

УДК 515.2

**Н.П. Ісмаїлова***Одеська державна академія будівництва та архітектури***МЕТОД ПРОЕКТУВАННЯ СПРЯЖЕНИХ КВАЗІГВИНТОВИХ ПОВЕРХОНЬ, ЩО ВИКЛЮЧАЮТЬ ІНТЕРФЕРЕНЦІЮ.**

*Робота присвячена розробці принципово нового методу проектування спряжених квазігвинтових поверхонь зубчастого зачеплення. Розроблений метод моделювання спряженої квазігвинтової поверхні, визначення інтерференції спряжених зубчастих передач, дозволяє визначити графоаналітичну модель стосовно зубчастих зачеплень в машинобудуванні.*

*Ключові слова:* квазігвинтова поверхня, інтерференція, зубчасті передачі, зв'язані квазігвинтові поверхні, лінія зачеплення.

**Н.П. Исмаилова****МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ СОПРЯЖЕННЫХ КВАЗИВИНТОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИСКЛЮЧАЮЩИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИЮ**

*Работа посвящена разработке принципиально нового метода проектирования сопряженных квазивинтовых поверхностей зубчатого зацепления. Разработанный метод моделирования сопряженной квазивинтовой поверхности, определения интерференции сопряженных зубчатых передач, позволяет определить графоаналитическую модель применительно зубчатым зацеплениям в машиностроении.*

*Ключевые слова:* квазивинтовая поверхность, интерференция, зубчатые передачи, сопряженные квазивинтовые поверхности, линия зацепления.

**N. Ismailova****PARAMETRIC DEFINITION OF CONJUGATED KVAZIVINYL SURFACES' CHARACTERISTICS, INCLUDING INTERFERENCE**

*The article is devoted to the development of a principally new method of conjugated kvazivinyl surfaces of tooth gearing projecting. The developed method of modeling of, conjugated kvazivinyl surface, the definition of conjugated tooth transmissions' interference, gives the opportunity to define the graphical-analytical model applied to tooth gearing in machine building.*

*Key words:* kvazivinyl surface, interference, tooth transmissions, conjugated kvazivinyl surfaces, a gearing line.

**Визначення проблеми.** Проектування спряжених квазігвинтових поверхонь, без інтерференції, дозволяє уникнути підрізання, заклинювання, небезпечних концентрацій напруги і підвищує точність, продуктивність і надійність широкого класу деталей в машинобудуванні.

**Аналіз досягнень и публікацій.** При проектуванні спряжених поверхонь, певні завдання вирішувалися за допомогою методів криволінійного проектування. Дані питання досліджувалися в роботах А.М.Тевліна, А.М.Подкоритова і їх учнів. Як апарат проектування, при вирішенні різних завдань профілювання, застосовувалися конгруєнції кола, гвинтових ліній, спіралью - гвинтових ліній.

**Формування цілій статті.** З метою здобуття точності виробів машинобудування розроблений загальний метод моделювання кінематичних посередників загального вигляду виключення інтерференції спряжених квазігвинтових поверхонь з точковим контактом.

Вимога відсутності інтерференції, є необхідною умовою для профілювання зубчастих коліс, оскільки йдеться не про математичні об'єкти, а про реальні тіла, обмежені спряженими квазігвинтовими поверхнями.

Було встановлено що, явище інтерференції настає тоді, коли будь-яка частина простору виявляється такою, що знаходиться усередині об'ємів двох тіл одночасно. Стосовно зубчастого зачеплення це є заклинювання.

Суть методу моделювання виключення інтерференції спряжених квазігвинтових поверхонь сімейством, що огинають циклічні аксоїди для найбільш загального випадку, полягає в тому, що як поверхня твірної  $\Sigma_A$ , що огинає так і поверхня  $\Sigma_B$ , яку огинають є квазігвинтовими узагальненими поверхнями з різними квазігвинтовими параметрами.

