

УДК 681.2

П. С. Шолом, В. Т. Михалевич*Луцький національний технічний університет***МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ІНДУКТИВНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ АНАЛОГІЙ**

У системах активного контролю розмірів деталей широко використовуються індуктивні вимірювальні перетворювачі. До цих засобів висуваються підвищені вимоги щодо забезпечення стабільних метрологічних характеристик. З метою оптимізації параметрів вимірювальних перетворень для аналізу інформаційних потоків може бути успішно застосовано математичне моделювання.

Ключові слова: вимірювання, перетворення, математична модель, лінеаризація, аналіз

Рис. 2. Форм. 17. Літ. 3.

П. С. Шолом, В. Т. Михалевич**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУКТИВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА АНАЛОГИЙ**

В системах активного контроля размеров деталей широко используются индуктивные измерительные преобразователи. К этим средствам предъявляются повышенные требования по обеспечению стабильных метрологических характеристик. С целью оптимизации параметров измерительных преобразований для анализа информационных потоков может быть успешно применено математическое моделирование.

Ключевые слова: измерение; преобразование, математическая модель, линейаризация, анализ

P. S. Sholom, V. T. Mykhalevych**MATHEMATICAL MODELING OF INDUCTIVE TRANSFORMERS BY ANALOGIES METHOD**

Inductive transducers are widely used in active control systems of details size. These tools are put forward higher requirements for stable metrological characteristics. Inductive transducers with a variable length of air gap in the core are used primarily in practical circuits.

Converters magnetic circuits design is always causes some difficulties due to the variability of their parameters, especially at the media interface with different magnetic permeability. Mathematical modeling can be successfully applied in order to optimize the measuring transformations parameters for the intermediate informative transformations analysis.

Processing modeling that taking place in the converters magnetic circuits is based on the analogies method use. Two differential equations are received by using the internal energy relationship which operates in a closed system with the action of external forces. For real structures these equations are nonlinear. The equation can be linearized and differential equations with constant coefficients can be obtained by using of mathematical tools.

Keywords: measurement, conversion, magnetic circle, interspace, mathematical model, differential equations, linearization, analysis

Постановка проблеми. Індуктивні вимірювальні перетворювачі широко використовуються у системах активного контролю розмірів деталей. До цих засобів висуваються підвищені вимоги щодо забезпечення стабільних метрологічних характеристик. У практичних схемах використовуються переважно індуктивні перетворювачі зі змінною довжиною повітряного проміжку у сердечнику.

Проектування магнітних кіл перетворювачів завжди викликає певні труднощі через непостійність їх параметрів, особливо на межі розділу середовищ з різною магнітною проникністю.

Метою дослідження є побудова математичної моделі індуктивних перетворювачів задля оптимізації параметрів вимірювальних перетворень для аналізу проміжних інформативних перетворень.

Виклад основного матеріалу дослідження. У приладах для автоматичного контролю розмірів лінійні переміщення попередньо перетворюються в електричні інформаційні сигнали, що є зручними для дистанційних вимірювань, а також для зв'язку із системами автоматичного управління технологічними процесами.

Важливість дистанційного вимірювання полягає у тому, що автоматичний контроль розмірів деталей в процесі їх оброблення вимагає побудови малогабаритних елементів – перетворювачів, які можуть бути встановлені в зоні оброблення у важкодоступних робочих зонах з метою отримання інформації про зміну розміру деталі. У практичних умовах перевага надається

контактним методам вимірювання, тобто таким, за яких у процесі вимірювання чутливий елемент перетворювача механічно контактує з поверхнею оброблення деталі.

У системах активного контролю, що служать для підвищення розмірної точності оброблення деталей на шліфувальних операціях, у якості первинних вимірювальних засобів широко використовуються механоелектричні давачі з індуктивними перетворювачами. У цих приладах використовується властивість електричної котушки змінювати свій реактивний опір від зміни деяких її параметрів, що визначають величину індуктивності L . Для отримання можливої більшої індуктивності котушка виконується з магнітопроводом з феромагнітного матеріалу (рис.1). Один з елементів магнітопроводу виконується рухомим (якір) і його положення відносно нерухомої частини магнітопроводу буде визначати величину зміни магнітного опору кола, а відповідно, і індуктивність котушки.

