

УДК 539.3

**А.О. Сяський, В.В. Кот, Н.В. Шинкарчук**  
 Рівненський державний гуманітарний університет  
**ЗГИН КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З РОЗІМКНЕНИМ**  
**МІЖФАЗНИМ РЕБРОМ ЖОРСТКОСТІ**

*Побудовано математичну модель задачі розрахунку згинальних напружень у кусково-однорідній ізотропній пластинці з розіmkненим міжфазним ребром жорсткості. Наближений розв'язок системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь задачі здійснено методом механічних квадратур і колокації. Розглянуто числовий приклад.*

*Ключові слова:* ізотропна пластинка, пружний диск, напружено-деформований стан, сингулярні інтегро-диференціальні рівняння, часткове сполучення.

**А. А. Сяський, В.В. Кот, Н.В. Шинкарчук**  
**ИЗГИБ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ С РОЗОМКНУТЫМ**  
**МЕЖФАЗНЫМ РЕБРОМ ЖЕСТКОСТИ**

*Построена математическая модель задачи расчета изгибных напряжений в кусочно-однородной изотропной пластинке с розомкнутым межфазным ребром жесткости. Приближенное решение системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений задачи осуществлено методом механических квадратур и коллокации. Рассмотрен числовой пример.*

*Ключевые слова:* изотропная пластинка, упругий диск, напряженно-деформированное состояние, сингулярные интегро-дифференциальные уравнения, частичное соединение.

**A.O. Syasky, V.V. Kot, N.V. Shynkarchuk**  
**BENDING OF HOMOGENOUS AND LUMP ISOTROPIC PLATE**  
**WITH DISCONNECTED INTERPHASE STIFFENING RIB**

*The problem of calculation the stress-strain state of homogenous and lump plate with an infinite plate with a circular hole and round flexible disk partial connected by a thin elastic rib with variable bending and torsional stiffness has been considered.*

*Endless plate was in a cylindrical bending to infinity created uniformly distributed moments acting in the directions of coordinate axes. In the center of the disc was concentrated couple applied forces.*

*Modeling connection rib by flexible lines with variable bending and torsional stiffness boundary conditions of the problem was formulated in the form of equity in the normal rotation angles contour points between the plate and the rib, rib and disk.*

*The angles of rotation normal to the common middle plane of the plate and disk has been submitted by integral relations with logarithmic kernels. Their substitution into the boundary conditions leads to a system of singular integral-differential equations, which was complemented by unique deflection plate and conditions equilibrium of connection rib and disk.*

*Approximate solution of the problem has been performed by mechanical quadrature and collocation method. This method was used in the specific example at study of the influence of relative stiffness of the disk on the distribution of of momentary strains on the lines of demarcation materials plate, connection rib and disk.*

*Key words:* isotropic plate, flexible disc, stress-strain state, singular integral-differential equations, partial connection.

**Вступ.** У сучасному машинобудуванні, як ланки механізмів та машин, широкого застосування набули кусково-однорідні елементи конструкцій, що містять пластинку з круговим отвором і круглий пружний диск, які сполучені між собою тонким пружним міжфазним ребром. При згині таких складених пластин на межах поділу матеріалів виникають зони високої концентрації напружень. Наявність таких зон може призвести до передчасного руйнування пластинчастої конструкції і механізму в цілому. Тому при їх проектуванні необхідно досліджувати залежність між напружено-деформованим станом на межах поділу матеріалів пластинки, фізико-геометричними параметрами міжфазного ребра і прикладеним зовнішнім навантаженням.

Розрахунок і аналіз напружено-деформованого стану в кусково-однорідній пластинці з розіmkненим міжфазним ребром жорсткості розміщеним симетрично відносно осі  $Ox$  для випадку двостороннього згину на нескінченності за відсутності навантаження на диск наведено в роботі [1]. Обираючи за модель сполучувального ребра пружну лінію сталої жорсткості на згин і кручення, побудовано систему чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь з ядрами Гільберта для визначення контактних моментних напружень. Її наближений розв'язок реалізовано методом механічних квадратур і колокації.

