

**Г.Л. Петросян, А.К. Карапетян**  
**ОСОБЕННОСТИ УЧЕТА НАЧАЛЬНОЙ МАЛОЙ ПОРИСТОСТИ В ШЕЙКЕ**  
**РАСТЯНУТОГО КРУГЛОГО ОБРАЗЦА**

*Определены постепенные изменения пористости материала до и после образования шейки круглого образца в различных точках наименьшего поперечного сечения. Используются известные в литературе теоретические и экспериментальные данные, которые учитывают изменение напряженного состояния в шейке. Задача решается с использованием формулы определения приращения пористости согласно теории пластического течения пористого материала. Численные данные определены в программной среде MS EXCEL.*

*Ключевые слова:* рост пористости материала, шейка образца круглого сечения, линейное и объемное напряженные состояния.

**G.L. Petrosyan, A.GH. Karapetyan**  
**CALCULATION PECULIARITIES OF SMALL INITIAL POROSITY IN THE STRETCHED**  
**ROUND SPECIMEN'S NECK**

*Gradual changes of the material porosity before and after formation of a neck of a round sample at different points of the smallest cross section are defined. The theoretical and experimental data known from the literature take into account the change in stress state in the neck. The problem is solved, using a formula, determining the increment of porosity of the porous material of the plastic flow theory. The numerical data are defined in the MS EXCEL software environment.*

*Keywords:* increment of porosity of the material, neck of the round cross section sample, linear and volumetric stress state.

**Г.Л. Петросян, А.К. Карапетян**  
**ОСОБЛИВОСТІ ОБЛІКУ ПОЧАТКОВОЇ ДРІБНОЇ ПОРИСТОСТІ В ШИЙЦІ**  
**РОЗТЯГНУТОГО КРУГЛОГО ЗРАЗКА**

*Визначено поступових змін пористості матеріалу до і після утворення шийки круглого зразка в різних точках найменшого поперечного перерізу. Використано відомі в літературі теоретичні та експериментальні дані, які враховують зміну напруженого стану в шийці. Завдання вирішується з використанням формули визначення приросту пористості відповідно до теорії пластичної течії пористого матеріалу. Чисельні дані визначені в програмному середовищі MS EXCEL.*

*Ключові слова:* зростання пористості матеріалу, шийка зразка круглого перетину, лінійне і об'ємне напружені стану.

**Введение.** Испытание на растяжение пластичного образца круглого поперечного сечения является важнейшим методом определения механических свойств материала. При больших пластических деформациях в образце образуется шейка, где происходит довольно сложная концентрация напряжений: объемное неоднородное напряженное состояние, из-за чего начальная микропористость в сплошном материале возрастает, в неметаллических включениях различного происхождения образуются дополнительные поры, которые, соединяясь друг с другом, образуют трещины, и образец разрушается.

**Целью настоящей работы** является разработка алгоритма исследования процесса постепенного изменения пористости круглого образца до и после образования шейки с использованием теории текучести пористых материалов и на его основе определение соответствующих численных данных в программной среде MS EXCEL.

Для решения задачи используются известные в литературе экспериментальные данные стального образца [1]. Сначала рассматривается случай однородного деформирования образца, затем, когда на образце образуется шейка и меняется его напряженное состояние, с использованием упрощенных формул исследования напряженного состояния и уравнения определения приращения пористости теории текучести пористых материалов [2] получаются значения пористости в различных степенях однородной деформации образца и различных точках наименьшего поперечного сечения шейки.

Задача решается в следующей последовательности:

1. Используется построенный по данным для стали 20Г2 [1] реальный график материала – зависимости осевого среднего напряжения от логарифмической деформации, который начиная от точки образования шейки (рис. 1,  $\bar{\varepsilon}_i = 0,3$ ) до разрушения образца с начальным радиусом  $r_0 = 3\text{mm}$  был аппроксимирован по прямой штриховой линией. Для его построения были определены среднее напряжение в момент разрушения  $(\sigma_z)_m = F_p/A_p$  и соответствующие им интенсивности логарифмической деформации  $\bar{\varepsilon}_i = \ln(A_0/A_p)$ , где  $F_p$  и  $A_p$  – соответственно сила и площадь

поперечного сечения в момент разрушения, а  $A_0$  - начальная площадь поперечного сечения с радиусом  $r_0$ . Отметим, что начальный участок реального графика (сплошная линия) до появления шейки на образце (рис. 1, точка  $\bar{\varepsilon}_i = 0,3$ ) был построен по методике [2].

