчетверо більше альтернативних шляхів реалізації своєї поїздки. Близьким до нього за сенсом є степінь зв'язності γ , яка виражає імовірність того, що дві випадкові вершини мережі зв'язані ребром. Таким чином, у L -просторі ця імовірність визначає імовірність того, що пасажир реалізує свою поїздку шляхом без проміжних зупинок, у P -просторі – імовірність того, що пасажир здійснить свою поїздку без пересадок, у C -просторі – імовірність того, що, випадково обравши маршрут, пасажир зможе виконати пересадку на випадково обраний інший маршрут.

Степінь складності мережі β виражає середню кількість ребер, що припадають на одну вершину мережі і зв'язані з середньою стелінню мережі $\langle k \rangle$ співвідношенням $\langle k \rangle = 2\beta$. Значення коефіцієнта складності визначає середню кількість альтернативних напрямків, якими може рухатись пасажир з кожної з вершин мережі. Таким чином, у L -просторі він дорівнює середній кількості напрямків руху пасажирів з кожної зупинки, у P -просторі – середній кількості зупинок, які досяжні пасажирів без пересадки, у C -просторі – середній кількості маршрутів, на які може здійснити пересадку пасажир з випадково обраного маршруту.

Індекси покриття та прямолінійності, розроблені для аналізу ліній метрополітену, не носять повної інформативності для мереж наземного пасажирського транспорту. Причиною є те, що зазвичай топологічна структура мереж метрополітену є деревоподібною, без дублювання ліній, при цьому зони пішохідної доступності станцій не перекриваються. Втім за розрахованими значеннями цих індексів видно, що розвиток мережі громадського транспорту Одеси значно перевищує аналогічний у Кривому Розі.

Розподіл степенів вершини мереж, значення кластерного коефіцієнту C та середньої довжини найкоротшого шляху $\langle \ell \rangle$ дозволяють зробити висновки щодо розвитку маршрутної мережі та її належності до вже існуючих моделей складних мереж – класичного випадкового графа Ердоша-Рені, моделі «тісного світу» Ватса-Строгаца та моделі безмасштабних мереж Барабаші-Альберт [3].

Степеневий закон розподілу степенів вершин спостерігається у досліджуваних мережах, представлених у L -просторі. При цьому показник степеня γ є близьким до теоретичної моделі переважного приєднання Барабаші-Альберт, для якої у граничному випадку $\gamma = 3$. Середня довжина найкоротшого шляху у цьому просторі визначає середню дальність поїздки пасажирів у мережі, виражену у кількості перегонів. Як видно з результатів, величина середньої дальності поїздки коливається у межах 9,8–17,42. Приймаючи середню довжину перегону рівною 0,5 км, теоретичну середню дальність поїздки у досліджуваних містах можна оцінити у діапазоні від 4,9 км (Львів) до 8,71 км (Запоріжжя).

Розподіли степенів вершин мереж у P -просторі вказують на випадкове приєднання вершин при їх формуванні. Однак, при цьому вони мають великі значення кластерних коефіцієнтів, що наближаються до значення кластерних коефіцієнтів моделей мереж «тісного світу» Ватса-Строгаца, для яких $C = 0,75$. Також у цьому просторі мають місце відносно малі значення середньої довжини найкоротшого шляху у порівнянні з розмірами мережі. Таким чином, моделі мереж у цьому просторі мають ознаки мережі «тісного світу». Середня довжина шляху у цьому просторі характеризує пересадочність на мережі, при цьому середня кількість пересадок між випадково вибраними вершинами мережі дорівнює $\langle \ell_P \rangle - 1$. Відповідно, найменшу пересадочність має маршрутна мережа Львова (в середньому 0,763 пересадки на одну поїздку), найбільшу – маршрутна мережа Кривого Рогу (в середньому 1,076 пересадки на одну поїздку).

Аналіз розподілу степенів вершин мережі у C -просторі показав, що він є близьким до рівномірного. Такий розподіл не зустрічався у раніше проведених дослідженнях маршрутних мереж і тому потребує подальшого аналізу. Зауважимо, що у цьому просторі також спостерігаються великі значення кластерних коефіцієнтів, але середня довжина найкоротшого шляху $\langle \ell \rangle \sim N/2\langle k \rangle$, що є характерним для регулярних мереж. Середня довжина найкоротшого шляху у цьому просторі визначає середню кількість пересадок при здійсненні поїздки на двох випадково обраних маршрутах (вона дорівнює $\langle \ell_C \rangle - 1$).