В даній статті запропоновано новий підхід до визначення напруженого стану в кусково-однорідній ізотропній пластинці з розіmkненим сполучувальним ребром змінної жорсткості на

згин і кручення загального положення на межі пластини та диска за дії згинального навантаження, прикладеного на нескінченності та зосередженого навантаження в центрі диска.

**Постановка задачі.** Нехай в круговий отвір радіусом  $R_0$  і контуром  $L$  нескінченної ізотропної пластинки товщиною  $2h$  вставлено круглий ізотропний диск  $L^{(1)}$  такої ж товщини. На ділянці  $L_1 = [\alpha_0, \beta_0]$  диск і пластинка сполучені між собою тонким пружним ребром сталої ширини  $2h_0$  та змінної товщини  $b_l$ . Систему декартових  $(x, y)$  і полярних  $(\rho, \lambda)$  координат у спільній серединній площині кусково-однорідної пластинки оберемо так, як показано на рис. 1. На нескінченності пластинка згинається рівномірно розподіленими моментами  $M_1$  та  $M_2$ , що діють у напрямках координатних осей. У центрі диска діє зосереджена пара сил з компонентами  $(M_x^{(1)}, M_y^{(1)})$ .

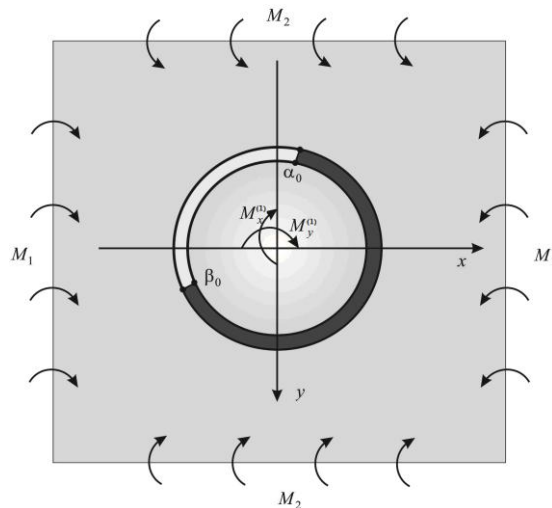


Рис. 1. Розрахункова схема пластинки

Розв'язання задачі полягає у визначенні компонент напружено-деформованого стану на контурі отвору пластинки, контурі диска та в сполучувальному ребрі.

Моделюючи сполучувальне ребро пружною лінією змінної жорсткості на згин  $g_1(s)$  ( $s$  – дуга на  $L$ ) і кручення  $g_2(s)$ , яка розміщена в серединній площині пластинки, крайові умови на лініях поділу матеріалів записуються у вигляді рівності деформацій пластинки і ребра, ребра і диска. На підставі [1] їх можна подати у такому вигляді:

$$X = -\frac{1}{g_1} \{ \cos(\lambda) \Delta f_1(\lambda) + \sin(\lambda) \Delta f_2(\lambda) \}; \quad Y = \frac{1}{g_2} \{ \cos(\lambda) \Delta f_2(\lambda) - \sin(\lambda) \Delta f_1(\lambda) \}; \quad (1)$$

$$X = X^{(1)}; \quad Y = Y^{(1)}.$$

Тут введено позначення:  $X, Y, X^{(1)}, Y^{(1)}$  – деформації згину і кручення контурів  $L$  і  $L^{(1)}$ , які мають вигляд [1]:

$$\begin{aligned} X &= \frac{k}{3+\nu} \left[ (1+\nu) M_\rho(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} M_\rho(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} P(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + X_0^* \right]; \\ Y &= -\frac{k}{3+\nu} \left[ (1+\nu) P(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} P(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} M_\rho(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + Y_0^* \right]; \\ X^{(1)} &= \frac{k_1}{3+\nu_1} \left[ (1+\nu_1) M_\rho^{(1)}(\lambda) - \frac{2}{(1+\nu_1)\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} M_\rho^{(1)}(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} P^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + X_1^0 \right]; \\ Y^{(1)} &= -\frac{k_1}{3+\nu_1} \left[ (1+\nu_1) P^{(1)} - \frac{1+\nu_1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} P^{(1)}(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} M_\rho^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt - Y_1^0 \right], \text{ де} \end{aligned} \quad (2)$$