Зміна індуктивного опору котушки приводить до відповідної зміни її повного опору z . Таким чином, якщо ув'язати переміщення якоря з величиною δ , то, за умови $U = \text{const}$ виникає функціональна залежність між δ і електричним параметром L : $L = f(\delta)$.

Для розмірного контролю можуть використовуватись два типи перетворення: зі змінним повітряним проміжком у сердечнику (рис.1, а), і зі змінною площею повітряного проміжку (рис.1, б).

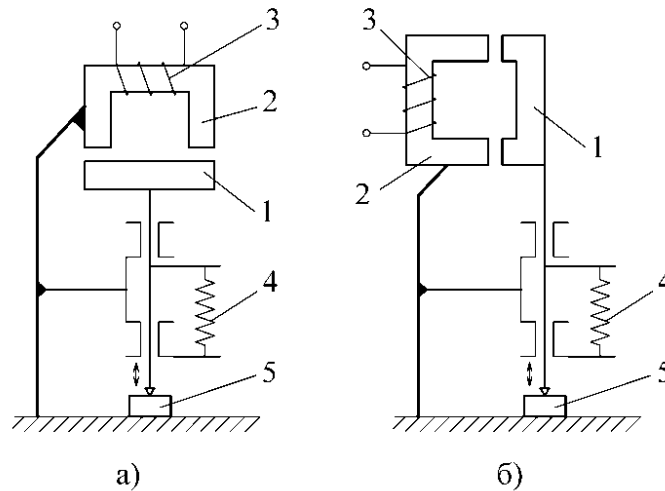


Рис. 1. Схеми індуктивних перетворювачів: а) перетворювач зі змінним проміжком; б) перетворювач зі змінною площею перекриття; 1 – якір; 2 – статор; 3 – котушка; 4 – пружина для створення вимірювального зусилля; 5 – деталь, розмір якої контролюється

Для розмірного контролю у засобах активного контролю лінійних розмірів деталей використовується схема зі змінною довжиною повітряного проміжку.

Дослідження функціонування вимірювальних перетворювачів з метою вдосконалення методу контролю, модернізації конструкції, оптимізації параметрів завжди пов'язано із побудовою моделі. Часто з цією метою створюються абстрактні (не фізичні) моделі, прикладом якої може слугувати математична модель. Математичні моделі будуються на підставі законів і закономірностей, виявлених фундаментальними науками.

Для великої групи лінійних та лінеаризованих перетворювачів і вимірювальних кіл, включно з індуктивними елементами, динамічне рівняння можна отримати, використавши метод аналогій, що є різновидом інтегральних принципів. Його застосовують, наприклад, для знаходження аналогів з метою моделювання систем різної фізичної природи електричними, складання еквівалентних схем і вирішення задач схемотехнічним методом, складання динамічних рівнянь тощо. Але кінцева мета у всіх випадках одна – отримання моделей, які описують процеси у тій чи іншій вимірювальній системі.

Метод аналогій полягає у тому, що для кіл різної фізичної природи встановлюється аналогія узагальнених параметрів: сил, координат, опорів, індуктивностей, мас і пружності, які для зручності, зводяться у таблицю. Далі вони використовуються для складання еквівалентних схем

або рівнянь шляхом застосування апробованих методів теорії електричних кіл, рівнянь Лагранжа тощо.

За такого підходу, аналоговими називаються системи різної фізичної природи, які описуються однією і тією ж системою інтегральних рівнянь. Відповідно, для встановлення аналогій параметрів і складання інтегродиференціальних рівнянь для цього кола можна використовувати будь-який підхід, наприклад, фізичні закони і структуру вимірювального кола, метод рівнозначності енергій та інші. Але тут, очевидно, можуть бути різними аналогії параметрів. Так, наприклад, на основі того, що існують паралельні і послідовні з'єднання елементів у механічних і електричних колах, то може бути, щонайменше, чотири аналогії параметрів, що називаються прямими – «послідовно-послідовно» і «паралельно-паралельно» та оберненими – «паралельно-послідовно».

Вимірювальний перетворювач і його еквівалентна схема показані на рисунку 2.

