

УДК 534.29+539.5

В.А. Мащенко*Рівненський державний гуманітарний університет***ВІДБИВАННЯ ТА ЗБУДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ НА МЕЖІ РІДИНИ І ПРУЖНОГО СЕРЕДОВИЩА З ВІД'ЄМНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ПУАССОНА**

Розглянуто відбивання акустичної хвилі та збудження поздовжніх і поперечних акустичних хвиль на плоскій межі рідини та однорідного пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона. Оговорені умови виникнення критичних кутів в залежності від фізичних параметрів рідини та пружного середовища. Показана можливість керування повним відбиванням падаючої хвилі від межі контактуючих середовищ.

Ключові слова: поздовжня та поперечна акустичні хвилі, від'ємний коефіцієнт Пуассона, коефіцієнти відбивання та збудження акустичних хвиль.

В.А. Мащенко**ОТРАЖЕНИЕ И ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ЖИДКОСТИ И УПРУГОЙ СРЕДЫ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПУАССОНА**

Рассмотрено отражение акустической волны и возбуждение продольной и поперечной волн на плоской границе жидкости и однородной упругой среды с отрицательным коэффициентом Пуассона. Оговорены условия возникновения критических углов в зависимости от физических параметров жидкости и упругой среды. Показана возможность управления полным отражением падающей волны от границы контактирующих сред.

Ключевые слова: продольная и поперечная акустические волны, отрицательный коэффициент Пуассона, коэффициенты отражения и возбуждения акустических волн.

V. Mashchenko**REFLECTION AND EXCITATION OF ACOUSTIC WAVES ON THE BORDER LIQUID AND ELASTIC MEDIUM WITH NEGATIVE POISSON'S RATIO**

Reflection acoustic wave and the excitation of longitudinal and transverse waves at a plane boundary of the fluid and homogeneous elastic medium with a negative Poisson's ratio. Conditions for the emergence of critical angles, depending on the physical parameters of the liquid and elastic medium. The possibility of controlling the full reflection of the incident wave from the boundary of the contacting media.

Key words: longitudinal and transverse acoustic waves, negative Poisson's ratio, reflection and excitation coefficients acoustic waves.

Постановка проблеми. При падінні акустичної хвилі з рідини на межу ізотропного пружного середовища, крім відбитої хвилі, в останньому збуджуються дві хвилі: поздовжня (I) і поперечна (t). Розподіл енергії між падаючою і відбитою та збудженими хвилями визначається структурно-механічними параметрами середовищ: густиною (ρ), швидкостями поширення поздовжньої (v_l) та поперечної (v_t) хвиль, відповідно коефіцієнтом Пуассона (ν) пружного середовища, і кутом падіння акустичної хвилі з рідини [8].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В роботі [2], для поставленої задачі, проведений аналіз можливих значень коефіцієнту відбивання акустичної хвилі та коефіцієнтів збудження хвиль у пружному середовищі в залежності від швидкостей поширення та кута падіння. Графіки кутових залежностей енергетичних коефіцієнтів відбивання і прозорості для різних значень співвідношення між густинами та швидкостями поширення відповідних хвиль наведені в роботі [9].

Постановка завдань. На сьогоднішній день відомий цілий клас матеріалів – „ауксетики”, які володіють від'ємним коефіцієнтом Пуассона [5]. Питання поширення пружних хвиль в таких матеріалах мають велике значення в багатьох прикладних областях, зокрема у сейсмоакустиці і дефектоскопії. Теоретичні та експериментальні дослідження процесів відбивання та збудження пружних хвиль на межі рідини і твердого тіла проведені в діапазоні додатних значень коефіцієнта Пуассона і не розглядають випадки $\nu < 0$. Відповідно, метою роботи є розрахунок коефіцієнту відбивання акустичної хвилі та коефіцієнтів збудження поздовжньої та поперечної хвиль в залежності від величини ν пружного ауксетика.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо задачу падіння плоскої хвилі із рідини на поверхню пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона. Потенціал пружної монохроматичної хвилі, хвильовий вектор якої лежить в площині xz , представимо у вигляді скалярної функції координат без врахування фазового множника $\exp(i(\xi x - \omega t))$, де ξ – горизонтальна компонента хвильового вектора, ω – циклічна частота (індекси „1” і „2”,

відповідно, будуть визначати параметри хвилі у рідині та пружному середовищі).

