

УДК: 691.3

А.Є. Лісничук, В.П. Силованюк, Р.Я. Юхим

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка

РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ МІЦНОСТІ ТА ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ФІБРОБЕТОНУ

Запропоновано модель деформування та руйнування композита на основі цементної матриці (фібробетону) за розтягу, яка враховує мікротріщини і пори в структурі матеріалу та наявність армувальних волокон. Встановлено розрахункові формули для оцінювання та прогнозування міцності за розтягу та тріщиностійкості фібробетону. Проаналізовано вплив пористості та об'ємного вмісту армувальних волокон на міцність і тріщиностійкість композита. Встановлено основні чинники, що формують опір композитного матеріалу поширенню у ньому тріщини. Експериментальні дослідження та розрахунки свідчать про суттєве зростання міцності на розтяг і тріщиностійкості зі збільшенням об'ємного вмісту фібри. Отримано інженерні залежності для розрахунку характеристик міцності й тріщиностійкості, які дають можливість цілеспрямовано формувати оптимальний склад композита.

Ключові слова: міцність на розтяг, тріщиностійкість, розрахункова модель, фібробетон.

А.Е. Лисничук, В.П. Сылованюк, Р.Я. Юхим,

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЧНОСТИ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ФИБРОБЕТОНА

Предложена модель деформирования и разрушения композита на основе цементной матрицы (фибробетона) на растяжения, которая учитывает микротрещины и поры в структуре материала и наличие армирующих волокон. Установлены расчетные формулы для оценки и прогнозирования прочности на растяжения и трещиностойкости фибробетона. Проанализировано влияние пористости и объемного содержания армирующих волокон на прочность и трещиностойкость композита. Установлены основные факторы, формирующие сопротивление композитного материала распространению в нем трещины. Экспериментальные исследования и расчеты свидетельствуют о существенном росте прочности на растяжение и трещиностойкости с увеличением объемного содержания фибры. Получены инженерные зависимости для расчета прочности и трещиностойкости, которые дают возможность целенаправленно формировать оптимальный состав композита.

Ключевые слова: прочность на растяжение, трещиностойкость, расчетная модель, фибробетон.

A.Ye. Lisnichuk, V. P. Sylovanyuk, R.Ya. Yukhym

CALCULATION MODEL OF STRENGTH AND FRACTURE TOUGHNESS FIBER REINFORCED CONCRETE

The model of deformation and fracture of composite-based cement matrix (fiber concrete) under tension, which allows for cracks and pores in the material structure and the presence of reinforcing fibers. Formulas for estimating and forecasting for tensile strength and fracture toughness fiber-reinforced concrete was established. The influence of porosity and volume content of reinforcing fibers for strength and fracture toughness of the composite. The basic factors that form the composite material resisting the spread of cracks in it. Experimental studies and calculations indicate a significant increase in tensile strength and fracture toughness with increased fiber volume content. An engineering calculation depending on the characteristics of strength and fracture toughness, which enable purposefully form the optimal composition of the composite.

Keywords: tensile strength, fracture toughness, calculation model, fiber reinforced concrete.

Постановка проблеми. Одним із перспективних конструкційних матеріалів, який набуває широкого застосування в будівельній практиці є дискретно армований бетон (фібробетон). Його перевага перед класичним бетоном полягає в тому, що він дозволяє мінімізувати такі недоліки бетону, як низька міцність під час розтягування та висока крихкість, мала енергія руйнування. Присутність оптимального вмісту армуючих волокон у бетоні підвищує його міцність, тріщиностійкість, щільність, однорідність, водопотребу, а також зменшує пористість бетону, ймовірність розтріскування під час тверднення.

Найбільш поширеними фібрами, які використовують в промисловості є стальна, поліпропіленова, скляна та базальтова. Стальна фібра не забезпечує необхідної однородності бетону, піддається корозії, що негативно відображається на довговічності бетону та міцнісних характеристиках. Скляна фібра з часом кородує за рахунок проходження реакції гідратації, і її взаємодія з бетоном з часом нівелюється, що приводить до падіння згинної міцності та тріщиностійкості. В цьому відношенні, кращими властивостями володіє базальт, який має вищу хімічну стійкість та високу адгезію з бетоном.