Розглянутий рух поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$  відносно миттєвої спряженої квазігвинтової поверхні  $\Phi$  (рис. 1).

Визначені з цією метою осі  $O'_1 Z'_1$  і  $O'_2 Z'_2$  миттєвих квазігвинтових рухів поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$  відносно квазігвинтової спряженої поверхні  $\Phi$ . Позначимо через  $a'_1$  і  $a'_2$  відстані і через  $\alpha'_1$  і  $\alpha'_2$  - кути між осями  $O_1 Z_1$  і  $O'_1 Z'_1$  і  $O_2 Z_2$  і  $O'_2 Z'_2$ , а через  $\omega'_1$  і  $\omega'_2$  через  $h'_1$  і  $h'_2$  - кутові швидкості і параметри миттєвих гвинтових рухів поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$  відносно спряженої квазігвинтової поверхні  $\Phi$ .

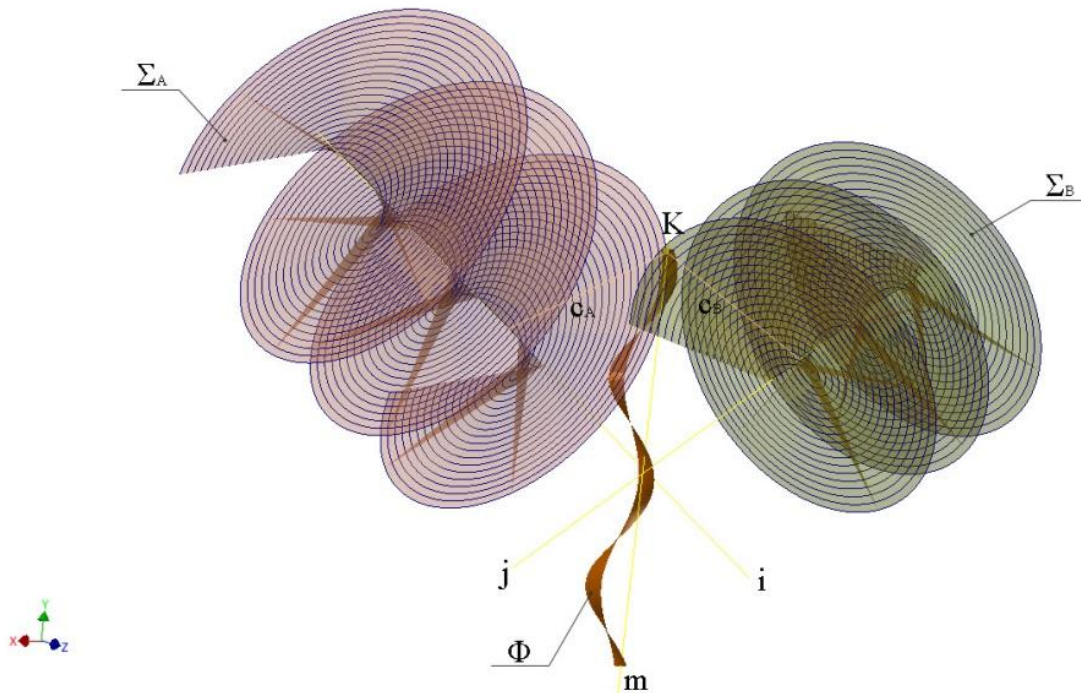


Рис.1 Геометрична модель спряжених квазігвинтових поверхонь

Для цього потрібно скласти абсолютний гвинтовий рух поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$  рух, протилежний до абсолютного обертального руху спряженої квазігвинтової поверхні  $\Phi$ . Відповідні величини можуть бути визначені з наступних співвідношень:

$$\omega'_v = \sqrt{\omega^2 + \omega_v^2 - 2\omega\omega_v \cos \alpha_v};$$

$$\cos \alpha'_v = \frac{\omega - \omega \cdot \cos \alpha_v}{\omega'_v};$$

а величини  $\alpha'_v$  і  $h'_v$  - системи лінійних рівнянь:

$$tq(\alpha'_v - \alpha_v) = \frac{h + h'_v}{\alpha'_v - \alpha_v};$$

$$tq(\alpha'_v - 2\alpha_v) = \frac{h'_v}{\alpha'_v}.$$

індекс  $v$  тут і далі набуває значення 1 і 2.

