

УДК 621.762

О.Ю. Повстяной, В.Д. Рудь*Луцький національний технічний університет***ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ ГУСТИНИ
ПРИСТОГО ПРОНИКНОГО ЦИЛІНДРА ЗА РАДІУСОМ
ПРИ РАДІАЛЬНО-ІЗОСТАТИЧНОМУ ПРЕСУВАННІ**

Проведено аналіз та розрахунок розподілу густини за радіусом пористого проникного пустотілого циліндра, який отриманий методом радіально-ізостатичного пресування. Через певні аналітичні розрахунки визначено фактори, які сприяють неоднорідності розподілу густини при даному виді пресування для пористих проникних матеріалів. Авторами статті доведено, що для отримання оптимального поророзподілення за січенням пористого проникного матеріалу, яке забезпечує максимальне значення експлуатаційних характеристик, необхідно використовувати таку схему пресування, яка дозволяє зв'язати структурні характеристики даного матеріалу з основними режимами роботи їх.

Ключові слова: пористий проникний матеріал, радіально-ізостатичне пресування, розподіл густини, пористість, поле напружень, девіатор напружень.

А.Ю. Повстяной, В.Д. Рудь*Луцький національний технічний університет***ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ
ПРИСТОГО ПРОНИЦАЕМОГО ЦИЛИНДРА ЗА РАДИУСОМ
ПРИ РАДИАЛЬНО-ИЗОСТАТИЧЕСКОГО ПРЕССОВАНИЯ**

Проведен анализ и расчет распределения плотности по радиусу пористого пронцаемого пустотелого цилиндра, полученный методом радиально-изостатического прессования. Через аналитические расчеты определены факторы, которые способствуют неоднородности распределения плотности при данном виде прессования для пористых пронцаемых материалов. Авторами статьи доказано, что для получения оптимального порораспределения за сечением пористого пронцаемого материала, которое обеспечивает максимальное значение эксплуатационных характеристик, необходимо использовать такую схему прессования, которая позволяет связать структурные характеристики данного материала с основными режимами работы их.

Ключевые слова: пористый пронцаемый материал, радиально-изостатическое прессование, распределение плотности, пористости, поле напряжений, девиатор напряжений.

O. Povstyanoy, V. Rud'*Lutsk National Technical University***DEFINITIONS DISTRIBUTION DENSITY
POROUS PERMEABLE CYLINDER RADIUS AT RADIAL-ISOSTATIC PRESSING**

The analysis and calculation of density distribution radius porous permeable hollow cylinder, which is obtained by radial isostatic pressing. A certain analytical calculations of the factors that contribute to heterogeneity in the density distribution of this type of pressing for porous permeable materials. The authors demonstrated that for optimal porosity by section pole permeable porous material that provides the maximum performance, it is necessary to use such a scheme of pressing, which allows you to link structural characteristics of the material of the main modes of them.

Keywords: permeable porous material, radial-isostatic pressing, distribution density, porosity, field stress deviator stresses.

Вступ. Сучасний стан розвитку порошкової металургії характеризується процесом неперервного збагачення її новими ідеями отримання пористих проникних матеріалів (ППМ) [1, 2]. Однак, рішення цих задач методами порошкової металургії обмежені, з однієї сторони, технологічними можливостями відомих прийомів та методів отримання фільтруючих матеріалів [3, 4], а з другої, залежностями ряду властивостей від параметрів виготовлення [5, 6]. Крім того, на практиці при створенні ППМ зі заданим комплексом експлуатаційних характеристик виникають труднощі, які пов'язані з обмеженими властивостями традиційних технологій виготовлення.

Тому для отримання оптимального поророзподілення за січенням ППМ, яке б забезпечило максимальне значення експлуатаційних характеристик, необхідно використовувати таку схему пресування, яка дозволила би зв'язати структурні характеристики ППМ з основними режимами роботи їх та спрогнозувати оптимальне поророзподілення ППМ.