Одним із основних критеріїв у сучасних підходах при виборі конструкційних матеріалів є їх тріщиностійкість. Для бетону характеристики тріщиностійкості особливо важливі, оскільки це крихкий матеріал і руйнування його, як правило, відбувається внаслідок поширення тріщини.

Зазвичай, досліджуючи тріщиностійкість бетонів абстрагуються від їх структурної неоднорідності, рахуючи матеріал суцільним і однорідним. Такий підхід до визначення

тріщиностійкості бетону конкретного складу дає, звичайно, достовірні дані. Однак, на їх основі неможливо прогнозувати зміну тріщиностійкості матеріалу при зміні параметрів котроїсь із фаз.

В роботі досліджена міцність та тріщиностійкість цементного каменю дисперсно армованого різними видами фібри. Для цього виготовлені дослідні зразки з різним об'ємним вмістом фібри. Проведені експериментальні дослідження на гладких зразках та з тріщиноподібними концентраторами з метою встановлення впливу об'ємного вмісту фібри на міцнісні властивості цементного каменю. Відзначено покращення міцнісних властивостей композитного матеріалу зі збільшенням вмісту армуючих волокон.

Таблиця 1.

Механічні характеристики фібри

Назва фібри	Густина, g/cm ³	Міцність на розрив, МПа	Модуль пружності, GPa
Базальтова	2,65	1200	12
Вуглецева	2	2000	245
Скляна	2,6	1050	75
Стальна	7,8	900	200
Поліпропіленова	0,9	500	5

При проектуванні нових із наперед заданими службовими властивостями композитних матеріалів на основі бетонної матриці важливе значення має встановлення кореляційних аналітичних залежностей для прогнозування та оцінювання міцності та тріщиностійкості цих матеріалів за механічними та геометричними параметрами їх структурних складових (пор, наповнювачів, армуючих елементів). Такі залежності дають можливість цілеспрямовано формувати оптимальний склад композиту із заданими службовими характеристиками, зокрема, тріщиностійкістю.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для встановлення процесів руйнування бетону розвивались теорії, які можна розділити на три напрями. Феноменологічні теорії мають найбільше практичне значення, однак на їх основі не можна прогнозувати міцність бетону, оскільки вони не встановлюють фізичних причин, що ведуть до руйнування. Статистичні теорії більш детально аналізують явища руйнування, однак і вони зазвичай не вкладають реального фізичного змісту в суть цього явища. Структурні теорії глибше вивчають структуру матеріалу, його поведінку під навантаженням. Однак, як правило, розглядають ізольовані дефекти, без врахування взаємодії, і як наслідок, не можуть описати весь процес руйнування бетону, який полягає в накопиченні і розвитку тріщин.

Для визначення міцності композитів на цементній основі, які експлуатуються в умовах простих навантажень, існує альтернативний теоретичним – експериментальний метод. Він дає змогу отримати достовірні результати щодо міцності матеріалу. Однак вони стосуються лише конкретного співвідношення складників композита і не дозволяють дати рекомендації для конструювання матеріалу із заданими службовими властивостями. Вплив пор на міцність цементного каменю з позицій механіки руйнування та методів статистики проведено в монографії [9]. Отримано [10] розрахункову формулу, що визначає міцність цементного каменю залежно від кількості пор у матеріалі. Використано припущення про правомірність заміни стохастичного розміщення пор у цементному камені регулярним.

Структурна неоднорідність бетонів виявляє суттєвий вплив на поширення тріщини, оскільки включення, якими є наповнювачі (пісок, щебінь) та пори цементного каменю, призводять до перерозподілу напружень біля фронту тріщини, що впливає на величину коефіцієнта інтенсивності напружень, а отже і на інтенсивність критичних навантажень. Звідси випливає, що тріщиностійкість бетонів залежить від форми, розмірів, кількості та механічних характеристик складових фаз. Дослідження свідчать, що іноді включення, пори сприяють розвитку макротріщини, а іноді, навпаки, можуть підвищувати тріщиностійкість матеріалу. Дослідженню характеристик тріщиностійкості бетонів присвячено чимало праць вітчизняних та зарубіжних авторів. Одними з перших робіт в цьому напрямі слід відзначити роботи [14-18].

