

УДК 514.18

А.А. Крысько

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ТЕХНИЧЕСКИХ ФОРМ МЕТОДАМИ БН-ИСЧИСЛЕНИЯ**

*С помощью математического аппарата БН-исчисление разработан вычислительный алгоритм формирования геометрических моделей действительной поверхности тонкостенных оболочек технических форм с учетом возможности его дальнейшего программирования и создания компьютерных моделей таких поверхностей.*

*Ключевые слова:* универсальный расчетный алгоритм, геометрическая модель, БН-исчисление, несовершенства геометрической формы, тонкостенные оболочки, технические формы.

*Рис. 2. Табл. 0. Лит. 5.*

О.А.Крысько

**РОЗРАХУНКОВИЙ АЛГОРИТМ ФОРМУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДІЙСНОЇ ПОВЕРХНІ ТОНКОСТІНИХ ОБОЛОНОК ТЕХНІЧНИХ ФОРМ МЕТОДАМИ БН-ЧИСЛЕННЯ**

*За допомогою математичного апарату БН-числення розроблений обчислювальний алгоритм формування геометричних моделей дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм з врахуванням можливості його подальшого програмування і створення комп'ютерних моделей таких поверхонь.*

*Ключові слова:* універсальний розрахунковий алгоритм, геометрична модель, БН-числення, недосконалість геометричної форми, тонкостінні оболонки, технічні форми.

А.А. Krysko

**COMPUTATIONAL ALGORITHM OF FORMING OF GEOMETRICAL MODELS OF ACTUAL SURFACE OF THE THIN-WALLED SHELLS OF TECHNICAL FORMS BY METHODS OF BN-CALCULATION**

*By a mathematical apparatus BN-calculation the computational algorithm of forming of geometrical models of actual surface of the thin-walled shells of technical forms is developed taking into account possibility of his further programming and creation of computer models of such surfaces.*

*Keywords:* universal calculation algorithm, geometrical model, BN-calculation, defects of geometrical form, thin-walled shells, technical forms.

**Постановка проблемы.** При проектировании тонкостенной оболочки инженерного сооружения задаются ее формой и размерами. Изготовленная конструкция вследствие производственных погрешностей всегда будет отличаться от конструкции, заданной проектом, что может привести к тому, что изготовленная конструкция будет работать иначе, чем предполагалось расчетом, или перестанет удовлетворять требованиям эксплуатации. В процессе эксплуатации подобных сооружений геометрия оболочки также претерпевает изменения, что может негативно повлиять на дальнейшую работу конструкции. В связи с этим возникает необходимость в изучении влияния искажения геометрической формы тонкостенных оболочек технических форм на их прочность и устойчивость.

Для прогнозирования влияния несовершенств геометрической формы на прочность и устойчивость такой оболочки, автором разработан вычислительный алгоритм, формирующий геометрическую модель тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы. Такая модель позволит моделировать любые изменения геометрии тонкостенной оболочки инженерного сооружения.

**Анализ последних исследований.** Исследования ведущих ученых по моделированию несовершенств геометрической формы тонкостенных оболочек инженерных сооружений были проанализированы авторами в работе [1]. Но проведенные ранее научные исследования в этой области не позволяют оценить влияние этих несовершенств на всю конструкцию в целом, что и было показано в [1].

Для геометрического моделирования конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений автор использует математический аппарат – БН-исчисление [2]. В БН-исчислении был разработан метод подвижного симплекса [3], который позволяет достаточно просто

конструировать геометрические формы любой сложности, учитывая их свойства. На основе метода подвижного симплекса [3], предложен универсальный алгоритм [4], позволяющий определить геометрическую модель тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы. Однако этот алгоритм был предложен в виде последовательности точечных уравнений, которые представляют собой символьную запись. Поэтому возникает необходимость преобразования предложенного ранее универсального алгоритма [4] в вычислительный алгоритм, для дальнейшего использования при непосредственном создании программного кода.