$$X_0^* = -\frac{3+\nu}{1+\nu}(M_1 + M_2) - 2(M_2 - M_1)\cos 2\lambda - \frac{1-\nu}{2\pi}(M_y^{(1)} \cos \lambda - M_x^{(1)} \sin \lambda);$$

$$Y_0^* = 2(M_2 - M_1)\sin 2\lambda + \frac{1-\nu}{2\pi}(M_x^{(1)} \cos \lambda + M_y^{(1)} \sin \lambda) + \tilde{C}_1[4 - (1-\nu)]; \quad X_1^0 = \frac{5-\nu_1}{2\pi}(M_y^{(1)} \cos \lambda - M_x^{(1)} \sin \lambda);$$

$$Y_1^0 = \frac{1+3\nu_1}{2\pi}(M_x^{(1)} \cos \lambda + M_y^{(1)} \sin \lambda); \quad k = \frac{1}{D(1-\nu)}; \quad D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}$$

– циліндрична жорсткість пластинки на згин;  $E, \nu$  – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона її матеріалу;

$$f_1(t) + if_2(t) = i \int_{\alpha_0}^{\lambda} (M_\rho + iP) e^{it} dt; \quad f_1^{(1)} + if_2^{(1)} = i \int_{\alpha_0}^{\lambda} (M_\rho^{(1)} + iP^{(1)}) e^{it} dt; \quad M_\rho, P, M_\rho^{(1)}, P^{(1)}$$

– контактні моменти на контурах пластинки і диска відповідно;  $\Delta f_1 + i\Delta f_2 = (f_1 - f_1^{(1)}) + i(f_2 - f_2^{(1)})$ . Величини відзначені індексом 1 мають для диска той же самий зміст, що і величини без індексу для пластини.

Якщо в (1) замість  $X, Y, X^{(1)}, Y^{(1)}$  підставити їх інтегральні подання через функції  $M_\rho, P, M_\rho^{(1)}, P^{(1)}$  з (2), то одержимо систему чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь для визначення контактних моментів в зоні часткового, сполучення контуру пластини і контуру диска тонким пружним ребром [1]. Така система переозначена, оскільки для виконання умов рівноваги ребра і диска [1-4] вона не містить необхідну кількість сталих. Це зумовлено тим, що граничні умови (1) містять другі похідні від прогину  $w$ , а природні граничні умови другої основної задачі технічної теорії згину пластин повинні містити лише похідні першого порядку [2]. Щоб усунути цю невідповідність, сформулюємо граничні умови задачі у вигляді рівності кутів повороту нормалі до серединної площини пластинки, диска і ребра. Диференціюючи по  $s$  співвідношення [2]

$$\frac{\partial w}{\partial x} + i \frac{\partial w}{\partial y} = e^{i\theta} \left( \frac{\partial w}{\partial n} + i \frac{\partial w}{\partial s} \right),$$

одержимо

$$d \left( \frac{\partial w}{\partial x} + i \frac{\partial w}{\partial y} \right) = ie^{i\lambda} (X - iY) d\lambda. \quad (3)$$

Підставляючи (1) в (3), після певних спрощень отримаємо:

$$d \left( \frac{\partial w}{\partial x} + i \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{g_1} \left\{ \left[ \Delta f_2(t) \left[ \cos^2 t + \frac{g_1}{g_2} \sin^2 t \right] + \Delta f_1(t) \sin t \cos t \left( 1 - \frac{g_1}{g_2} \right) \right] + \right. \\ \left. + i \left[ \Delta f_2(t) \cos t \sin t \left( \frac{g_1}{g_2} - 1 \right) - \Delta f_1(t) \left[ \cos^2 t + \frac{g_1}{g_2} \sin^2 t \right] \right] \right\} d\lambda; \quad (4)$$

$$d \left( \frac{\partial w}{\partial x} + i \frac{\partial w}{\partial y} \right) = d \left( \frac{\partial w_1}{\partial x} + i \frac{\partial w_1}{\partial y} \right).$$

