УДК 621.762

О. І. Хоменко, Г. А. Баглюк
Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М.Францевича НАН України

КІЛЬКІСНИЙ ПОКАЗНИК РЕГУЛЯРНОСТІ МІКРОСТРУКТУРИ МАТЕРІАЛУ

Запропоновано кількісний показник, що характеризує регулярність мікроструктури матеріалу. Принцип розрахунку показника на початковому етапі співпадає з одним зі способів обчислення розмірності Мінковського, але, на відміну від неї, показник характеризує не самоподібність елемента всьому зображенню, а ступінь відповідності зображення одній з еталонних моделей регулярної структури. На прикладах реальних зображень мікроструктур проілюстровано застосування показника для кількісної оцінки мікроструктури. Показник доповнює результати металографічних досліджень і може виявитися корисним для прийняття рішення про придатність матеріалу для конкретної області техніки.

Ключові слова: *мікроструктура, розподіл структурних складових, кількісна металографія, фрактальна розмірність.*

Рис.4 Літ. 3.

А. И. Хоменко, Г. А. Баглюк

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ РЕГУЛЯРНОСТИ МИКРОСТРУКТУРЫ МАТЕРІАЛА

Предложен количественный показатель, характеризующий регулярность микроструктуры материала. Принцип расчета показателя на начальном этапе совпадает с одним из способов вычисления размерности Минковского, но, в отличие от нее, показатель характеризует не самоподобность элемента всему изображению, а степень соответствия изображения одной з эталонных моделей регулярной структуры. На примерах реальных изображений микроструктур проиллюстрировано применение показателя для количественной оценки микроструктуры. Показатель дополняет результаты металлографических исследований и может оказаться полезным для принятие решения о пригодности материала для конкретной области техники.

Ключевые слова: *микроструктура, распределение структурных составляющих, количественная металлография, фрактальная размерность.*

A. I. Khomenko, G. A. Baglyuk

QUANTITATIVE INDEX OF THE MATERIAL MICROSTRUCTURE REGULARITY

The quantitative index characterizing a material microstructure regularity is offered. This index calculation principle coincides at the initial stage with Minkowski's dimension calculation, but, unlike it, this index characterizes not self-similitude of an element to the whole image, but degree of compliance of the image to one of the reference models of the regular structure. Using examples of real microstructure images application of this index for a quantitative estimation of a microstructure is illustrated. The index supplements results of metallographic analysis and could be useful for making decision on material suitability for specific technical area.

Keywords: *microstructure, distribution of structural components, quantitative metallography, fractal dimension.*

Мікроструктура матеріалу має суттєвий вплив на його фізичні властивості, такі як міцність, електричний опір, триботехнічні характеристики, тощо. Цей вплив, як правило, неможливо описати простими аналітичними залежностями. Проте досить часто можна почути вираз "якісна" або "неякісна" структура, при цьому поняття якості структури грунтується на емпіричних оцінках. Тож часто структура, цілком якісна для однієї групи матеріалів виявляється непридатною для іншої. Так для міцних матеріалів якісною, як правило, вважають структуру з рівномірним розподілом дрібних частинок зміцнюючих компонентів, для матеріалів електротехничного призначення, зокрема для електричних контактів, якісна структура повинна мати нерозривну матрицю компоненти з високою електричною провідністю, матеріали з низьким коефіцієнтом тертя, зокрема бронзи, повинні мати нерегулярну структуру, де дрібні частинки легкоплавкої компоненти, згруповані у своєрідні "плями" з помітними проміжками між такими "плямами", тощо. Таким чином, якісна оцінка мікроструктури є надто багатозначною.

Методи кількісної металографії дозволяють визначити оцінки лінійних розмірів та форми частинок структурних складових, знайти характеристики розподілу частинок за лінійними розмірами та формою, оцінити ступінь нерозривності певної структурної складової, тощо, але, наприклад, регулярність розподілу частинок на площині чи в об'ємі більшістю методик не визначається. Бажано мати кількісну характеристику структури матеріалу, що дозволить оцінити його придатність для використання у тій чи іншій сфері техніки, при цьому така характеристика повинна не підміняти, а доповнювати оцінки, визначені методами кількісної металографії, та мати прозорий фізичний та математичний сенс.