**Постановка задач.** Разработать вычислительный алгоритм формирования геометрических моделей действительной поверхности тонкостенных оболочек технических форм с учетом возможности его дальнейшего программирования и создания компьютерных моделей таких поверхностей.

**Основная часть.** Инженерные сооружения, находящиеся в эксплуатации, подвергаются мониторингу с периодичностью, установленной государственными стандартами, во время которого измеряется, в том числе, измерение отклонений геометрии конструкций от заданной проектом. Для этого наряду с традиционными инструментами (лазерная или обычная рулетка, отвес, измерительное колесо, тахеометр, нивелир и т.д.) используются более современная технология наземного лазерного сканирования (НЛС).

При проведении измерений с помощью традиционных инструментов сооружение условно разделяется по вертикали на несколько поясов, на уровне которых измеряется отклонение конструкции от образующей. Таким образом, исходные данные для построения геометрической модели тонкостенной оболочки инженерного сооружения состоят из геометрических характеристик конструкции, количества поясов, количества точек в каждом поясе и значений отклонений в этих точках от образующей. Однако, для построения геометрической модели в БН-исчислении, необходимо получить массив точек, т.е. координаты точек вместо отклонений. Следует иметь в виду, что переход от отклонений к координатам точек поверхности напрямую зависит от первоначальной геометрической формы сооружения. В данной работе рассмотрим определение координат точек поверхности через отклонения на примере вертикального стального резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов.

Для определения точек на поверхности резервуара (рис. 1) принимаем следующие обозначения точек:  $A_{i,j}$ , где  $i$  – порядковый номер опорного контура, изменяющийся от 1 до  $m$ ;  $j$  – порядковый номер точки на опорном контуре, изменяющийся от 1 до  $n$ . Для упрощения расчетов принимаем количество точек в каждом поясе одинаковым, причем точки располагаются равномерно.

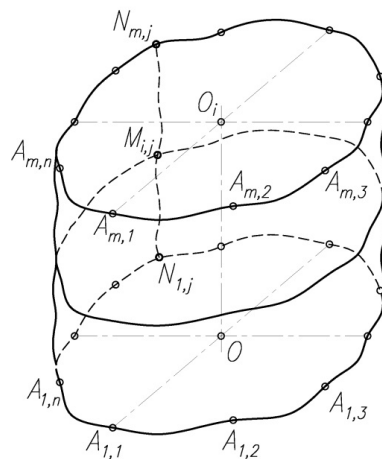


Рис. 1. Геометрическая схема поверхности резервуара с несовершенствами

Для координации точек на поверхности резервуара необходимо ввести систему координат. Идеальной поверхностью стенки резервуара является цилиндр с окружностью в основании. Как известно, оси окружности перпендикулярны по отношению одна к другой. Исходя из этого оптимальным для решения этой задачи будет принять прямоугольную систему координат с началом в точке  $O$  (рис. 1). Тогда оси  $x$  и  $y$  будут совпадать с осями окружности (рис. 2), а за ось  $z$  примем прямую  $OO_i$  (рис. 1).

Сформируем вычислительный алгоритм формирования геометрической модели конструкции тонкостенной оболочек инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы методами БН-исчисления.

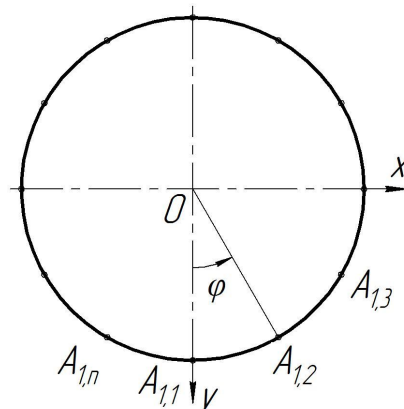


Рис. 2. Основание цилиндрической поверхности резервуара

1. Для начала необходимо получить исходные данные для геометрического моделирования, которыми являются координаты точек на поверхности резервуара, с помощью данных, полученных в результате обследования резервуара (высота резервуара, его радиус и отклонения от вертикальной стенки).