Внаслідок інтегрування (4) на проміжку  $[\beta_0, \lambda]$  одержимо уточнений інтегральний варіант граничних умов задачі:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left[ f_2(t) \left( \sin^2 t + \frac{g_1}{g_2} \cos^2 t \right) + f_1(t) \left( 1 - \frac{g_1}{g_2} \right) \sin t \cos t \right] dt - \\ - \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left[ f_2^{(1)}(t) \left( \sin^2 t + \frac{g_1}{g_2} \cos^2 t \right) + f_1^{(1)}(t) \left( 1 - \frac{g_1}{g_2} \right) \sin t \cos t \right] dt + a_1^*; \\ \frac{\partial w}{\partial y} = \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left[ f_2(t) \left( \frac{g_1}{g_2} - 1 \right) \sin t \cos t - f_1(t) \left( \cos^2 t + \frac{g_1}{g_2} \sin^2 t \right) \right] dt - \quad (5)$$

$$-\int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left[ f_2^{(1)}(t) \left( \frac{g_1}{g_2} - 1 \right) \sin t \cos t - f_1^{(1)}(t) \left( \cos^2 t + \frac{g_1}{g_2} \sin^2 t \right) \right] dt + b_1^* ;$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_1}{\partial x} ; \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_1}{\partial y} ,$$

де  $a_1^*$ ,  $b_1^*$  - дійсні сталі.

Величини  $\frac{\partial w}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial w}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial w_1}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial w_1}{\partial y}$  на контурі пластинки і диска відповідно визначаються за формулами [3, 5], які при заданому навантаженні можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{k}{3+\nu} \{ (1+\nu) f_1(\lambda) - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + R_0(\lambda) \} + a_0^* ;$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{k}{3+\nu} \{ (1+\nu) f_2(\lambda) + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + Q_0(\lambda) \} + b_0^* .$$

(6)

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{k_1}{3+\nu_1} \left[ (1+\nu_1) f_1^{(1)} + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2^{(1)'}(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + R_0^{(1)}(\lambda) \right] + a_0^{(1)} ;$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} = \frac{k_1}{3+\nu_1} \left[ (1+\nu_1) f_2^{(1)} - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1^{(1)'}(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + Q_0^{(1)}(\lambda) \right] + b_0^{(1)} .$$

Тут введено позначення

$$R_0(\lambda) = 2(M_2 - M_1) \cos \lambda - \frac{3+\nu}{1+\nu} (M_1 + M_2) \cos \lambda + \frac{M_x^{(1)}}{2\pi} (1+\nu) \lambda - \tilde{C}_1 [(3+\nu) \sin \lambda] ;$$

$$Q_0(\lambda) = -2(M_2 - M_1) \sin \lambda - \frac{3+\nu}{1+\nu} (M_1 + M_2) \sin \lambda + \frac{M_y^{(1)}}{2\pi} (1+\nu) \lambda + \tilde{C}_1 [(3+\nu) \cos \lambda] ;$$

$$R_0^{(1)}(\lambda) = \frac{M_x^{(1)}}{2\pi} (1+\nu_1) \lambda - \frac{1-\nu_1}{2\pi} (M_x^{(1)} \sin 2\lambda - M_y^{(1)} \cos 2\lambda) + \alpha_1 \cos \lambda + \beta_1 \sin \lambda ;$$

$$Q_0^{(1)}(\lambda) = \frac{M_y^{(1)}}{2\pi} (1+\nu_1) \lambda + \frac{1-\nu_1}{2\pi} (M_y^{(1)} \sin 2\lambda + M_x^{(1)} \cos 2\lambda) + \alpha_1 \sin \lambda - \beta_1 \cos \lambda ;$$

$$\alpha_1 = \frac{1-\nu_1}{1+\nu_1} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} (f_1^{(1)'} \sin t - f_2^{(1)'} \cos t) dt ; \quad \beta_1 = \frac{1-\nu_1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} (f_1^{(1)'} \cos t + f_2^{(1)'} \sin t) dt ;$$

$a_0^*$ ,  $b_0^*$ ,  $a_0^{(1)}$ ,  $b_0^{(1)}$ ,  $\tilde{C}_1$  - дійсні сталі.