Коефіцієнт асортативності мережі визначає характер приєднання вершин мережі одна з одною. При коефіцієнті асортативності $r \rightarrow 1$, вершини з великими степенями переважно

безпосередньо з'єднуються між собою, у той час як при $r \rightarrow -1$ характерним є з'єднання вершин з великими степенями між собою ланцюжками з вершин, що мають малі степені. Аналіз результатів розрахунків показав, що у L -просторі всі досліджувані маршрутні мережі є асортативними. Інших просторах мережі виявилися як асортативними, так і такими, що не мають яскраво вираженої асортативності (некорельованими).

Висновки і напрямки подальших досліджень.

Використовуючи статистичні дані про мережі міського маршрутного транспорту загального користування п'яти великих міст України розраховані індикатори їх розвитку – циклічність, складність, зв'язність, покриття, та прямолінійність методами теорії графів. Досліджувані мережі представлені моделями графів у трьох просторах – зупинок, пересадок і маршрутів. Встановлені закони розподілу степенів вершин мереж, розраховані топологічні показники мереж у різних просторах на основі теорії складних мереж: коефіцієнти кластерності, асортативності, середні і максимальні довжини найкоротших шляхів. Встановлено, що досліджувані мережі у просторі зупинок є безмасштабними та асортативними, у просторі пересадок – мережами «тісного світу», у просторі маршрутів – близькими за статистичними характеристиками до регулярних мереж. Подано предметну інтерпретацію розрахованих показників у різних просторах у галузі міських пасажирських перевезень. Подальші напрямки досліджень полягають у пошуку зв'язків між статистичними характеристиками маршрутних мереж та результативними показниками міського пасажирського транспорту, що обслуговує ці мережі, а також показниками транспортної рухливості та якості обслуговування пасажирів у містах.

1. Зильберталь А.Х. Трамвайное хозяйство / А.Х. Зильберталь. – М.Л. : Гострансиздат, 1932. – 304 с.
2. Пасічник В.В. Статистичні закономірності росту мереж громадського транспорту міст західного регіону України [Текст] / В.В. Пасічник, Н.М. Іванущак // Східноєвропейський журнал передових технологій. – 2011. – №6/4(54). – С. 13–17.
3. З Складні мережі / Ю. Головач, О. Олемской, К. фон Фербер [та ін.] // Журнал фізичних досліджень. – 2006. – т.10, №4. – С. 247–289.
4. Харрари Ф. Теория графов / Ф. Харрари. – М. : Мир, 1973. – 300 с.
5. Derrible S. Characterizing metro networks: State, form, and structure / S. Derrible, C. Kennedy // Transportation. – 2010. – №37(2). – P. 275–297.
6. Derrible S. Evaluating, Comparing and Improving Metro Networks / S. Derrible, C. Kennedy // Transportation Research Record. – 2010. – №2146. – P. 43–51.
7. Garrison W.L The structure of Transportation networks / W.L. Garrison, D.F. Marble. – Evanston : Transportation Center Northwestern University, 1962. – 100 p.
8. Kansky K.J. Structure of transportation networks: relationships between network geometry and regional characteristics / K. J. Kansky. – Chicago : University of Chicago, 1963. – 155 p.
9. Musso A. Characteristics of metro networks and methodology for their evaluation / A. Musso, V.R. Vuchic // Transportation Research Record. – 1988. – №1162. – P. 22–33.
10. Sienkiewicz J. Statistical analysis of 22 public transport networks in Poland [електронний ресурс] / J. Sienkiewicz, J. A. Holyst. – Режим доступу: http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0506/0506074v2.pdf.
11. Von Ferber C. Public transport networks: empirical analysis and modeling [електронний ресурс] / C. von Ferber, T. Holovatch, Y. Holovatch, V. Palchykov. – Режим доступу: http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0803/0803.3514v1.pdf

Стаття надійшла до редакції 01.04.2014.