Постановка завдань. На основі концепцій механіки руйнування розробити математичну модель композитів на основі бетонної матриці для оцінювання і прогнозування міцності та тріщиностійкості цих матеріалів.

Розрахункова модель фібробетону за розтягу. Суттєву роль у міцності фібробетону відіграє бетонна матриця. Розглядаючи бетон як конгломерат цементного каменю, піску та щебеню, розрізняють: мікроструктуру – структура цементного каменю; мезоструктуру – структура цементно-піщаного розчину; макроструктуру – структура системи щебінь–цементно–піщаний розчин (рис. 1).

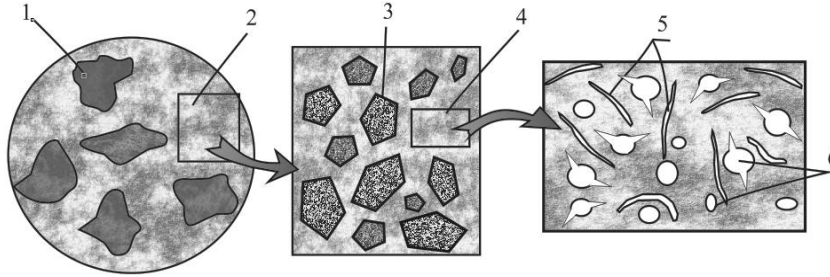


Рис. 1. Структура бетону: 1 – щебінь; 2 – цементно-піщаний розчин; 3 – пісок; 4 – цементний камінь; 5 – мікротріщини; 6 – пори

Кожна з названих структур вносить свій вклад у міцність бетону. На основі експериментів та аналізу структур бетону [8] запропоноване співвідношення, що виражає міцність бетону на розтяг

$$R_{bt} = A_1 R_{bt}^m = A_1 \cdot A_2 \cdot R_{bt}^c, \quad (1)$$

де A_1, A_2 – безрозмірні коефіцієнти, що враховують якість макро- та мезоструктури бетону відповідно; R_{bt}^m, R_{bt}^c – границі міцності цементно-піщаного розчину та цементного каменю відповідно. Крім цього, це співвідношення вказує на те, що міцність бетону на розтяг залежить від параметрів макро- та мезоструктур бетону A_1, A_2 . В традиційних бетонах ці параметри змінюються в межах 0,5...1,5 і залежать від розмірів, міцності та якості підготовки заповнювачів (щебеню, піску). Із співвідношення (1) випливає також, що міцність бетону значною мірою визначається міцністю цементного каменю.

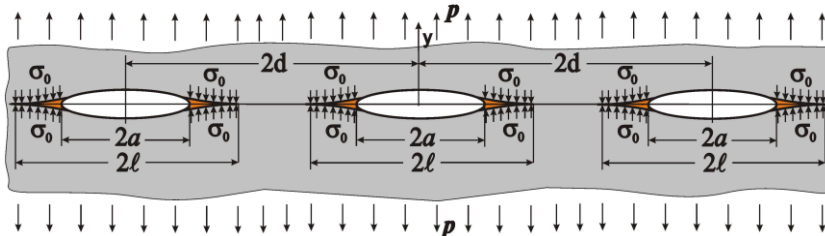


Рис. 2. Схема розміщення колінеарних тріщин

Розглянемо деформування цементного каменю за одновісного розтягу. Моделювання реалізуємо в межах двовимірної моделі тіла. Тріщини та пори з тріщинами на контурі у матеріалі випадково орієнтовані відносно напрямку дії зусиль розтягу. Припустивши, що в одній із площин, перпендикулярній до осі розтягу, тріщиноподібні дефекти колінеарні, отримаємо нижню оцінку міцності матеріалу, оскільки така орієнтація тріщин є найнесприятливіша з погляду міцності. Знехтуємо також впливом дефектів, що знаходяться в паралельних площинах, що збільшить запас розрахункової міцності. Таким чином, розглядаємо схему розміщення дефектів та навантаження тіла, як зображено на рис. 2.