В рідині потенціал визначимо наступним чином:

$$\varphi(x, z) = \varphi_1 e^{i\alpha_1 z} + \varphi_2 e^{-i\alpha_1 z}, \quad (1)$$

де $\alpha_1 = \sqrt{k_1^2 - \xi^2}$, $k_1 = \omega/v_1$, $\text{Im}\alpha_1 \geq 0$, k_1 – хвильовий вектор акустичної хвилі в рідині, v_1 – швидкість поширення.

У пружному середовищі потенціали поздовжньої та поперечної хвиль будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(x, z) &= \tilde{\varphi}_1 e^{i\alpha_2 z} + \tilde{\varphi}_2 e^{-i\alpha_2 z}, \\ \tilde{\psi}(x, z) &= \tilde{\psi}_1 e^{i\beta_2 z} + \tilde{\psi}_2 e^{-i\beta_2 z}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\alpha_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - \xi^2}$, $k_{t2} = \omega/v_{t2}$, $\text{Im}\alpha_2 \geq 0$; $\beta_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - \xi^2}$, $k_{l2} = \omega/v_{l2}$, $\text{Im}\beta_2 \geq 0$, k_{t2} – хвильовий вектор поздовжньої хвилі, k_{l2} – хвильовий вектор поперечної хвилі, v_{t2} – швидкість поширення поздовжньої хвилі, v_{l2} – швидкість поширення поперечної хвилі [2].

Величини ξ , α_1 , α_2 , β_2 визначаються через кут падіння акустичної хвилі (θ) та хвильові числа, причому на межі виконується закон Снеліуса [8] $k_1 \sin \theta = k_{t2} \sin \theta_t = k_{l2} \sin \theta_l = \xi$: θ_t – кут між хвильовим вектором k_{t2} і нормаллю в середовищі „2”, θ_l – кут між хвильовим вектором k_{l2} і нормаллю в середовищі „2”, $\xi = k_1 \sin \theta$, $\alpha_1 = k_1 \cos \theta$, $\alpha_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$, $\beta_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$.

Граничні умови на межі: рівність нормальних зміщень в рідині і твердому тілі, рівність нормальних, рівність нулю тангенціальних напруг в твердому тілі [3]:

$$\begin{aligned} \alpha_1 V + \alpha_2 W_l + \xi W_t &= \alpha_1, \\ \rho_1 V + \mu(k_{t2}^2 - 2\xi^2)W_l - 2\mu\xi\beta_2 W_t &= -\rho_1, \\ 2\xi\alpha_2 W_l - (k_{t2}^2 - 2\xi^2)W_t &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Величини V , W_l , W_t мають наступний фізичний зміст, V – коефіцієнт відбивання хвилі акустичної хвилі від межі пружного середовища $V = \varphi_1/\varphi_2$; W_l – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у пружному середовищі $W_l = \tilde{\varphi}_1/\varphi_2$; W_t – коефіцієнт збудження поперечної хвилі у пружному середовищі $W_t = \tilde{\psi}_1/\varphi_2$; μ – модуль зсуву середовища.

Із співвідношень (3) коефіцієнт відбивання та коефіцієнти збудження поздовжньої та поперечної хвиль визначаються наступним чином [3]:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) - \alpha_2 k_{t2}^4}{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) + \alpha_2 k_{t2}^4}, \\ W_l &= \frac{2\alpha_1 k_{t2}^2 (k_{t2}^2 - 2\xi^2)}{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) + \alpha_2 k_{t2}^4}, \\ W_t &= \frac{4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 k_{t2}^2}{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) + \alpha_2 k_{t2}^4}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $m = \rho_2/\rho_1$.

Результати та обговорення. Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (4) проведені для реальних середовищ: пісковик Weber [10], термопластичний поліуретан (ТПУ) і металонаповнені (W, Mo) композиції на його основі [1], коефіцієнт Пуассона яких змінюється в досить широких межах (рис. 1а – 3а). Параметри середовищ з $\nu < 0$ представлені в табл. 1. Модельною рідиною слугувало силіконове масло ПФМС – 4 ($\rho_1 = 1005,74$ кг/м³, $v_1 = 1395$ м/с) [7], що використовується для як імерсійна рідина в експериментальній установці при вимірюваннях швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль в твердих тілах [6].