Робили та роблять спроби використовувати у якості такої характеристики фрактальну розмірність зображення мікроструктури, але інтерпретація такого показника ускладнена самою суттю фрактальної розмірності, яка показує лише самоподібність зображення своєму фрагментові.

Бажаною характеристикою може стати ступінь наближення структури до регулярної. Математично цю характеристику можна сформулювати, як імовірність попадання частинки структури у те місце, де мала б знаходитися частинка еквівалентної регулярної структури. Для чисельної оцінки такої ймовірності покриємо зображення реальної структури умовною сіткою з розміром комірки, що певним чином залежить від характеристик структури. Якщо структура є цілком регулярною, кожна частинка попаде у комірку такої сітки. Під попаданням частинки у комірку будемо розуміти знаходження координат хоча б однієї точки двовимірної проекції частинки всередині цієї комірки. Якщо комірка містить хоча б одну частинку, її умовно зафарбовують чорним, якщо ні - білим. Відношення кількості "чорних" комірок до загальної кількості комірок у сітці є частотою попадання частинок у комірку, яка при досить великому числі комірок сітки сходиться до ймовірності попаданні частинки у комірку, тобто характеризує ступінь наближення структури до регулярної. Спосіб нанесення умовної сітки на зображення з подальшим зафарбовуванням комірок, у яких знаходиться хоча б один елемент зображення, використовують як один зі способів обчислення розмірності Мінковського [1], але на відміну від нього, згущення сітки не виконують, бо визначають не самоподібність елемента зображення усьому зображенню, а ступінь подібності реального зображення ідеалізованому. Розмір комірки згаданої сітки визначає прозору інтерпретацію такого показника. Пояснимо це, розглянувши декілька ідеалізованих регулярних двовимірних структур, що є моделями зображень мікроструктур реальних матеріалів.

Найпростіша регулярна структура складається зі сферичних частинок радіуса r, які розміщені з постійною міжцентровою відстанню a по горизонталі та по вертиткалі. (рис.1). Зрозуміло, що при розмірі комірки сітки, що дорівнює міжцентровій, у кожну комірку сітки попаде бодай одна частинка структури незалежно від того, наскільки вузли цієї сітки будуть зміщені відносно центрів частинок.

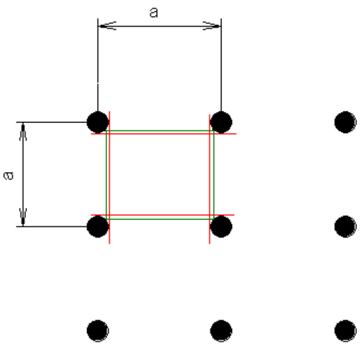


Рис. 1. **Ідеалізована регулярна структура з рівновіддаленими частинками**

Дійсно, якщо розмір комірки z менший за a, у комірку може не попасти жодна точка жодної частинки. Це трапиться, наприклад, якщо комірка торкається своїми чотирма вузлами одночасно чотирьох частинок, тобто $z = a - \sqrt{2}r$. За такого розміру та положення комірки вона виявиться єдиною, у яку не попаде жодна частинка. Дійсн, припустимо, що за такого розміру комірки, ще в якусь комірку цього ж стовпчика сітки, окрім вказаної на рисунку, не потрапить ні одна частинка. Координата лівого верхнього вузла такоі комірки повинна дорівнювати $y = na - \frac{\sqrt{2}}{2}r$, де n - будь-яке ціле число. З іншого боку, ця же координата має бути кратною розміру комірки сітки, тобто $y = m(a - \sqrt{2}r) - \frac{\sqrt{2}}{2}r$, де m - будь-яке ціле число. Вочевидь, рівняння

$$na - \frac{\sqrt{2}}{2}r = m\left(a - \sqrt{2}r\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}r\,, \tag{1}$$

відносно n та m не має рішення у цілих числах та перетворюється у тотожність тільки при $m = n = 0$ та тільки при єдиному положенні сітки відносно центрів частинок.