1.1. Вводим: высоту резервуара  $h$ , радиус резервуара  $R$ , количество поясов  $k$ , количество точек в каждом поясе  $n$  и массив отклонений от вертикальной стенки  $\delta_{i,j}$ .

1.2. Определяем количество опорных контуров по формуле:  $m = k + 1$ , где  $k$  – количество поясов.

1.3. Координаты  $x_{A_{i,j}}$  и  $y_{A_{i,j}}$  определим с помощью радиуса резервуара и таблицы отклонений стенки резервуара от вертикали по формулам:

$$x_{A_{i,j}} = (R + \delta_{i,j}) \sin \frac{2\pi}{n}; \quad y_{A_{i,j}} = (R + \delta_{i,j}) \cos \frac{2\pi}{n}. \quad (1)$$

1.4. Определяем массив координат  $z_{i,j}$  по формуле:  $z_{i,j} = \frac{i}{m} h$ , из расчёта, что в каждом  $i$  – м слое координата  $z_{i,j}$  является одинаковой. Т.е.  $z_{i,j} = z_{i,j+1} = \dots = z_{i,n}$ .

В результате получим три двумерных массива соответственно для координат точек  $x_{A_{i,j}}$ ,  $y_{A_{i,j}}$  и  $z_{A_{i,j}}$ .

При проведении измерений с помощью технологии наземного лазерного сканирования (НЛС) результатом является цифровая модель действительной поверхности тонкостенной оболочки технической формы [5]. Таким образом, в этом случае первая часть исключается из алгоритма за ненадобностью.

2. Алгоритм формирования линий опорного контура следующий:

2.1. Формируем цикл для  $i$  от 1 до  $m$ .

2.2. Определяем длину отрезка  $A_{i,j}A_{i,j+1}$ :

$$|A_{i,j}A_{i,j+1}| = \sqrt{(x_{A_{i,j+1}} - x_{A_{i,j}})^2 + (y_{A_{i,j+1}} - y_{A_{i,j}})^2 + (z_{A_{i,j+1}} - z_{A_{i,j}})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Принимаем  $A_{i,n+1} = A_{i,1}$ .

$|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|$  определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

2.3. Определяем длину отрезка  $A_{i,j}A_{i,j+2}$ :

$$|A_{i,j}A_{i,j+2}| = \sqrt{(x_{A_{i,j+2}} - x_{A_{i,j}})^2 + (y_{A_{i,j+2}} - y_{A_{i,j}})^2 + (z_{A_{i,j+2}} - z_{A_{i,j}})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Принимаем  $A_{i,n+2} = A_{i,2}$ .

2.4. Определяем массив точек  $B_{i,j+1}$ :

$$\begin{cases} x_{B_{i,j+1}} = (x_{A_{i,j+2}} - x_{A_{i,j}}) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + x_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n; \\ y_{B_{i,j+1}} = (y_{A_{i,j+2}} - y_{A_{i,j}}) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + y_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n; \\ z_{B_{i,j+1}} = (z_{A_{i,j+2}} - z_{A_{i,j}}) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + z_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем  $x_{B_{i,n+1}} = x_{B_{i,1}}$ ;  $y_{B_{i,n+1}} = y_{B_{i,1}}$ ;  $z_{B_{i,n+1}} = z_{B_{i,1}}$ .

2.5. Определяем массив точек  $C_{i,j+1}$ :

$$\begin{cases} x_{C_{i,j+1}} = (x_{A_{i,j}} - x_{A_{i,j+2}}) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + x_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n; \\ y_{C_{i,j+1}} = (y_{A_{i,j}} - y_{A_{i,j+2}}) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + y_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n; \\ z_{C_{i,j+1}} = (z_{A_{i,j}} - z_{A_{i,j+2}}) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + z_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (5)$$

Принимаем  $x_{C_{i,n+1}} = x_{C_{i,1}}$ ;  $y_{C_{i,n+1}} = y_{C_{i,1}}$ ;  $z_{C_{i,n+1}} = z_{C_{i,1}}$ .