Перетворювач складається з системи механічної передачі 1 зміни розміру деталі у вигляді переміщення наконечника щупа під дією вимірювального зусилля P , магнітопроводу 2 з котушкою індуктивності L , яка через опір R_H підключена до джерела живлення U . Вихідною величиною може бути спад напруги $U_{\text{вих}}$ на опорі навантаження R_H .

На рис. 2, б подана еквівалентна схема перетворювача, де m – маса рухомих елементів перетворювача; $F = \eta P$ – сила, еквівалентна вимірювальному зусиллю P з врахуванням втрат у механізмі передачі; R_m – демпфуюча дія магнітного поля в сердечнику; X – значення повітряного проміжку; X_0 – миттєве значення повітряного проміжка; ΔD – припуск, величина якого вимірюється; D – розмір деталі.

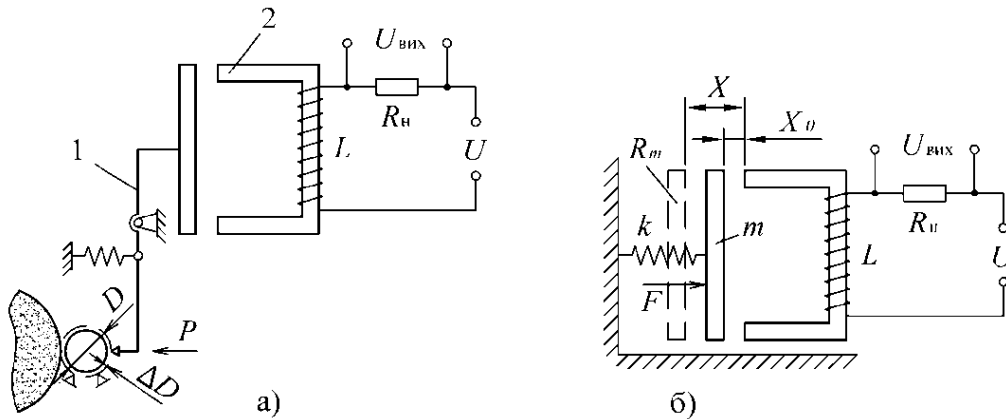


Рис. 2. Індуктивний вимірювальний перетворювач (а) і його еквівалентна схема (б)

Для механічного і електричного кола у даному випадку доцільна перша аналогія параметрів («паралельно-послідовно»). Згідно табл. 4.2 [1], узагальнені координати – переміщення X і заряд Q ; узагальнені швидкості – швидкість зміни повітряного проміжку X і струм I ; коефіцієнт інерції – маса m і індуктивність L ; узагальнені сили – сила F і напруга U ; коефіцієнт опору – параметр демпфування R_m і активний опір котушки і навантаження ($R_L + R_H$); коефіцієнт пружності – штивність пружини k .

Знехтувавши краєвим ефектом викривлення силових ліній магнітного поля та прийнявши, що основна частина опору магнітного кола припадає на повітряний проміжок і відсутнє насичення, індуктивність можна визначити як функцію повітряного проміжка й постійних параметрів:

$$L(X) = \frac{w^2 \mu_0 S_s}{2x}, \quad (1)$$

де S_s – площа поперечного перерізу сердечника.

Визначаємо енергії як квадратичні функції параметрів кіл:
кінетична енергія

$$T = \frac{mX^2}{2} + \frac{LI^2}{2}; \quad (2)$$

потенціальна енергія

$$\Pi = \frac{1}{2}kX^2; \quad (3)$$

функція Релея

$$F = \frac{1}{2}R_m X^2 + \frac{1}{2}(R_L + R_n)I^2. \quad (4)$$

Рівняння Лагранжа, що встановлює зв'язок між змінами енергії всередині системи і зовнішніми узагальненими силами, має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T'}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T'}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} = F_i, \quad (5)$$

де F_i – i -та зовнішня сила, що діє на систему.

У нашому випадку для узагальнених координат X і Q , отримаємо два диференціальних рівняння:

$$mX - \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial X} I^2 + R_m X + kX = pS; \quad (6)$$

$$\frac{d(LI)}{dt} + (R_L + R)I = U.$$

Як видно, ці рівняння нелінійні. У реальних перетворювачах проявляються невеликі відхилення в районі робочої точки X .