При ще меншому розмірі комірки, напиклад, за умови $z = a - 2r$, при зміщенні вузлів сітки на величину r відносно центрів частинок не потрапляють цілі рядки і стовпчики частинок регулярної структури. Зокрема, з рис. 1 витікає, що у комірки першого стовпчику сітки не попаде жодна частинка, і така.ситуація буде повторюватися регулярно, причому період повторення буде залежати від співвідношення міжцентрової відстані a та радіусу частинок r так, що

$$\frac{a}{r} = \frac{1+2m}{m-n}. \tag{2}$$

У комірки рядку, до якого належить комірка показаного на рисунку, теж не потрапить жодна частинка. Ця ситуація також буде регулярно повторюватися і період повторення знову буде залежати від співвідношення міжцентрової відстані та радіусу частинок

$$\frac{a}{r} = \frac{1+2l}{l-k}. \tag{3}$$

Таким чином, якщо за модель реальної структури приймають ідеалізовану регулярну структуру з рівновіддаленими частинками, розмір комірки сітки має дорівнювати міжцентровій відстані, інакше навіть для регулярної структури показник, що пропонується, не дорівнюватиме одиниці та загубить свій прозорий фізичний сенс.

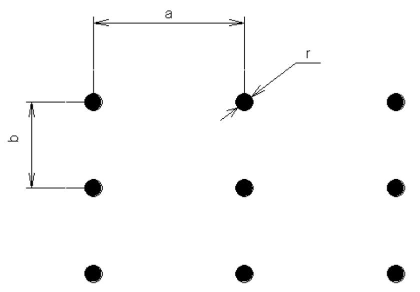


Рис. 2. **Ідеалізована регулярна структура з різновіддаленими по горизонталі та по вертикалі частинками**

Розглянемо регулярну структуру, що складається з таких самих частинок, як у попередньому випадку, але у якій міжцентрові відстані по горизонталі дорівнюють a одиницям відстані, а по вертикалі - b одиницям відстані (рис. 2)

Якщо $a > b$, то при розмірі комірки сітки, що дорівнює найменшій з міжцентрових відстаней, цілі стовпчики комірок можуть не містити жодної точки з тих, що належать частинкам структури, Це трапиться, якщо

$$\begin{cases} na + r = mb \\ (n+1)a - r = (m+1)b \end{cases} \tag{4}$$

Розв'язуючи систему (4), отримаємо умову непопадання частинок у цілі стовпчики сітки:

$$b = a - 2r \ . \tag{5}$$

Аналогічно можна отримати умову непопадання частинок у рядки сітки при $b > a$. Якщо ж розмір комірки сітки дорівнюватиме a, тобто наступній після найменшої міжцентровій відстані, у кожну комірку сітки гарантовано попаде бодай одна частинка структури хоча б однією точкою. Тоді показник регулярності дорівнюватиме одиниці, і його прозора фізична сутність збережеться.

Нарешті, реальна структура може бути подібна до такої, де частинки розташовані у шаховому порядку, при цьому "клітинки" "шахівниці" не обов'язково є квадратами, а кожна п'ята частинка, що створює "клітинку" не обов'язково знаходиться на перетині діагоналей квадрата або прямокутника (рис. 4):

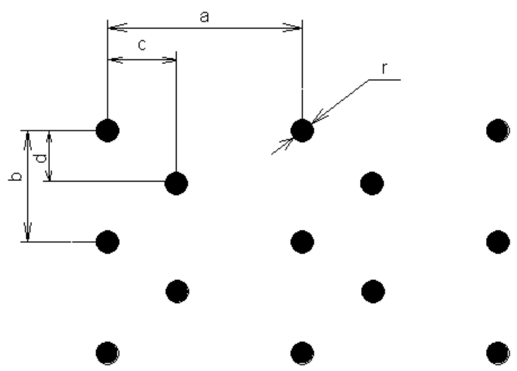


Рис.3. **Регулярна структура з розташуванням частинок у шаховому порядку**

Розмірковуючи так саме, як у попередніх випадках, можна переконатися, що у загальному випадку, коли $a \neq b$ та $c \neq d$, хоч одна точка кожної частинки гарантовано попаде у комірку сітки з розміром a. Якщо згрупувати відстані між центрами частинок, що створюють "клітинку" "шахівниці" у порядку зростання, шукана відстань a буде шостою за розміром.