Коефіцієнт Пуассона при відомих швидкостях поширення v_{t2} та v_{l2} визначається за співвідношенням [4]:

$$v = \frac{2 - \left(\frac{v_{t1}}{v_{t2}}\right)^2}{2 \left(1 - \frac{v_{t1}^2}{v_{t2}^2}\right)} \quad (5)$$

Таблиця 1

Параметри середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона

Середовище	Матеріал	ν	v_{l2} , м/с	v_{t2} , м/с	ρ_2 , кг/м ³	$\rho_2 v_{l2} \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)	$\rho_2 v_{t2} \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)
1	Пісковик Weber	-0,09	2450	1800	2151	5,27	3,87
2	ТПУ+W	-0,24	1775	1370	9888	17,55	13,55
3	ТПУ+Мо	-0,39	1755	1405	4603	8,08	6,47
4	ТПУ	-1	1635	1415	1107	1,81	1,56

У більшості випадків швидкість звуку в рідині менше за швидкість поздовжніх хвиль в пружному середовищі. При цьому вона може бути як більшою так і меншою за швидкість поперечних хвиль у тому ж пружному середовищі.

При умові, що $v_{t2} < v_l < v_{t2}$ (середовище 2), маємо один критичний кут падіння $\theta = \arcsin(v_l/v_{t2})$. При збільшенні кута падіння θ вище критичного значення θ_c будуть комплексними, при цьому, поздовжня хвиля в пружному середовищі буде неоднорідною хвилею, що біжить вздовж межі і спадає при віддаленні від неї. Значення θ_c при всіх θ завжди будуть дійсними, а в середовищі буде поширюватися звичайна поперечна плоска хвиля.

У випадку $v_l < v_{t2} < v_{t2}$ (середовища 1, 3, 4) маємо два критичні кути: для поздовжньої хвилі $\theta = \arcsin(v_l/v_{t2})$ і для поперечної хвилі $\theta = \arcsin(v_{t1}/v_{t2})$. При $\theta > \arcsin(v_l/v_{t2})$ обидва кути θ_l, θ_t будуть комплексними, а поздовжня і поперечна хвилі у пружному середовищі будуть неоднорідними хвилями. При цьому $|V| = 1$ і має місце повне відбивання (рис. 1б).

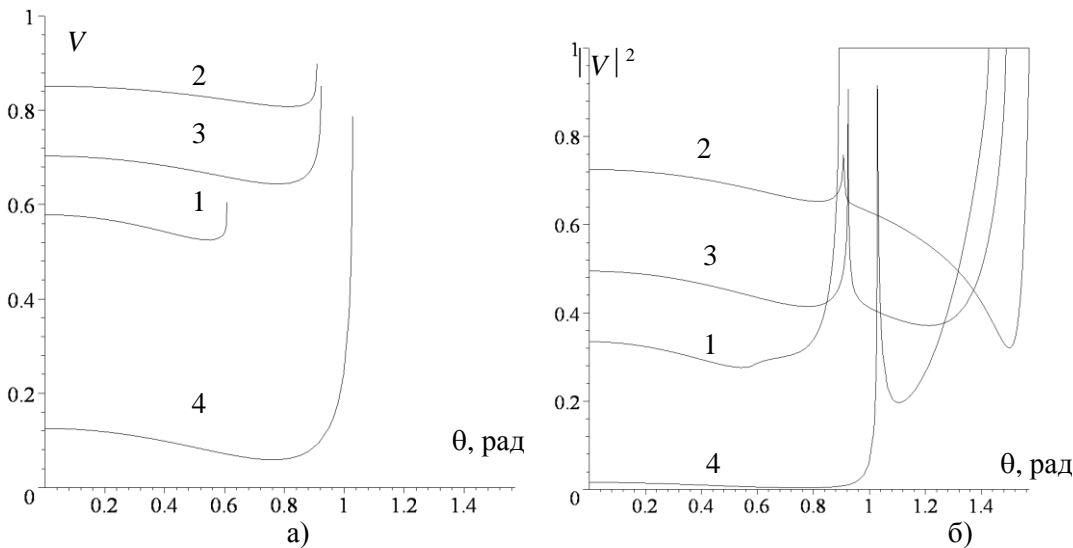


Рис. 1. Залежності коефіцієнту відбивання V (а) та $|V|^2$ (б) при падінні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1 – 4.