З огляду на малі розміри тріщин і незастосовності до них концепції коефіцієнтів інтенсивності напружень, скористаємось відомим розв'язком задачі [11, 12] про колінеарну систему тріщин (рис. 2) у межах моделі Леонова–Панасюка. В цих працях отримали співвідношення, що пов'яже інтенсивність зовнішнього навантаження p з розміром зони передруйнування

$$p = \frac{2}{\pi} \sigma_0 \arccos \left(\sin \left(\frac{\pi a}{2d} \right) / \sin \left(\frac{\pi l}{2d} \right) \right). \quad (2)$$

Тут за σ_0 позначено границю міцності об'ємів цементного каменю між порами та тріщинами. Приймавши умову злиття зон передруйнування сусідніх тріщин за критерій руйнування матеріалу, отримуємо формулу для оцінки границі міцності цементного каменю за розтягу

$$R_{bt}^c = p_* = \sigma_0 \left(1 - \frac{a}{d}\right). \quad (3)$$

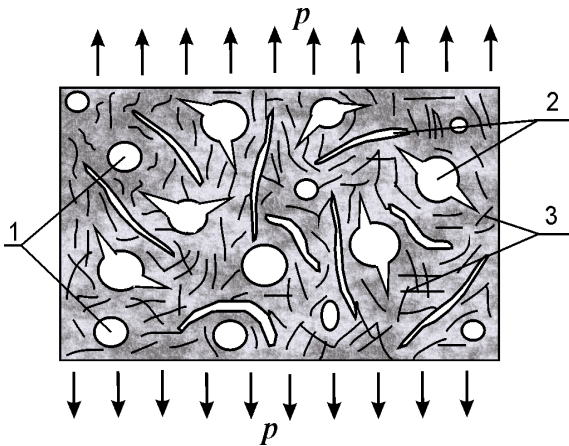


Рис. 3. Схема армованого цементного каменю з порами:
1 – пори; 2 – тріщини; 3 – мікрОВОлокна

Зазначимо, що у формулі відношення розмірів тріщини до відстані між ними a/d відображає вміст дефектів у матеріалі, тобто його пошкодженість.

Розглянемо тепер в умовах розтягу цементний камінь, армований мікрОВОлокнами довільної жорсткості (рис. 3).

Запропонована вище розрахункова схема дає можливість, для армованого цементного каменю отримати залежність для встановлення міцності на розтяг композита. Для цього стримувальний вплив мікрОВОлокна у зонах передруйнування виражаємо рівномірно розподіленими зусиллями σ_0^f . Їх інтенсивність описуємо відомою залежністю Келлі–Тайсона [13], модифікованою для довільного (направленого або хаотичного) дисперсного армування

$$\sigma_0^f = \lambda \sigma_f V_f \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) + \sigma_0 (1 - V_f), \quad (4)$$

де σ_f – міцність волокон; l_c – гранична неефективна довжина волокон; l – довжина волокон; λ – коефіцієнт приведення хаотичного армування до напрямленого [1] ($\lambda = 1$ – для напрямленого армування вздовж осі розтягу; $\lambda = 0,33$ – для хаотичного армування).

Враховуючи залежності (3), (4), отримуємо розрахункову формулу для прогнозування міцності волокнистого композита (фібробетону) на основі цементної матриці

$$R_{bt}^f = \left(1 - \frac{a}{d}\right) \left(\lambda \sigma_f V_f \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) + \sigma_0 (1 - V_f) \right). \quad (5)$$

Наведені (рис. 4) графічні залежності міцності матеріалів R_{bt}^f за різного об'ємного вмісту волокон базальту, поліпропілену, скла та вуглецю та пошкоджень у цементній матриці. Механічні характеристики волокон наведені у табл. 1.