Отже, для практичного створення потрібної пористої структури ППМ, яка буде відповідати оптимальному поєднанню експлуатаційних характеристик, необхідно встановити взаємозв'язок між технологічними режимами отримання і оптимальним поророзподілення за радіусом ППМ.

Актуальність дослідження. Метод радіально-ізостатичного пресування полягає в тому, що на відміну від більш поширеного осьового пресування в жорстких матрицях, зусилля до порошку

прикладається у радіальному напрямку. Однією із переваг даного методу вважають рівномірність розподілу густини по об'єму пресовки. Дійсно, затрати на протидію зовнішньому тертю у випадку радіального пресування, з цієї точки зору, виявилися на порядок менші. Ця обставина і стала першопричиною при виборі методу отримання довгих циліндричних пустотілих виробів.

Саме цим керувалися Б.А. Борокі В.Д. Мейерсон у своїх роботах [7, 8], де описувався даний метод. Згодом, їх послідовники та прибічники почали шукати теоретичне виправдання однорідності розподілу густини. Щоправда, вже на початку 80-х років думки дослідників дещо розійшлися, хоча більшість схилилась на користь того, що густина має розподілятися рівномірно по радіусу.

Певним виправданням цього факту були публікації М.Б. Штерна та І.Ф.Мартінової, де даний результат покладался в основу обчислень, спрямованих на визначення робочого тиску за умов радіального обтиснення [9, 10]. У той же час, більш послідовний підхід, який запропонував О.В.Михайлов, ґрунтувався на застосуванні методу скінчених елементів не підтверджував рівномірного розподілу густини по радіусу [11]. Даний результат було отримано обчислювальним шляхом, різниця у поглядах певний час зберігалась.

Постановка задачі. Саме тому, на підставі вищевказаного, *метою даної роботи* є проведення спеціального дослідження, яке спрямоване на вирішення питання про розподіл густини за радіусом при радіально-ізостатичному пресуванні циліндричних заготовок.

За рекомендацією член-кор. НАН України М.Б. Штерна для досягнення постановленої мети були поставлені наступні *задачі*:

- дати опис геометричній моделі процесу пресування ППМ та розрахувати напруження та швидкості деформацій при цьому;
- визначити поле густини пустотілого ППМ.

Основний зміст роботи. Для досягнення даної мети використаємо континуальну теорію пластичності пористого тіла у модифікації, запропонованої у роботах [12, 13]. При цьому буде отриманий результат, який матиме відносно простий аналітичний вигляд, що дозволить аналізувати фактори, які сприяють неоднорідності розподілу густини.

Геометричну модель ППМ у вигляді пустотілого циліндру представлено на рисунку 1.

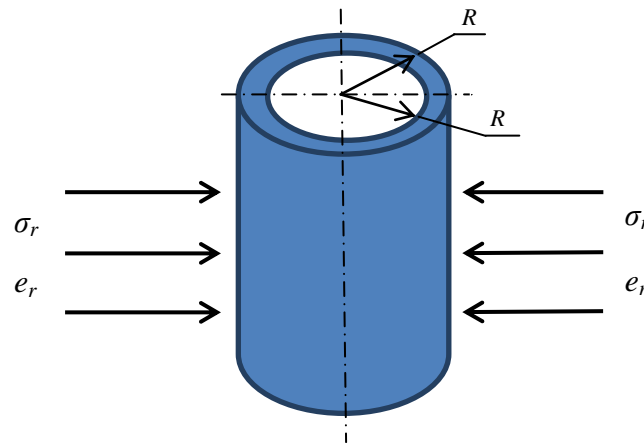


Рисунок 1 – Геометрична модель прикладання напружень на ППМ у вигляді пустотілого циліндру

Припускаємо, що циліндр на рисунку 1 перебуває під дією радіального обтиснення, яке прикладене на його зовнішній поверхні $r=R_2$. Його внутрішня поверхня також циліндрична з радіусом $r=R_1$ є нерухоною. Завдяки опору, який чинить металевий порошок радіальному переміщенню, у ньому виникають напруження $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\varphi$. Дотичні напруження не є визначальними і в подальшому ігноруються.