Підстановка (6) в граничні умови (5), приводить до системи чотирьох сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь для визначення функцій  $f_1'$ ,  $f_2'$ ,  $f_1^{(1)'}$ ,  $f_2^{(1)'}$

$$-\int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left[ f_2(t) \left\{ \sin^2 t + \frac{g_1}{g_2} \cos^2 t \right\} + f_1(t) \sin t \cos t \left( 1 - \frac{g_1}{g_2} \right) \right] dt +$$

$$+ \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left[ f_2^{(1)}(t) \left\{ \sin^2 t + \frac{g_1}{g_2} \cos^2 t \right\} + f_1^{(1)}(t) \sin t \cos t \left( 1 - \frac{g_1}{g_2} \right) \right] dt +$$

$$+ \left\{ (1+\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1'(t) dt - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + R_0(\lambda) \right\} + a_3^* = 0 ;$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1^*} \left[ f_2(t) \sin t \cos t \left( \frac{g_1}{g_2} - 1 \right) - f_1(t) \left\{ \cos^2 t + \frac{g_1}{g_2} \sin^2 t \right\} \right] dt + \\
 & + \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1^*} \left[ f_2^{(1)}(t) \sin t \cos t \left( \frac{g_1}{g_2} - 1 \right) - f_1^{(1)}(t) \left\{ \cos^2 t + \frac{g_1}{g_2} \sin^2 t \right\} \right] dt + \quad (7) \\
 & + \left\{ (1+\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + Q_0(\lambda) \right\} + b_3^* = 0; \\
 & (1+\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1'(t) dt - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2' \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{k_1(3+\nu)}{k(3+\nu_1)} \left[ (1+\nu_1) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1^{(1)'}(t) dt + \right. \\
 & \left. + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2^{(1)'}(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + R_0^{(1)}(\lambda) \right] + R_0(\lambda) + a_4^* = 0; \\
 & (1+\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{k_1(3+\nu)}{k(3+\nu_1)} \left[ (1+\nu_1) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2^{(1)'}(t) dt - \right. \\
 & \left. - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1^{(1)'}(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + Q_0^{(1)}(\lambda) \right] + Q_0(\lambda) + b_4^* = 0,
 \end{aligned}$$

де  $g_1^* = g_1 \frac{k}{3+\nu}$ ;  $a_3^*, b_3^*, a_4^*, b_4^*$  – дійсні сталі. Цю систему доповнюємо умовою однозначності прогину пластинки [1]

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} \{ f_1'(t) \cos t - f_2'(t) \sin t \} dt - \tilde{C}_1 = 0, \quad (8)$$

умовами рівноваги диска і сполучувального ребра [1-3, 5]

$$\begin{aligned}
 f_1^{(1)}(\beta_0) &= -M_x^{(1)}, f_2^{(1)}(\beta_0) = -M_y^{(1)}; \\
 \Delta f_1(\beta_0) &= 0, \Delta f_2(\beta_0) = 0,
 \end{aligned} \quad (9)$$

та умовами зв'язку між функціями  $f_1(x), f_2(x), f_1^{(1)}(x), f_2^{(1)}(x)$  і їх похідними

$$\begin{aligned}
 f_1(\lambda) - \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1'(t) dt &= 0; & f_2(\lambda) - \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2'(t) dt &= 0; \\
 f_1^{(1)}(\lambda) - \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1^{(1)'}(t) dt &= 0; & f_2^{(1)}(\lambda) - \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2^{(1)'}(t) dt &= 0.
 \end{aligned} \quad (10)$$

**Результати числового розрахунку.** Наближений розв'язок задачі знайдено методом механічних квадратур і колокації, яким досліджено вплив на напружений стан кусково-однорідної пластинки відносної жорсткості диска і зовнішнього навантаження. Результати розрахунку моментних напружень на лінії поділу матеріалів пластинки, ребра і диска для випадку  $M_y^{(1)} \neq 0, M_x^{(1)} = M_1 = M_2 = 0$  наведені на рис. 2-3. Розрахунки проведені при  $h_0/h = 1, b_l/R_0 = 1/20, E_0/E = 1, \alpha_0 = -80^\circ, \beta_0 = 80^\circ$ . Штрихові лінії відповідають випадку  $E_1/E = 1$ , пунктирні  $E_1/E = 10$ , штрихпунктирні  $E_1/E = 0.1$ .