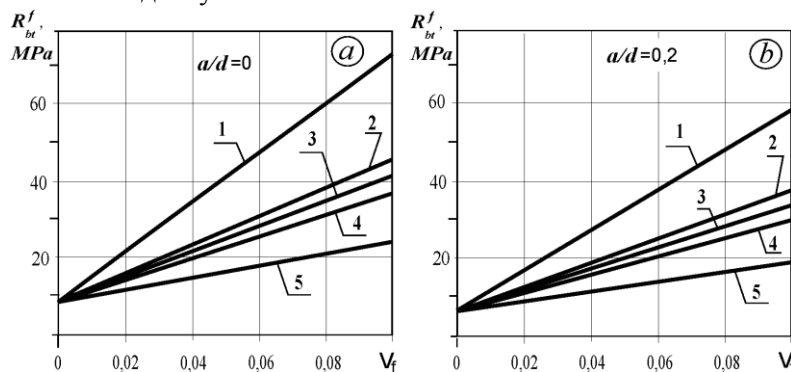


Рис. 4. Залежність прогнозованої міцності композита R_{bt}^f від об'ємного вмісту армувальних волокон: вуглецевих (1); базальтових (2); скловолокон (3); сталеві (4) та поліпропіленові фібри (5); за відсутності пор (а) та параметра пористості $a/d = 0,2$ (б)

Тріщиностійкість цементного каменю. Встановимо спочатку тріщиностійкість зв'язуючої фази композитного матеріалу – цементного каменю. Його основними дефектами є пори, розміри яких можуть змінюватись у широких межах від кількох мікрон до міліметра. Фронт макротріщини в такому матеріалі проходить через пори, внаслідок чого вершина тріщини затуплена з радіусом кривизни максимальних характерних пор ρ (рис. 5). Тріщина відриву поширюватиметься за умови, що деформація ϵ_y в її околі досягне граничного значення ϵ_c . Деформацію на продовженні

початково уже затупленої порами макротріщини встановимо на основі таких міркувань. Деформація уявного включення з нульовими пружними модулями, що заповнює фізичну тріщину в точці $x=a-\rho$ може бути виражена залежністю

$$\varepsilon_y = \int_{2\rho}^{2\rho+\delta} \frac{dy}{y} = \ln\left(1 + \frac{\delta}{2\rho}\right), \quad (6)$$

де δ – розкриття тріщини в точці $x=a-\rho$.

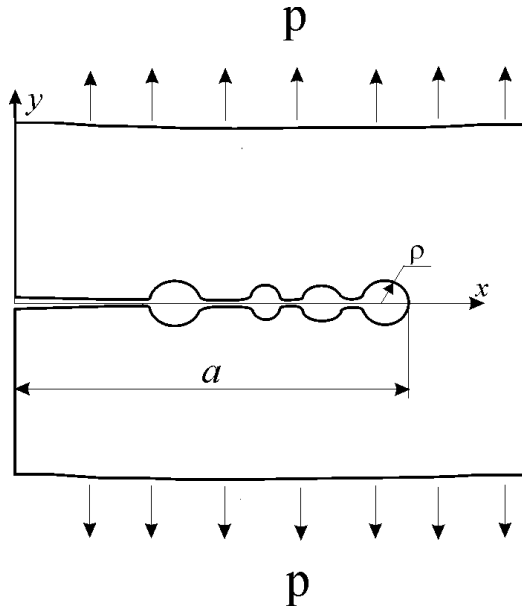


Рис. 5. Схематичне зображення контуру тріщини в матеріалі з порами

матеріалу, відповідно. Беручи до уваги співвідношення (7), (8), отримуємо вираз для обчислення характеристики тріщиностійкості – граничного коефіцієнта інтенсивності напружень K_{IC}

$$K_{IC} = \sqrt{\frac{\sigma_0 E \rho (\exp \varepsilon_c - 1)}{1 - \nu^2}}. \quad (9)$$