2. Для построения части диаграммы деформирования материала (ДДМ) стали 20Г2 (рис. 1, начиная от точки  $\bar{\varepsilon}_i = 0,3$  - сплошная линия) были использованы геометрические данные шейки различных растянутых образцов из работ [1, 3], обработанные значения которых приведены в табл. 1, а график зависимости  $r_{10}/\rho$  от  $\bar{\varepsilon}_i$  показан на рис. 2. Причем этот график был представлен в виде формулы

$$r_{10}/\rho = 0,76(\bar{\varepsilon}_i)^2 - 0,23\bar{\varepsilon}_i, \quad (1)$$

где  $r_{10}$  - радиус наименьшего поперечного сечения шейки, а  $\rho$  - радиус кривизны его внешней поверхности.

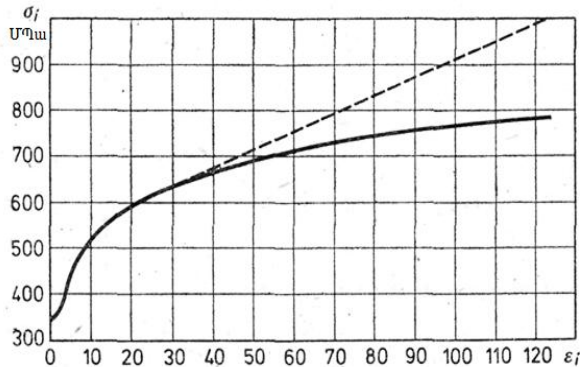


Рис. 1. График зависимости истинных напряжений (пунктирная линия от точки  $\bar{\varepsilon}_i = 0,3$ ) и ДДМ (сплошная линия) для стали 20Г2 [1]

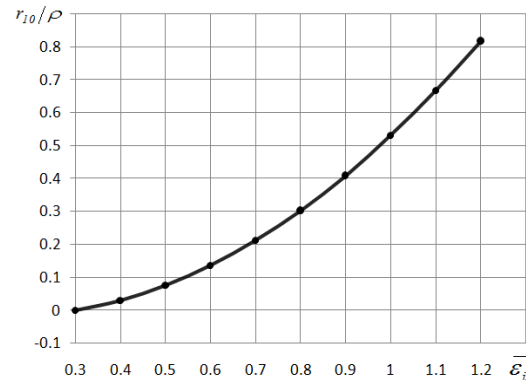


Рис. 2. График зависимости  $r_{10}/\rho$  -  $\bar{\varepsilon}_i$ , построенный по экспериментальным данным [1,3]

Следует отметить, что, имея начальный радиус образца  $r_0$  и степень его деформирования (значения  $\bar{\varepsilon}_i$ ), можно определить радиус наименьшего сечения шейки образца. Так как

$$\bar{\varepsilon}_i = \ln \frac{A_0}{A_n} = \ln \frac{r_0^2}{r_{10}^2}, \quad \text{то имеем}$$

$$r_{10} = \sqrt{r_0^2 / e^{\bar{\varepsilon}_i}}, \quad (2)$$

где  $A_n$  - площадь наименьшего поперечного сечения шейки.

С помощью полученной формулы определим значения  $r_{10i}$ , соответствующие каждой степени деформации. Для образца с начальным радиусом 3 мм в программной среде MS EXCEL получены численные значения  $r_{10i}$  и  $\rho_i$ , данные которых приведены в табл. 1.

На элемент образца до появления шейки действует основной компонент напряженного состояния  $\sigma_z$  ( $\sigma_z = F/A$ ), только в направлении оси z, а радиальные и окружные напряжения равны нулю  $\sigma_r = \sigma_t = 0$ , следовательно, для интенсивности напряжения  $\sigma_i$  [2] получим

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}, \quad \sigma_i = \sigma_z = F/A, \quad (3)$$

где  $F$  - растягивающая образец сила;  $A$  - площадь его поперечного сечения, соответствующая данной степени деформирования;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - главные напряжения.