Отже, значення змінних X і I у відхилення від встановленого значення X_0 і I_0 при $U \neq 0$:

$$I = I_0 + i; \quad X = X_0 + x, \quad (7)$$

де i , x – зміна струму і величини повітряного проміжку від зміни вхідної величини – розміру деталі.

Значення індуктивності може бути визначене як

$$L = \frac{w^2 \mu_0 S_x}{2(X_0 + x)} = L_0 \left(1 + \frac{1}{1 + (x/X_0)} \right), \quad (8)$$

де $L_0 = \frac{w^2 \mu_0 S_x}{2X_0}$.

Для малих значень x вираз для індуктивності можна розкласти у ряд Тейлора в районі точки X_0 або за формулою бінома Ньютона. У обох випадках отримаємо:

$$L = L_0 \left(1 - \frac{x}{2X_0} + \left(\frac{x}{2X_0} \right)^2 - \left(\frac{x}{2X_0} \right)^3 + \dots \right). \quad (9)$$

Знехтувавши значеннями членів другого та більш високих порядків малості, отримаємо:

$$L = L_0 \left(1 - \frac{x}{2X_0} \right); \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{L_0}{2X_0} \left(-1 + \frac{x}{2X_0} \right). \quad (11)$$

Підставивши у (6) значення L , X та нехтуючи членами другого порядку малості (такими, як i^2 та ix), отримаємо лінеаризовані диференціальні рівняння перетворювача:

$$m\ddot{x} + R_m \dot{x} + \left(k - \frac{L_0 I_0^2}{4X_0} \right) x + \frac{L_0 I_0}{2X_0} + kX_0 = \Delta D; \quad (12)$$

$$L_0 \frac{di}{dt} + (R_L + R_n)i - \frac{L_0 I_0}{2X_0} \dot{x} + (R_L + R_n)I_0 = U. \quad (13)$$

Виключаємо із отриманих рівнянь доданки, що відповідають умовам рівноваги у робочій точці X_0 (x , i та їх похідні рівні нулю):

$$kX_0 + \frac{L_0 I_0^2}{2X_0} = 0; \quad (14)$$

$$(R_n + R_L)I_0 = U. \quad (15)$$

В кінцевому результаті отримуємо диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами:

$$m\ddot{x} + R_m\dot{x} + \left(k - \frac{L_0 I_0^2}{4X_0^2}\right)x + \frac{L_0 I_0}{2X_0} = \Delta D; \quad (16)$$

$$L_0 \frac{di}{dt} + (R_L + R)i - \frac{R_0 I_0}{2X_0} \dot{x} = 0. \quad (17)$$

Висновки. Отже, сприйняття вимірювальної величини, перетворення, передача і подання вимірювальної інформації в приладах реалізується на основному принципі їх функціонування – вимірювальних перетвореннях. Прилади здійснюють перетворення вхідного сигналу і встановлюють задане відношення між входом і виходом з врахуванням зовнішніх і внутрішніх параметрів. Математичні моделі є найбільш зручним і ефективним методом для опису і аналізу інформаційних потоків, пристроїв оброблення інформації, а, отже і приладів.

Моделювання процесів, що відбуваються у магнітних колах перетворювачів, виконано на основі використання методу аналогій. Використавши зв'язок внутрішньої енергії, що діє в замкнутій системі з дією зовнішніх сил, отримано два диференціальних рівняння. Для реальних конструкцій ці рівняння є нелінійними. За допомогою застосування математичного апарату рівняння можна лінеаризувати і отримати диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами.

1. Таланчук П. М., Рущенко В. Т. Основы теории и проектирования измерительных приборов: Учеб. пособие. – К.: Выsshак. Головное изд-во, 1989. – 454 с.
2. Основиматематичногомоделювання: Навч. посібник / А. М. Зелінський. – К.: НМК ВО, 1992. – 220 с.
3. Волосов С. С., Педь Е. И. Приборы для автоматического контроля в машиностроении. – М.: «Машиностроение», 1970. – 310 с.

Стаття надійшла до редакції 10.02.2015.