Врахувавши залежність модуля пружності E цементного каменю від об'ємного вмісту пор [9]

$$E = E_m (1 - V_p^{2/3}), \quad (10)$$

а також отриману раніше формулу (3) для обчислення міцності цементного каменю від вмісту дефектів типу тріщин на основі виразу (4) отримуємо розрахункову залежність для прогнозування K_{IC}^c цементного каменю

$$K_{IC}^c = \sqrt{\frac{\sigma_B E_m (1 - V_p^{2/3}) \rho (\exp \varepsilon_c - 1) (1 - \omega)}{(1 - \nu^2)}}, \quad (11)$$

де E_m – модуль пружності цементної матриці; V_p – об'ємний вміст пор; σ_B – границя міцності матеріалу матриці; ω – параметр, що відображає пошкодженість матеріалу тріщинами; за напруження σ_0 тут прийнято границю міцності σ_B^c цементного каменю.

Тріщиностійкість фібробетону. Розглянемо тепер композитний матеріал – фібробетон, матрицею якого є цементний камінь, а армувальний матеріал – мікрволокна (базальтові, скляні, вуглецеві тощо). Для таких матеріалів отримана залежність (6) для розрахунку їх міцності за розтягу. Модуль пружності композиту з порами можна розрахувати на основі формули [7]

$$E = E_m (1 - V_p^{2/3}) \left(1 + \frac{V_f}{(m/(m + V_p^{2/3} - 1)) - V_f^{1/3}}\right), \quad m = \frac{E_m}{E_f}, \quad (12)$$

де E_f – модуль пружності волокна.

Враховуючи співвідношення (4), (8), (9), отримуємо залежність для прогнозування тріщиностійкості композитного матеріалу

Згідно з теоремою про консервативність поля деформацій в еліптичному (еліпсоїдальному) включенні [19] та припущенням про еліптичну форму контуру тріщини біля вершини, деформацію на відрізку $a-\rho \leq x \leq a$ можна вважати однорідною. З умови сумісності деформацій уявного включення і матриці в точці $x=a$ слідує, що деформацію матриці в околі макротріщини виражає залежність (6). Таким чином, умовою росту тріщини буде виконання рівності

$$\ln\left(1 + \frac{\delta}{2\rho}\right) = \varepsilon_c, \quad (7)$$

де δ_c – критичне розкриття тріщини.

У механіці руйнування для крихких матеріалів відома залежність [20], що пов'язує розкриття тріщини δ з коефіцієнтом інтенсивності напружень K_I :

$$\delta = \frac{(1 - \nu^2) K_I^2}{\sigma_0 \cdot E}. \quad (8)$$

Тут σ_0 – напруження в зоні передруйнування; E , ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона

$$K_{Ic}^f = \frac{1}{\sqrt{1-\nu^2}} \left((1-\omega) \left(\lambda \sigma_f V_f \left(1 - \frac{r \sigma_f}{l \sigma_m} \right) + \sigma_m (1 - V_f) \right) \times \right. \\ \left. \times \left(E_m (1 - V_p^{2/3}) \left(1 + \frac{V_f}{\left(\frac{m}{m + V_p^{2/3}} - 1 \right) - V_f^{1/3}} \right) \right) \right)^{1/2} \rho (\exp \varepsilon_c - 1)^{1/2} \quad (13)$$

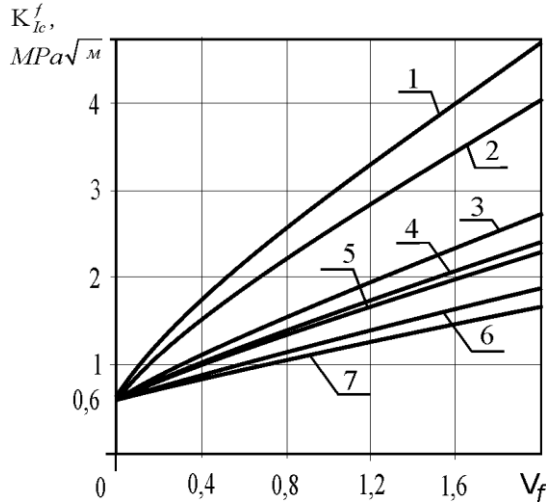


Рис. 6. Прогнозована тріщиностійкість цементного каменю, армованого фіброю: 1 – поліпропіленовою; 2 – поліакрилонітриловою; 3 – скляною; 4 – кевлар 149; 5 – базальтовою; 6 – вуглецевою; 7 – кевлар 29; $\rho=15 \mu\text{m}$

На основі отриманої формули графічно зображено (рис. 6) залежність параметра тріщиностійкості K_{Ic}^f композитного матеріалу від об'ємного вмісту стохастично орієнтованої фібри різної природи та пошкодженості матеріалу порами і тріщинами. Механічні характеристики волокон подані у таблиці.