Встановлено, що характеристикою поверхні  $\Phi$  при її русі відносно руху спряжених квазігвинтових поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$ , є геометричне місце тих точок на поверхні  $\Phi$ , швидкості рухів

яких відносно спряжених квазігвинтових поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$ , які належат плоскості, дотичній до поверхні  $\Phi$ . Знайдений вектор відносної швидкості точки поверхні  $\Phi$  з координатами,  $u, v$  у момент часу  $t$ .

Для цього визначений вектор відстань від точки  $O'_y$  до точки поверхні  $\Phi$  з координатами  $u, v$  у момент часу  $t$ .

$$\begin{aligned}\bar{W}_v(t, u, v) &= x_{W_v}(t, u, v) \cdot \bar{i} + y_{W_v}(t, u, v) \cdot \bar{j} + z_{W_v}(t, u, v) \cdot \bar{k} \\ \bar{d}_v(t, u, v) &= x_{d_v}(t, u, v) \cdot \bar{i} + y_{d_v}(t, u, v) \cdot \bar{j} + z_{d_v}(t, u, v) \cdot \bar{k}\end{aligned}$$

Очевидно,

$$\bar{d}_v(t, u, v) = (-1)^v \cdot (a_v - a'_v) \cdot \bar{i} + \bar{c}(t, u, v);$$

Тобто

$$\begin{aligned}x_{d_v}(t, u, v) &= (-1)^v \cdot (a_v - a'_v) \cdot \bar{i} + x_c(t, u, v); \\ y_{d_v}(t, u, v) &= y_c(t, u, v); \\ z_{d_v}(t, u, v) &= z_c(t, u, v).\end{aligned}$$

використовуючи вектор  $\bar{d}_v(t, u, v)$ , знаходимо

$$\bar{W}_v(t, u, v) = [\bar{d}_v(t, u, v) \cdot \bar{\omega}'_v] + h'_v \cdot \bar{\omega}'_v$$

очевидно,

$$\bar{\omega}'_v = \bar{\omega}' \cdot \sin(a'_v - a_v) \cdot \bar{j} + \bar{\omega}'_v \cdot \cos(a'_v - a_v) \cdot \bar{k},$$

звідки:

$$\begin{aligned}x_{W_v}(t, u, v) &= y_{d_v}(t, u, v) \cdot \bar{\omega}'_v \cdot \cos(a'_v - a_v) - z_{d_v}(t, u, v) \bar{\omega}'_v \cdot \sin(a'_v - a_v); \\ y_{W_v}(t, u, v) &= -x_{d_v}(t, u, v) \cdot \bar{\omega}'_v \cdot \cos(a'_v - a_v) + h'_v \cdot \bar{\omega}'_v \cdot \sin(a'_v - a_v); \\ z_{W_v}(t, u, v) &= x_{d_v}(t, u, v) \cdot \bar{\omega}'_v \cdot \sin(a'_v - a_v) + h'_v \cdot \bar{\omega}'_v \cdot \cos(a'_v - a_v);\end{aligned}$$

Тоді умова того, що вектор швидкості  $\bar{W}_v(t, u, v)$  знаходиться в дотичній до поверхні  $\Phi$ , може бути записано у вигляді:

$$\bar{n}(t, u, v) \cdot \bar{W}_v(t, u, v) = 0$$

або

$$x_n(t, u, v) = x_{w_v}(t, u, v) + y_n(t, u, v) \cdot y_{w_v}(t, u, v) + z_n(t, u, v) \cdot z_{w_v}(t, u, v) = 0$$

З цього рівняння визначаємо, наприклад, параметр  $v$  як функцію параметрів  $u$  і  $v$  **и и v**, тобто:

$$V = V_v(u, v)$$

Яка виділяє на поверхні  $\Phi$  геометричну безліч точок, що належать у момент часу  $t$  характеристиці.