Значення величин V, W_l, W_t , крім кута падіння, залежать від акустичних жорсткостей для поздовжньої ($\rho_2 v_{l2}$) та поперечної ($\rho_2 v_{t2}$) хвиль в середовищах з $\nu < 0$ (табл. 1). При нормальному падінні акустичної хвилі величина V зростає із збільшенням акустичної жорсткості для поздовжньої хвилі в ряді 4, 1, 3, 2, а величина W_l , відповідно, аналогічно спадає (рис. 1а, 2а). Функціональні залежності коефіцієнту збудження поперечної хвилі в пружному середовищі, в залежності від кута падіння θ , характеризуються наявністю локального мінімуму, значення якого залежить від величини $\rho_2 v_{t2}$ і зростає аналогічно в ряді 4, 1, 3, 2 (рис. 3а).

Отримані значення V, W_l, W_t дозволяють розрахувати, нормальні до межі, компоненти

вектора густини потоку потужності у відбитій хвилі (I_r) в рідині та у поздовжній (I_l) і поперечній (I_t) хвилях в пружному середовищі за наступними співвідношеннями [2]:

$$\frac{I_r}{I} = |V|^2, \quad (6)$$

$$\frac{I_l}{I} = \frac{\rho_1}{\rho} \operatorname{tg}\theta \operatorname{ctg}\theta_l |W_l|^2, \quad (7)$$

$$\frac{I_t}{I} = \frac{\rho_1}{\rho} \operatorname{tg}\theta \operatorname{ctg}\theta_t |W_t|^2, \quad (8)$$

де I – нормальна до межі компонента вектора густини потоку потужності в падаючій пружній хвилі. Співвідношення (6) – (8) відповідно мають зміст тільки при дійсних значеннях θ_l , θ_t .

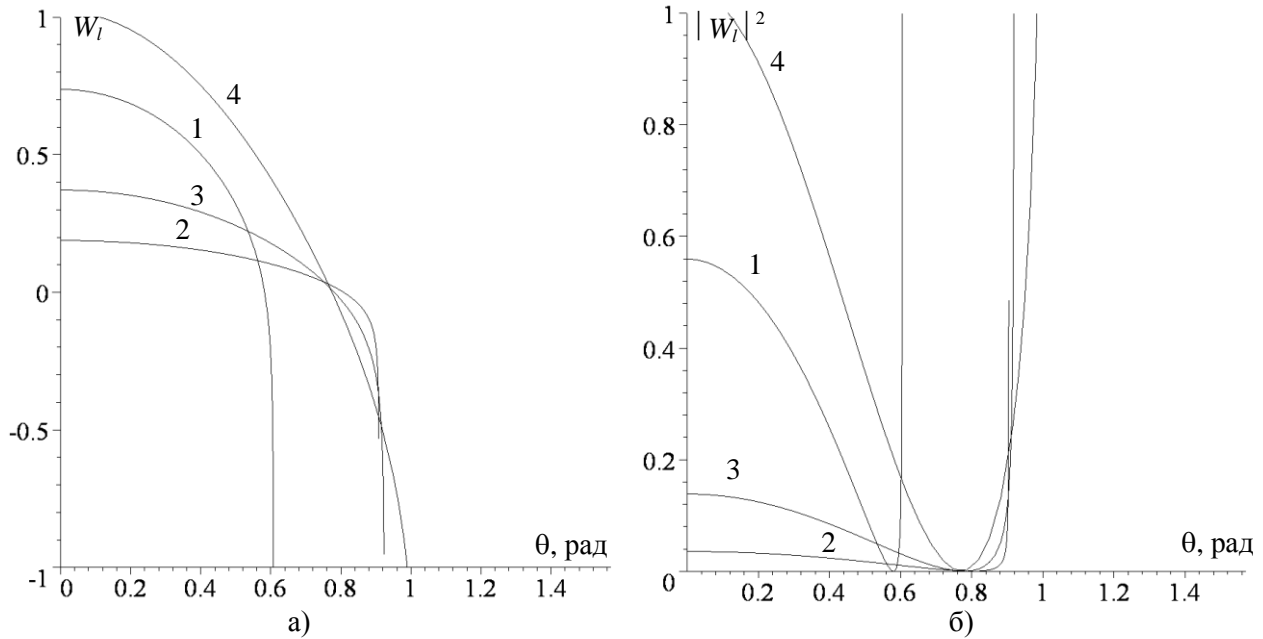


Рис. 2. Залежності коефіцієнту збудження W_l (а) та $|W_l|^2$ (б) при паданні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1 – 4.