Експериментальні дослідження.

Щоб підтвердити достовірність отриманих аналітичних залежностей (5) і (10), здійснили експерименти для встановлення міцності композита за розтягу та тріщиностійкості, відповідно, на основі цементної матриці за різного об'ємного вмісту базальтової фібри.

Для приготування розчинів використали такі матеріали:

- фібру базальтову виробництва ТОВ "Технобазальт-Інвест" (табл. 1);
- портландцемент ПЦ ІІ/А-3-500 загально-будівельного призначення ПАТ "Волинь-Цемент";
- гіперпластифікатор на основі полікарбоксилату Verament ТВ-1.

На основі наведених компонент виготовлені призматичні зразки розміром 40×40×160 mm для випробування на розтяг за згину. Водоцементне співвідношення брали 0,4 з пластифікатором Verament ТВ-1 в кількості 0,04% від маси цементу. В дослідженнях використовували фібру (ровінг) завдовжки 12 mm, яка у неексплуатованому стані має вигляд пучків ниток. Розчин перемішували до отримання однорідної суміші упродовж 5 min, після чого ущільнювали на вібраційному столі для видалення повітряних бульбашок, щоб зменшити кількість пор. Усі серії зразків до випробувань знаходились у лабораторних умовах упродовж 27 днів.

Міцність на розтяг та тріщиностійкість матеріалу визначали за схемою триточкового згину.

Результати експериментального визначення міцності (рис. 7) та тріщиностійкості (рис. 8) зображені графічно: суцільна лінія – розрахункові результати, \diamond – експеримент.

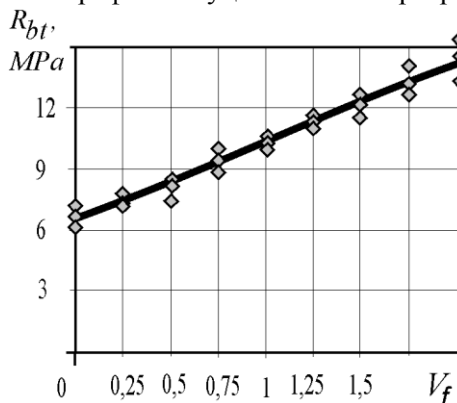


Рис. 7. Міцність на розтяг цементного каменю, армованого різним вмістом базальтової фібри

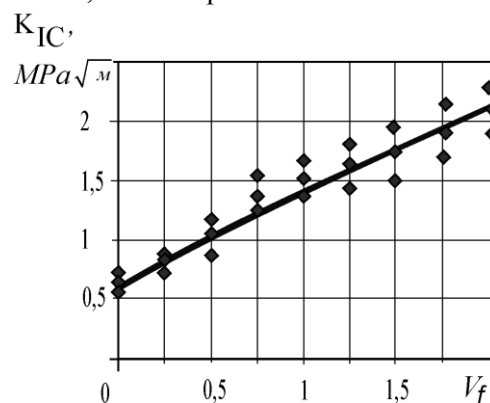


Рис. 8. Залежність тріщиностійкості матеріалу від об'ємного вмісту базальтової фібри

Як бачимо (рис. 7, 8), розрахункові результати достатньо добре узгоджуються з експериментальними. З наведених даних слідує, що при 2% фібри міцність композиту на розтяг зростає більше ніж у два рази, а тріщиностійкість у 3,6 рази порівняно з базовим неармованим матеріалом.