Таблиця 1

Геометрические данные шейки растянутого образца в зависимости от  $\bar{\varepsilon}_i$

$\bar{\varepsilon}_i$	$r_{10}/\rho$	$r_{10}$	$\rho$
0,3	0	2,58	$\infty$
0,4	0,03	2,46	82,0
0,5	0,08	2,34	29,3
0,6	0,14	2,22	15,9
0,7	0,21	2,11	10,0
0,8	0,30	2,01	6,7
0,9	0,41	1,91	4,7
1,0	0,53	1,82	3,4
1,1	0,67	1,73	2,6
1,2	0,82	1,65	2,0

3. После образования шейки в наименьшем поперечном сечении возникает объемное напряженное состояние, которое, в соответствии с [4] определяется следующими формулами:

$$\sigma_z = \sigma_{in} \left( 1 + \frac{r_{10}^2 - r^2}{2r_{10}\rho} \right), \quad \sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_{in} \frac{r_{10}^2 - r^2}{2r_{10}\rho}, \quad (4)$$

где  $r$  - текущий радиус наименьшего поперечного сечения шейки, а  $\sigma_{in}$  - интенсивность напряжения в шейке образца, определяемая по следующей формуле [2,4]

$$\sigma_{in} = \frac{F/\pi r_{10}^2}{1 + (r_{10}/(4\rho))}, \quad (5)$$

что позволяет после образования шейки построить ДДМ стали 20Г2 (рис. 1, сплошная линия).

На рис. 3 показаны графики осевых  $\sigma_z$  (кривые 1), а также равных друг другу радиальных и окружных  $\sigma_r = \sigma_t$  (2) напряжений в наименьшем сечении шейки, полученных по формуле (4) для различных степеней деформирования образца, изготовленного из стали 20Г2 с начальным радиусом 6,0 мм: а)  $\bar{\varepsilon}_i = 0,9$ ,  $r_{10} = 1,91 \text{ мм}$ ,  $\rho = 4,7 \text{ мм}$ , б)  $\bar{\varepsilon}_i = 1,2$ ,  $r_{10} = 1,65 \text{ мм}$ ,  $\rho = 2,0 \text{ мм}$ .

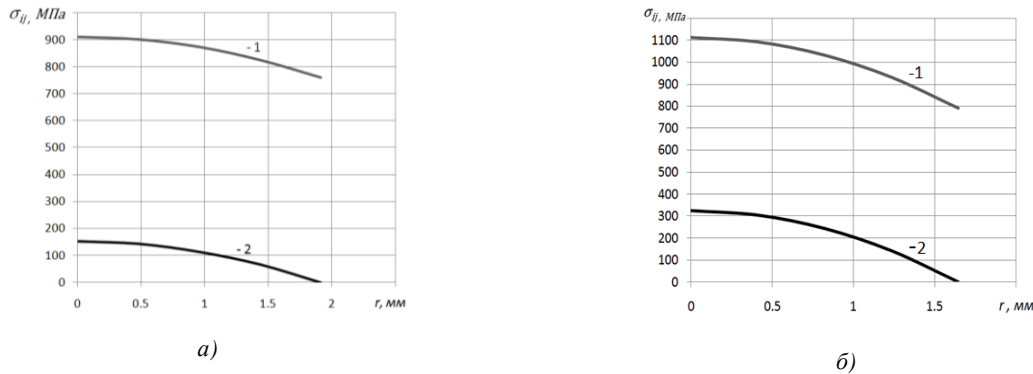


Рис. 3. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  (кривая 1) и  $\sigma_r = \sigma_t$  (кривая 2) в наименьшем сечении шейки при: а -  $\bar{\varepsilon}_i = 0,9$  и б -  $\bar{\varepsilon}_i = 1,2$

Как видно из рисунка, с возрастанием степени деформирования образца неоднородность распределения напряжения также увеличивается.

4. Теперь определим величины приращения и изменения пористости материала в различных степенях однородной деформации образца и распределения пористости по наименьшему поперечному сечению при появлении шейки. Для этого используем следующую формулу определения приращения пористости материала теории течения пористых материалов [4]:

$$dv = \frac{9v^m \sigma_0 d\bar{\varepsilon}_i}{(1-v)^{3n-1} \sigma_i}, \quad (6)$$

где  $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  - среднее напряжение;  $m$  и  $n$  - параметры пористости.