2.6. Определяем дуги линий  $i$ -го опорного контура:

$$\begin{cases} x_{N_{i,j}} = x_{A_{i,j}} \bar{u}^3 + 3x_{B_{i,j}} \bar{u}^2 u + 3x_{C_{i,j}} u^2 \bar{u} + x_{A_{i,j+1}} u^3, & j = 1, 2, \dots, n; \\ y_{N_{i,j}} = y_{A_{i,j}} \bar{u}^3 + 3y_{B_{i,j}} \bar{u}^2 u + 3y_{C_{i,j}} u^2 \bar{u} + y_{A_{i,j+1}} u^3, & j = 1, 2, \dots, n; \\ z_{N_{i,j}} = z_{A_{i,j}} \bar{u}^3 + 3z_{B_{i,j}} \bar{u}^2 u + 3z_{C_{i,j}} u^2 \bar{u} + z_{A_{i,j+1}} u^3, & j = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\bar{u} = 1 - u$ ;  $0 \leq u \leq 1$ .

2.7. Увеличиваем  $i$  на 1 и возвращаемся к пункту 2.1.

**3. Алгоритм формирования образующих линий:**

3.1. Формируем цикл для  $j$  от 1 до  $n$ .

3.2. Определяем длины отрезков:

$$\begin{aligned} |N_{i,j}N_{i+1,j}| &= \sqrt{(x_{N_{i+1,j}} - x_{N_{i,j}})^2 + (y_{N_{i+1,j}} - y_{N_{i,j}})^2 + (z_{N_{i+1,j}} - z_{N_{i,j}})^2}, \\ |N_{i-1,j}N_{i+1,j}| &= \sqrt{(x_{N_{i+1,j}} - x_{N_{i-1,j}})^2 + (y_{N_{i+1,j}} - y_{N_{i-1,j}})^2 + (z_{N_{i+1,j}} - z_{N_{i-1,j}})^2}, \\ |N_{i,j}N_{i-1,j}| &= \sqrt{(x_{N_{i-1,j}} - x_{N_{i,j}})^2 + (y_{N_{i-1,j}} - y_{N_{i,j}})^2 + (z_{N_{i-1,j}} - z_{N_{i,j}})^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

3.3. Определяем точки  $P_{i,j}$  и  $Q_{i,j}$ :

$$\begin{cases} x_{P_{i,j}} = (x_{N_{i+1,j}} - x_{N_{i-1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + x_{N_{i,j}}, & i = 2, 3, \dots, m-1. \\ y_{P_{i,j}} = (y_{N_{i+1,j}} - y_{N_{i-1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + y_{N_{i,j}}, & i = 2, 3, \dots, m-1. \\ z_{P_{i,j}} = (z_{N_{i+1,j}} - z_{N_{i-1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + z_{N_{i,j}}, & i = 2, 3, \dots, m-1. \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} x_{Q_{i,j}} = \left( x_{N_{i-1,j}} - x_{N_{i+1,j}} \right) \frac{|N_{i,j} N_{i-1,j}|}{2|N_{i-1,j} N_{i+1,j}|} + x_{N_{i,j}}, i = 2, 3, \dots, m-1. \\ y_{Q_{i,j}} = \left( y_{N_{i-1,j}} - y_{N_{i+1,j}} \right) \frac{|N_{i,j} N_{i-1,j}|}{2|N_{i-1,j} N_{i+1,j}|} + y_{N_{i,j}}, i = 2, 3, \dots, m-1. \\ z_{Q_{i,j}} = \left( z_{N_{i-1,j}} - z_{N_{i+1,j}} \right) \frac{|N_{i,j} N_{i-1,j}|}{2|N_{i-1,j} N_{i+1,j}|} + z_{N_{i,j}}, i = 2, 3, \dots, m-1. \end{cases}$$