Для знаходження радіуса вектора точок характеристики у момент часу  $t$ :

$$\bar{e}_v(t, u) = x_{e_v}(t, u) \cdot \bar{i} + y_{e_v}(t, u) \cdot \bar{j} + z_{e_v}(t, u) \cdot \bar{k},$$

підставимо знайдену вище функцію у формулу радіусу-вектора  $\bar{c}(t, u, v)$  точок поверхонь

$$\Sigma_A \equiv \Sigma_B.$$

$$\bar{e}_v(t, u) = \bar{c}(t, u, V_v(u, t)).$$

або

$$x_{e_v}(t, u) = x_c(t, u, V_v(u, t)),$$

$$y_{e_v}(t, u) = y_c(t, u, V_v(u, t)),$$

$$z_{e_v}(t, u) = z_c(t, u, V_v(u, t)).$$

Відзначимо, що знайдене сімейство характеристик є одночасно вираженням для радіусу-вектора шуканою поверхні зачеплення в системі координат  $O_{xyz}$ .

$O_{xyz}$  Щоб знайти радіуси - вектори точок зачеплення поверхонь, що обмежують тіла двох спряжених квазігвинтових поверхонь використовуємо рівняння:

$$\begin{cases} \bar{n}(t, u, v) \cdot W_1(t, u, v) = 0 \\ \bar{n}(t, u, v) \cdot \bar{W}_1(t, u, v) = 0 \end{cases}$$

Ця система визначає  $u$  і  $v$  як функції часу  $t$ :

$$u = u(t), v = v(t)$$

Підставляючи у вираження для радіусу-вектора  $\bar{c}(t, u, v)$  точок поверхні, знайдемо вираження для радіусу-вектора:

$$\bar{f}(t) = x_f(t) \cdot \bar{i} + y_f(t) \cdot \bar{j} + z_f(t) \cdot \bar{k}$$

точок зачеплення:

$$\bar{f}(t) = \bar{c}(t, u(t), v(t));$$

або

$$x_f(t) = x_c(t, u(t), v(t));$$

$$y_f(t) = y_c(t, u(t), v(t));$$

$$z_f(t) = z_c(t, u(t), v(t));$$

Для знаходження радіусу- вектора точок поверхонь обертання, які розшукуються в системі координат  $O_v X_v Y_v Z_v$ , жорстко связаной с тілом обертання, перейдемо спочатку від системи координат  $O_{xyz}$  к системе координат  $O_v X_v Y_v Z_v$ , яка повернута навколо вісі  $O_x = O_v \cdot X_v$  на кут  $\alpha_v$  та перенесена вдовж неї на відстань  $(\alpha_v)^{v+1} \alpha_v$ .

Вважаючи  $\bar{e}_v(t, u) = x_{e_v}^v(t, u) \cdot \bar{i} + y_{e_v}^v(t, u) \cdot \bar{j} + z_{e_v}^v(t, u) \cdot \bar{k}_v$ ,

знаходимо:

$$x_{e_v}^v(t, u) = x_{e_v}(t, u) + (-1)^v \alpha_v;$$

$$y_{e_v}^v(t, u) = y_{e_v}(t, u) \cdot \cos \alpha_v + z_{e_v}(t, u) \cdot \sin \alpha_v;$$

$$z_{e_v}^v(t, u) = -y_{e_v}(t, u) \cdot \sin \alpha_v + z_{e_v}(t, u) \cdot \cos \alpha_v;$$

Остается перейти от системы координат  $O_v X_v Y_v Z_v$  к подвижной системе координат  $O_v X_v Y_v Z_v$ , жестко связанной с телом и повернутой вокруг оси  $O_v Z_v = O_v Z_v$  на угол  $\varphi_v(t) = \omega_v t$ .