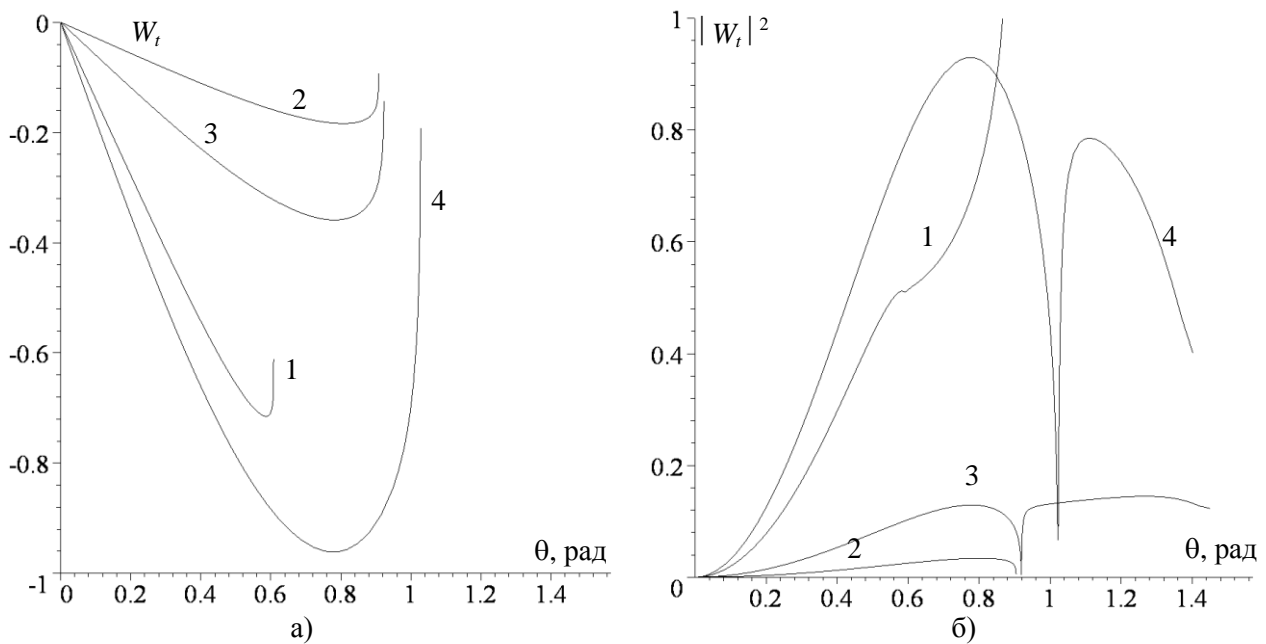


Рис. 3. Залежності коефіцієнту збудження W_t (а) та $|W_t|^2$ (б) при паданні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1 – 4.

Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (6) – (8) представлені на рис 1б та рис. 4. Отримані функціональні залежності показують, що при збільшенні кута падіння процес передачі енергії від падаючої акустичної хвилі до збуджених поздовжньої і поперечної хвиль в пружному середовищі є не однозначним.

Наявність локальних мінімумів і максимумів для відношення величин I_l/I , I_t/I , в околі критичних кутів, визначається структурно-механічними параметрами пружних середовищ. Аналіз отриманих результатів показує, що в аспекті трансформації пружної енергії, найбільш ефективним є середовище з коефіцієнтом Пуассона $\nu = -1$.