В случае однородной деформации образца  $\sigma_0 = \sigma_z/3 = \sigma_i/3$ , следовательно, формула определения приращения пористости материала примет следующий вид:

$$dv = \frac{3v^m \overline{d\varepsilon_i}}{(1-v)^{3n-1}}. \quad (7)$$

Для решения задачи используем также следующие формулы [4]:

$$\overline{\varepsilon_i} = \int d\varepsilon_i = \sum_{i=1}^k \Delta\varepsilon_i, \quad v_i = v_{i-1} + \Delta v_i. \quad (8)$$

Отметим, что применение инженерного метода решения задач с использованием теории течения пористых материалов [4] нами осуществляется впервые, в то время как по деформационной теории пластичности пористых материалов было опубликовано несколько работ, в том числе [5-7].

Численные расчеты проводились постепенным нагружением образца путем выбора  $\overline{\Delta\varepsilon_i} = 0,1$  в случае  $m = 1, n = 0,25$  [4] и  $v_0 = 0,01$ . При этом расчет с помощью формулы (7) является более упрощенным. Что касается выполнения расчетов по формуле (6), то сначала при помощи рис. 1 для каждого значения  $\overline{\varepsilon_i}$  определяются соответствующие значения  $\sigma_i$ , а затем по (6) - значений  $\Delta v_i$ . В конце каждой ступени деформирования по формулам (8) находят значения  $\overline{\varepsilon_i}$  и  $v_i$ .

Формулы, введенные в программной среде MS EXCEL соответственно до и после появления шейки, имеют вид

$$v = (3 * \text{POWER}(C3, F3) * D3) / (\text{POWER}(1 - C3, (3 * G3 - 1))), \\ v = (9 * \text{POWER}(C3, F3) * H3 * D3) / (\text{POWER}(1 - C3, (3 * G3 - 1)) * E3).$$

При однородной деформации (до появления шейки) в различных точках поперечного сечения значения  $\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta v_3$  остаются постоянными, величины которых представлены в табл. 2.

Таблица 2

#### Данные по определению пористости материала в случае однородной деформации

$\Delta\varepsilon_i = 0,1, v_0 = 0,01$			
$\sigma_i$	$\overline{\varepsilon_i}$	$\Delta v$	$v$
525	0,1	0,002992	0,012992
600	0,2	0,003885	0,016887
645	0,3	0,005042	0,021929

Так как после появления шейки напряженное состояние в поперечном сечении от линейного становится осевым, следовательно, меняются также значения  $\sigma_0$  (напряжения  $\sigma_z, \sigma_r = \sigma_\theta$  в разных точках шейки принимают разные значения, см. формулы (4) и рис. 3). Поэтому в данной степени деформации в разных точках шейки  $\Delta v_i$  также будет принимать разные значения (табл. 3 и 4). Их значения определены в точках наименьшего поперечного сечения шейки с радиусами  $r_{10} = 1,91 \text{ мм}$  и  $r_{10} = 1,65 \text{ мм}$ , причем в первом случае  $\sigma_i = 750 \text{ МПа}$ , а во втором -  $\sigma_i = 790 \text{ МПа}$ .

Таблица 3

#### Данные по определению пористости материала при

$$\varepsilon_i = 0,9, r_{10} = 1,91 \text{ мм}, m = 1, n = 0,25$$

$r$	$v_{i-1}$	$\sigma_z$	$\sigma_\theta = \sigma_r$	$\sigma_0$	$\Delta v_i$	$v_i$
0	0,102360	915	155	408,3	0,048210	0,150570
0,48	0,100881	906	146	399,3	0,046404	0,147285
0,96	0,096535	877	116	369,7	0,041214	0,137749
1,43	0,089584	828	68	321,3	0,033291	0,122875
1,91	0,080445	760	0	253,3	0,023633	0,104078

Таблиця 4

## Данные по определению пористости материала при

$$\varepsilon_i = 1,2, r_{10} = 1,65 \text{ mm}, m = 1, n = 0,25$$

$r$	$v_{i-1}$	$\sigma_z$	$\sigma_\theta = \sigma_r$	$\sigma_0$	$\Delta v_i$	$v_i$
0	0,356848	1113	323	586,3	0,213560	0,570408
0,41	0,342264	1093	303	566,3	0,198889	0,541153
0,82	0,301224	1032	242	505,3	0,158692	0,459916
1,23	0,241304	931	141	404,3	0,103848	0,345152
1,65	0,173362	790	0	263,3	0,049591	0,222953

На основе этих данных построен график распределения пористости материала в наименьшем поперечном сечении шейки образца (рис.4).