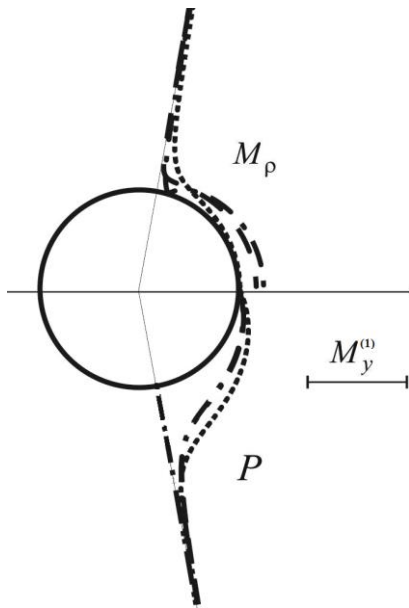


Рис. 2. Розподіл нормальних  $M_\rho$  і дотичних  $P$  моментів на контурі отвору пластинки

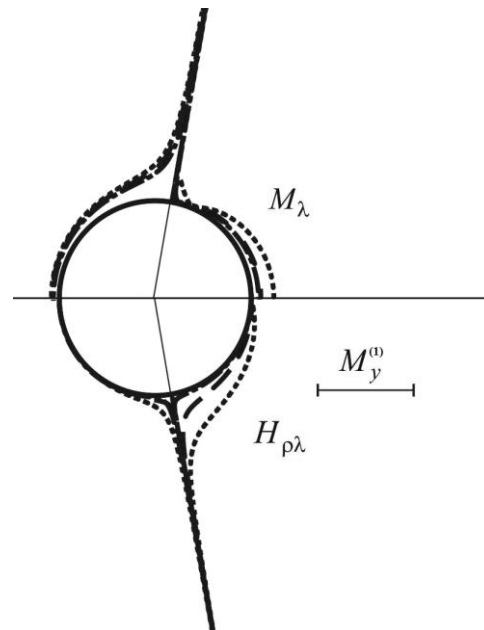


Рис. 3. Розподіл кільцевих  $M_\lambda$  і крутних  $H_{\rho\lambda}$  моментів на контурі отвору пластинки

**Висновки.** У результаті числових розрахунків встановлено:

- збільшення відносної жорсткості диска призводить до збільшення на ділянці сполучення кільцевих, крутних і дотичних моментів. Для нормальних моментів спостерігається обернена залежність;
- поза ділянкою сполучення значення кільцевих і крутних моментів практично не залежать від відносної жорсткості диска;
- в околі торців сполучувального ребра всі моменти набувають необмежених значень.

1. Сяський А. А. Метод коллокации в задачах изгиба кусочно-однородных пластин с круговыми включениями / А. А. Сяський // Теория оболочек и пластин: XIII Всесоюз. конф. (Таллин, сент. 1983 г.). – Таллин: ТПИ, 1983. – С. 177–182.
2. Савин Г. Н. Пластинки и оболочки с ребрами жесткости / Г. Н. Савин, Н. П. Флейшман. – К.: Наук. думка, 1964. – 384 с.
3. Сяський А. Напружений стан пластинки з частково підсилим криволінійним контуром при її циліндричному згині / А. Сяський, В. Кот // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2011. – Т.16, №2. – С. 30–36.
4. Бережницький Л. Т. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин / Л. Т. Бережницький, М. В. Делявский, В. В. Панасюк. – К.: Наук. думка, 1979. – 400 с.
5. Сяський А. Згин зварної пластинчастої конструкції за контакту берегів колового міжфазного розрізу / А. Сяський, К. Музичук, В. Кот // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2013. – №1 (69). – С. 20–30.

Стаття надійшла до редакції 8.10.2015.