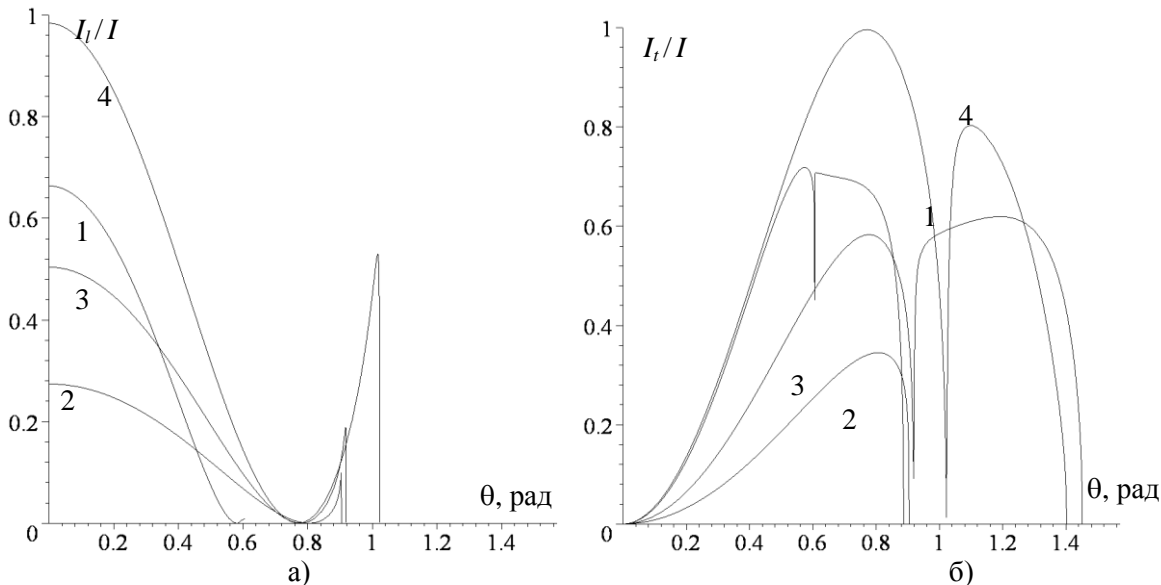


Рис. 4. Залежності енергетичних коефіцієнтів збудження поздовжньої хвилі (а) та поперечної хвилі (б) при падінні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1 – 4.

Висновки. Характер залежностей коефіцієнту відбивання та коефіцієнтів збудження при падінні акустичної хвилі на межу поділу залежить від величини коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ. Критичні кути, при яких збуджені у пружному середовищі хвилі стають неоднорідними, визначаються діапазоном швидкостей поширення відповідних хвиль у контактуючих середовищах. В такому випадку реалізуються додаткові можливості для керування явищем повного відбивання падаючої хвилі, що дає можливість на основі акустиків створювати акустичні хвилеводи.

Перспективою подальших досліджень є задача відбивання поздовжньої та поперечної хвиль, які падають із пружного середовища з $\nu < 0$ на межу з рідиною, що із розглянутою задачею, в цілому, забезпечить можливість повного аналізу процесів проходження акустичної хвилі через акусетик.

Список використаних джерел:

1. Плоскі хвилі на вільній поверхні полімерного пружного тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В.А. Мащенко, О.М. Волошин, Б.Б. Колупаєв, С.М. Іванішук // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 9. – Рівне: РДГУ, 2002. – С. 36-38.
2. Бреховских Л.М. Акустика слоистых сред / Л.М. Бреховских, О.А. Годин. – М.: Наука, 1989. – 416 с.
3. Исакович М.А. Общая акустика / М.А. Исакович. – М.: Наука, 1973. – 496 с.
4. Ландау Л.Д. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1985. – 245 с.
5. Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона (обзор) / Д.А. Конёк, К.В. Войцеховски, Ю.М. Плещачевский, С.В. Шилько // Механика композитных материалов и конструкций (Москва). – 2004. – Т. 10. – № 1. – С. 35 – 69.
6. Колупаєв Б.С. Релаксационные и термические свойства наполненных полимерных систем / Б.С. Колупаєв. – Львов: Вища школа, 1980. – 204 с.
7. Таблицы физических величин. Справочник / Под. ред. акад. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
8. Физическая акустика / Под. ред. У. Мезон. Т. I. – М.: Мир, 1966. – 592 с.
9. Ergin K. Energy ratio the seismic waves reflected and refracted at a rock-water boundary / K. Ergin // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1952. – V. 42. – N. 10. – P. 349-372.
10. Mavko G. Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks / G. Mavko, D. Jizba // Geophysics. – 1991. – V. 56. – P. 1940-1949.

Стаття надійшла до редакції 20.04.2016.