Тепер можливо сформулювати алгоритм обчислення показника регулярності структури. Зображення мікроструктури "накривають" уявною ортогональною сіткою. Розмір комірки вибирають у залежності від прийнятої гіпотези про вигляд ідеалізованої регулярної структури що приймають за еквівалент реальної структури. Якщо структура нагадує регулярну з рівновіддаленими частинками, за розмір комірки умовної сітки приймають мінімальну відстань між центрами частинок реальної структури. Якщо структура нагадує регулярну з різними по горизонталі та вертикалі відстанями між центрами частинок, за розмір комірки приймають міжцентрову відстань, наступну по величині за мінімальною. Якхо ж структура нагадує регулярну з шаховим розміщенням частинок за розмір комірки сітки приймають шосту по величині за мінімальною міжцентрову відстань. Якщо ж гіпотезу про вигляд ідеалізованої структури неможливо або утруднено висунути апріорі, доцільно розрахувати ступені наближення реальної структури до усіх згаданих регулярних структур. Далі, якщо у комірку умовної сітки потрапляє хоч одна частинка, цю комірку умовно зафарбовують чорним, якщо ні - білим. Показник наближення структури до регулярної розраховують як

$$K_p = \frac{N_ч}{N_ч + N_б}, \tag{6}$$

де $N_ч$ - число комірок, зафарбованих чорним, $N_б$ - число комірок, зафарбованих білим. Цей показник можна виразити або в частках одиниці, або у відсотках. Крім цього кількісного показника у результаті розрахунку побудовують діаграму, яка наочно показує відносно регулярні ділянки мікроструктури.

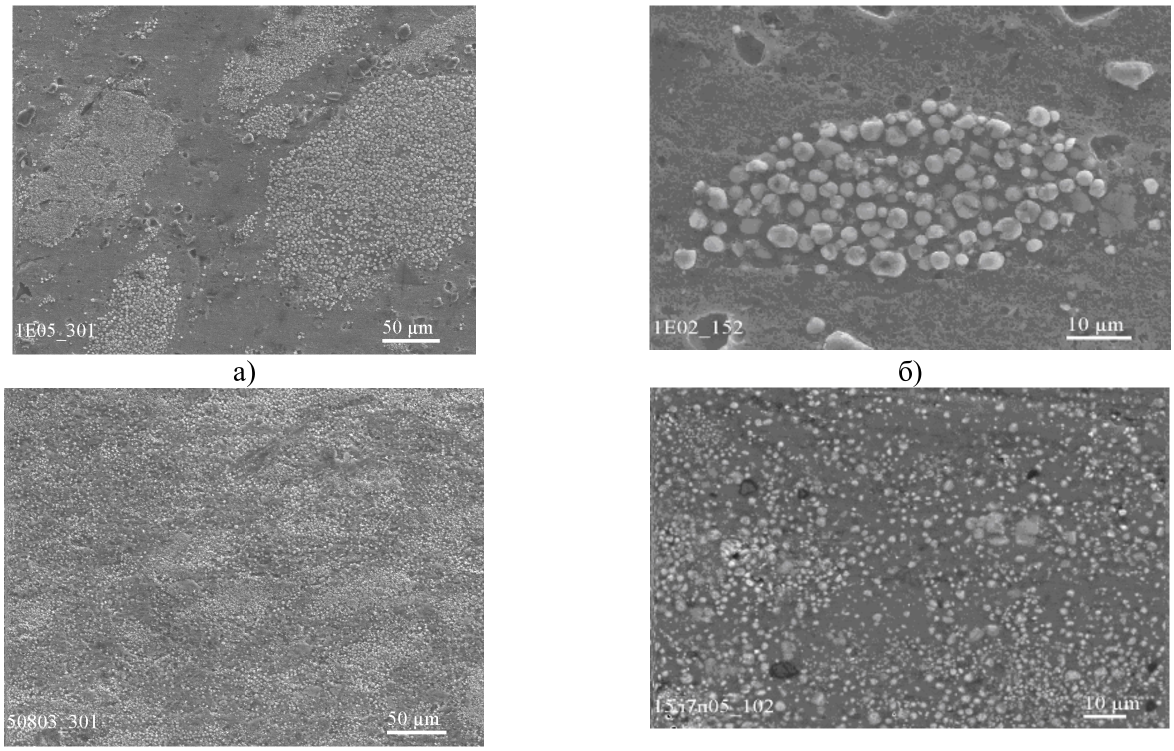
Для реальних матеріалів за міжцентрові будемо приймати відстані між центрами мас проекцій частинок на площину. Оскільки кількісна металографія та стереологія базуються на принципі Кавальєрі-Акера-Глаголєва [2], остільки набори хорд січних, що все одно отримують для оцінки розмірів та об'ємів частинок, можуть бути використані також для розрахунків координат центрів мас, тож розрахунок запропонованого показника не потребує додаткових обчислювальних ресурсів.