Висновки. У межах концепції механіки руйнування отримана аналітична залежність для прогнозування міцності на розтяг та тріщиностійкості композита на основі цементної матриці. Параметрами в розрахунковій формулі є об'ємні вмісти фібри, матриці та тріщиноподібних дефектів, границі міцності складових композита, геометричні характеристики фібри тощо. Розрахунки свідчать про суттєвий вплив дефектності цементної матриці на міцність композита. Порівняння теоретичних оцінок міцності й тріщиностійкості фібробетона з експериментальними результатами свідчить про достатньо високу достовірність прогнозу міцності за запропонованою тут розрахунковою схемою. Результати досліджень показали, що для забезпечення високої тріщиностійкості композита визначальним чинником є деформаційна здатність армувальних волокон. Найвищу тріщиностійкість матеріалу забезпечило армування поліпропіленовою фіброю, для якої характерна незначна міцність, але висока деформативність. Натомість армування цементного каменю високомодульними і міцними вуглецевими волокнами та кевларом призводить до створення міцних композитних матеріалів, але з дещо нижчими характеристиками тріщиностійкості.

Список використаних джерел:

1. Рабинович Ф. Н. Композиты на основе дисперсно армированных бетонов // Вопросы теории и проектирования, технологии, конструкции. – М.: – 2004. – 560 с.
2. Баженов Ю. М. Технология бетона. – М.: АСВ, 2003. – 500 с.
3. Brandt A. M. Cement-Based Composites: Materials, Mechanical Properties and Performance II Spon Press redition. – 2009, – March, – 544 p.
4. Jefferey M. and Lemm HB Tiber-Reinforced Concrete: Principles, Properties, Developments and applications (Building Materials Science) // William Andrew. – 1990. – 194 p.
5. Maidl V. Steel Fibre Reinforced Concrete. Wiley – VCH. – 1995. – 292 p.
6. Пухаренко Ю. В. Принцип формирования структуры и прогнозирование прочности фибробетонов // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. – 2004. – № 10. – С. 47–60.
7. Композиционные материалы / Под ред. Л. Браутман, Р. Крок. – М.: Мир, 1978. – 5. – 488 с.
8. Грушко И. М., Ильин А. Г., Чихладзе Э. Д. Повышение прочности и выносливости бетона. – Харьков: Выш. шк., 1986. – 152 с.
9. Зайцев Ю. В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения. – М.: Стройиздат, 1982. – 196 с.
10. Marukha V. I., Panasyuk V. V., and Sylovanyuk V. P. Injection Technologies for Repair of Damaged Concrete Structures // Springer. – 2014. – 230 p.
11. Витвицький П. М. Пружнопластична рівновага пластинки з періодичною системою щілин // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1970. – № 6. – С. 524–527.
12. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. – М. Наука, 1977. – 640 с.
13. Kelly A. And Tyson W. R. Fiberstrengthened materials // High-strength materials. – New York. – 1965. – № 6. – P. 578–600; Discuss. – P. 600–601.
14. Kaplan H.F. Crack propagation and the fracture of concrete // ACI Jornal. – 1961. Vol. 58. – № 5. – P. 531-610.
15. Brown J.H. Measuring of the fracture toughness of cement paste and mortar // Mag. Of Concrete Res. – 1972. Vol. 24. – P. 185-196.
16. Naus D.J., Lott J.L. Fracture toughness of Portland cement concretes // ACI Jornal. – 1969. – V. 66, – P. 481-489.
17. Naus D.J., Batson J.B., Lott J.L. Fracture mechanics of concrete // Fracture Mechanics of Ceramics. – 1974. – Vol. 2. – P. 469-482.
18. Evans E.G. and others. The Fracture Mechanics of Mortars // Cement and Concrete Research, – 1976. – Vol. 6. – № 4. – P. 535-548.
19. Eshelby J.D. The stresses on and in a thin inextensible fibre in a stretched elastic medium. // Eng. Fract. Mech. – 1982. – Vol. 16, № 3. – P. 453.
20. Панасюк В.В. Механика квазіхрупкого руйнування матеріалів. – К.: Наук. думка. – 1991. – 416 с.

Стаття надійшла до редакції 21.04.2016.