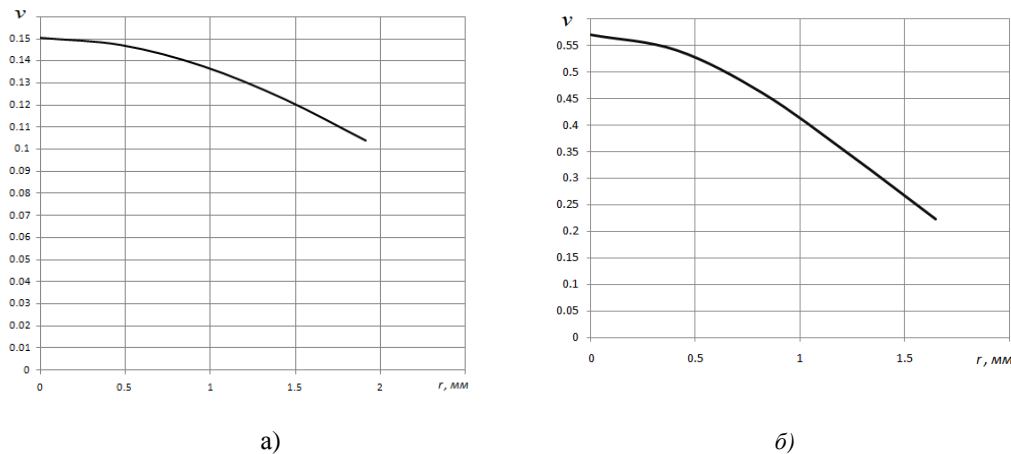


Рис. 4. График распределения пористости материала в наименьшем поперечном сечении шейки: а)  $\varepsilon_i = 0,9, r_{10} = 1,91 \text{ mm}$ , б)  $\varepsilon_i = 1,2, r_{10} = 1,65 \text{ mm}$

Таким образом, с использованием теории пластического течения пористого материала разработан алгоритм исследования процесса постепенного изменения пористости круглого образца до и после образования шейки, на основе чего в программной среде MS EXCEL определены соответствующие численные значения. Анализ полученных данных показал, что до появления шейки 1% начальная пористость во всех точках поперечного сечения стала  $\approx 2.2\%$ , а после появления шейки в разных точках поперечного сечения она начинает возрастать с разной интенсивностью. Причем опасная точка находится в центре наименьшего поперечного сечения шейки, где значение пористости в момент разрушения образца становится равным  $\approx 57\%$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Малинин Н.Н., Петросян Ж.Л.** Напряжения в наименьшем сечении шейки растянутого круглого образца // Известия вузов. Сер. Машиностроение. – 1967. - № 6. - С. 34-39.
2. **Малинин Н.Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. -М.: Машиностроение.- 1975.- 400 с.
3. **Бриджмен П.** Исследование больших пластических деформаций и разрыва: Пер. с англ. - М.: Иностран. лит., 1955.- 444 с.
4. **Петросян Г.Л.** Пластическое деформирование порошковых материалов. - М.: Металлургия, 1988. - 153 с.
5. **Петросян Г.Л., Петросян А.Г., Левонян Г.Л.** Особенности определения пористости спеченного кольца большого диаметра после его раскатки// Сборник трудов международной научно-технической конференции ПМ 2012 - „Порошковая металлургия: Ее сегодня и завтра“, посвященной 60-летию института проблем материаловедения им. И.Н. Францевича НАН Украины.- Киев, 2012 (27-30 ноября 2012, Киев).- С.104.
6. **Петросян Г.Л., Карапетян А.К., А.К. Арустамян А.К.** Исследование распределения пористости в образце прямоугольного сечения в случае больших пластических деформаций // Межвузовский збірник НАУКОВИ НОТАТКИ («Машиностроение и металлообработка», «Инженерная механика», «Металлургия и материаловедение»), Луцьк, 2013, Випуск N41, Том 2.- С. 90-95.
7. **Петросян Г.Л., Петросян А.Г., Левонян Г.Л.** Усовершенствование инженерного метода использования формулы для определения пористости спеченных материалов// Материалы секции “Наука и технологии будущего” Международного конгресса, посвященного 160-летию со дня рождения выдающегося русского инженера В.Г. Шухова, 17-18 апреля 2014 года. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015.- С. 211-217.

Стаття надійшла до редакції 25.04.2016.