Залишається перейти від системи координат  $O_v X_v Y_v Z_v$  до рухливої системи координат  $O_v X_v Y_v Z_v$ , жорстко пов'язаної з тілом і поверненої довкола осі на кут  $\varphi_v(t) = \omega_v t$ .

$$\text{Вважаючи} \quad \bar{e}_v(t, u) = x_{e_v}^v(t, u) \cdot \bar{i} + y_{e_v}^v(t, u) \cdot \bar{j} + z_{e_v}^v(t, u) \cdot \bar{k}_v,$$

$$\text{знаходимо:} \quad x_{e_v}^v(t, u) = x_{e_v}^v(t, u) \cdot \cos \varphi_v(t) + y_{e_v}^v(t, u) \cdot \sin \varphi_v(t);$$

$$y_{e_v}^v(t, u) = -x_{e_v}^v(t, u) \cdot \sin \varphi_v(t) + y_{e_v}^v(t, u) \cdot \cos \varphi_v(t);$$

$$z_{e_v}^v(t, u) = z_{e_v}^v(t, u)$$

Останні формули вирішують поставлену задачу: вони в координатній формі задають спряжену квазігвинтову поверхню зачеплення  $S_v$ , що обмежує тіло.

Розроблений метод спряженої квазігвинтової поверхні зачеплення визначення інтерференції зубчастих передач, дозволяє отримувати аналітичну модель по сучасним технологіям для виготовлення зубчастих зачеплень, що виключають інтерференцію.

Досліджений метод моделювання загального вигляду виключення інтерференції спряжених квазігвинтових поверхонь, дозволяють уникнути підрізувань, заклинювань і небезпечної концентрації напружки, а також підвищується точність і надійність, при виготовлення деталей в машинобудуванні.

*Перспективи попередніх досліджень.* З метою підвищення точності і надійності широкого класу виробів космічних кораблів, авіації, машинобудування розроблені наукові основи формування спряжених квазігвинтових поверхонь, що виключають інтерференцію і на їх базі геометрична, математична і комп'ютерна моделі.

Подальші дослідження проводитимуться у напрямі розповсюдження використання побудови спряжених квазігвинтових поверхонь на базі параметричного кінематичного гвинта, а також для сприяння вирішення проблеми виключення інтерференції при профілізації деталей в машинобудуванні.

Точність і продуктивність побудови кінематичних поверхонь із застосуванням комп'ютерних технологій, може бути основою формування точних методів проектування спряжених квазігвинтових поверхонь зубчастих зачеплень, забезпечить їх оптимальну форму і розміри з точки зору надійності і точності профілізації і підвищення продуктивності конструкторських робіт.

### Література.

1. Подкорытов А.Н. Определение интерференции и профилирование сопряженных винтовых нелинейчатых поверхностей со сложным криволинейным профилем применительно к червячным фрезам. Прикладная геометрия и инженерная графика. Омск, 1972.
2. Подкорытов А.Н. Автоматизация, электронное моделирование и исследование интерференции сопряженных криволинейных поверхностей на базе ЭВМ. – Омск: Зап. - сиб. кн. изд-во, 1976, 168 с.
3. 1. А.Н.Подкорытов. Исключение интерференции сопряженных поверхностей зубчатых передач. INTERNATIONAL CONGRES-GEAR TRANSMISSIONAL, Sofia-BULGARIA, 1995, с.143-145.
4. Ісмаїлова Н.П. Спряжені поверхні із точковим контактом // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці. - Таврійська державна агротехнічна академія – Вип. 4 т.35. – Мелітополь, 2007. – С.156-159.
5. Ісмаїлова Н.П. Комплексний спосіб формування спряжених нелінійчатих поверхонь / Н.П. Ісмаїлова // Збірник наукових праць. Вісник КНУБА, – Київ, 2009. – С. 220-224.

Стаття надійшла до редакції 08.09.2015.