Для ілюстрації працездатності наведеного алгоритму обчислимо запропонований показник регулярності для мікроструктур декількох реальних матеріалів.

Зображення структури алюмоматричного композитного матеріалу Al-TiC, отриманого методом гарячого штампування з попереднім змішуванням порошків у змішувачі типу "п'яна бочка", наведене на рис. 4а. Очевидно, що частинки міцної фази розподіляються нерівномірно: на зображенні помітні області їхнього компактного групування - "плями". Показник регулярності цієї структури, розрахований за моделями з рівновіддаленими частинками, різновіддаленими частинками та з частинками, розміщеними в шаховому порядку, дорівнює, відповідно, 0,16, 0,25 та 0,54.

На рис. 4б наведене зображення мікроструктури того ж матеріалу при збільшенні, у п'ять разів більшому. Показник регулярності структкри розрахований за вказанними моделями для цього зображення дорівнює відповідно 0,27, 0,28 та 0,33. Така різниця у значеннях зумовлена тим, що відповідність реальної структури регулярній оцінюють на обмежених площах.

На рис. 4в наведене зображення мікроструктури композитного матеріалу Al-TiC, отриманого гарячим штампуванням з попереднім розмолом порошків у планетарному млину. Розрахунок ступеня регулярності структури для цього зображення дає значення 0,28, 0,426 та 0,858 в залежності від обраної моделі. Навіть неозброєним оком видно що структура на рис. 4в є більш регулярною, ніж структура на рис. 4а, а розрахунок показника регулярності показує, наскільки саме. На рис 4г показано мікроструктуру того ж матеріалу при збільшенні, у п'ять разів більшому. Для цього зображення показник регулярності структури приймає значення 0,49, 0,50 та 0,91. Відмітимо, що за високого значення показника регулярності цей матеріал має також найкращі механічні властивості з двох розглянутих.



а) б)

в) г)

Рис. 4. **Структури композитних матеріалів складу Al - TiC**

Для обчислення показника регулярності структури використовували програму аналізу зображень мікроструктур AMIC [3].

Таким чином, кількісний аналіз зображень, наведених на рис.4, призводить до висновку, до якого незалежно прийшли емпіричним шляхом: структура матеріалу, отриманого з попереднім високоенергетичним розмолом порошків, є кращою, тобто більш прийнятною для матеріалів з високою міцністю. Найвищі значення показника регулярності досягнуті для моделі з шаховим розміщенням частинок. Уважний розгляд наведених фотографій показує, що реальна структура дійсно найбільш подібна вказаній моделі.

1. Falconer K. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. – New York: John Wiley & Sons, 1990. – 288 p.
2. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография. – М: Металлургия, 1970. – 371 с.
3. Хоменко О. І., Хоменко О. В. Використання програмного комплексу AMIC для кількісної металографії / Математичні моделі та обчислювальний експеримент в матеріалознавстві. Вип. 15: Праці Інституту проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича НАН України. - Київ: ІПМ НАНУ, 2014. – С. 35– 42.

Стаття прийнята до редакції 12.03.2015.