3.4. Определяем дуги обвода для первого и последнего поясов:

$$\begin{cases} x_{M_{1,j}} = x_{N_{1,j}} \bar{v}^2 + 2x_{Q_{2,j}} v\bar{v} + x_{N_{2,j}} v^2, \\ y_{M_{1,j}} = y_{N_{1,j}} \bar{v}^2 + 2y_{Q_{2,j}} v\bar{v} + y_{N_{2,j}} v^2, \\ z_{M_{1,j}} = z_{N_{1,j}} \bar{v}^2 + 2z_{Q_{2,j}} v\bar{v} + z_{N_{2,j}} v^2. \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} x_{M_{m,j}} = x_{N_{m-1,j}} \bar{v}^2 + 2x_{P_{m-1,j}} v\bar{v} + x_{N_{m,j}} v^2, \\ y_{M_{m,j}} = y_{N_{m-1,j}} \bar{v}^2 + 2y_{P_{m-1,j}} v\bar{v} + y_{N_{m,j}} v^2, \\ z_{M_{m,j}} = z_{N_{m-1,j}} \bar{v}^2 + 2z_{P_{m-1,j}} v\bar{v} + z_{N_{m,j}} v^2. \end{cases}$$

3.5. Формируем дуги образующих линий для промежуточных поясов:

$$\begin{cases} x_{M_{i,j}} = x_{N_{i,j}} \bar{v}^3 + 3x_{P_{i,j}} \bar{v}^2 v + 3x_{Q_{i,j}} v^2 \bar{v} + x_{N_{i+1,j}} v^3, \quad i = 2, 3, \dots, m-2; \\ y_{M_{i,j}} = y_{N_{i,j}} \bar{v}^3 + 3y_{P_{i,j}} \bar{v}^2 v + 3y_{Q_{i,j}} v^2 \bar{v} + y_{N_{i+1,j}} v^3, \quad i = 2, 3, \dots, m-2; \\ z_{M_{i,j}} = z_{N_{i,j}} \bar{v}^3 + 3z_{P_{i,j}} \bar{v}^2 v + 3z_{Q_{i,j}} v^2 \bar{v} + z_{N_{i+1,j}} v^3, \quad i = 2, 3, \dots, m-2, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\bar{v} = 1 - v$ ;  $0 \leq v \leq 1$ .

3.6. Увеличиваем значение  $j$  на 1 и возвращаемся к пункту 3.1.

**Выводы.** Разработан вычислительный алгоритм формирования геометрической модели конструкции тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы методами БН-исчисления. Данный алгоритм позволяет создать программу, на основе которой, можно получить компьютерные модели таких поверхностей. Что в свою очередь, позволяет использовать их в системах автоматического проектирования для прогнозирования влияния геометрических несовершенств на прочность и устойчивость такой оболочки, а также моделирования любых изменений геометрии тонкостенной оболочки инженерного сооружения.

1. Конопацький Є.В. Геометричні передумови моделювання дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм методами БН-числення / Конопацький Є.В., Крисько О.А. // Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Серія: Математика. Геометрія. Інформатика / гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014.– Т.1. – С.118-125.
2. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: дисс...доктора техн. наук: 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.
3. Давыденко И.П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса: Дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. Давыденко Иван Петрович. – Макеевка, 2012. – 186 с.
4. Крисько О.А. Геометричне моделювання дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм / Крисько О.А., Найдиш А.В., Спірінцев Д.В. // Вісник Херсонського національного технічного університету. / гол. ред. кол. Бардачов Ю.М. – Херсон-2014. – С. 594-597.
5. Крисько О.А. Обработка данных отриманих НЛС для створення геометричної моделі дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм / Крисько О.А. // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 2. – С.51-56.

Стаття надійшла до редакції 16.04.2015