У свою чергу радіальна дія, що визначається швидкістю v_r обумовлює існування швидкостей деформацій $e_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}$, а також $e_\varphi = \frac{v_r}{r}$. Ці компоненти разом із компонентою осьової

деформації $e_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}$ задовольняють рівняння збереження маси (рівняння нерозривності).

$$e = e_z + e_r + e_\varphi \quad (1)$$

Де e – швидкість зміни об'єму, яка пов'язана зі швидкостями зміни пористості та густини виразом:

$$e = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{1-\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2)$$

Згідно із відомими технологіями радіального обтиснення, висота на змінюється, тому далі вважатимемо, що $e_z = 0$

Далі також будуть використані перші два інваріанти тензорів напружень та швидкостей деформацій, які подаються у вигляді:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi) \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(e_r - e_\varphi)^2 + (e_z - e_\varphi)^2 + (e_r - e_z)^2} \quad (4)$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2} \quad (5)$$

Далі використаємо модель пластичності пористого тіла, яке вільне від впливу трьох інваріантів або параметрів Лоде–Надаї. Тому компоненти девіаторів напружень та швидкостей деформацій подібні. Це виражається наступною тензорною рівністю:

$$\frac{\sigma_z - \sigma_r}{\sigma_z - \sigma_r} = \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{e_r - e_\varphi} = \frac{\sigma_\varphi - \sigma_z}{e_\varphi - e_z} \quad (6)$$

Зокрема, її наслідком є рівність:

$$\frac{\sigma_z - \sigma_r}{e_z - e_r} = \frac{\sigma_\varphi - \sigma_z}{e_\varphi - e_z} \quad (7)$$

Слід підкреслити, що процес деформування, який має місце при радіально-ізостатичному пресуванні, відповідає плоскій течії. Тому, незважаючи на відсутність осової компоненти швидкості, осова компонента тензора напружень відмінна від нуля і легко визначається з рівняння (7):

$$\sigma_z = \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{e_r - e_\varphi} e_z + \frac{e_r \sigma_\varphi - e_\varphi \sigma_r}{e_r - e_\varphi}, \quad (8)$$

яке за допомогою умови $e_z = 0$ набуває вигляду:

$$\sigma_z = \frac{e_r \sigma_\varphi - e_\varphi \sigma_r}{e_r - e_\varphi} \quad (9)$$

Далі особливу роль відіграватимуть інтенсивності девіаторів швидкостей деформацій та напружень:

$$\gamma = \frac{\sqrt{e_r^2 + (e_r - e_\varphi)^2 + e_\varphi^2}}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

$$\tau = \gamma \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{e_r - e_\varphi} \quad (11)$$

Внаслідок сформульованих спрощень набувають конкретного вигляду вирази для середнього тиску та інтенсивності девіатора напружень:

$$p = \frac{1}{3} \left(\frac{e_r(\sigma_r + 2\sigma_\varphi) - e_\varphi(2\sigma_r + \sigma_\varphi)}{e_r - e_\varphi} \right) \quad (12)$$

$$\tau = \frac{\sqrt{e_r^2 + (e_r - e_\varphi)^2 + e_\varphi^2}}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{e_r - e_\varphi} \quad (13)$$

Основна ідея побудови розв'язку полягає у застосуванні двох етапів. На першому з них виходимо з припущення, що поле густини є однорідним.

У дійсності вона не є однорідно розподіленою. От саме для того, щоб цю неоднорідність визначити, ми повертаємось до рівнянь, які описують поверхню навантаження [14].

Отже, почнемо із припущення, що густина розподілена однорідно. Із рівняння нерозривності (1) за умови, що $e_z = 0$, в цьому випадку впливає, що:

$$e_r = \frac{1}{2} e - \frac{b}{r^2} \quad (14)$$

$$e_\varphi = \frac{1}{2} e + \frac{b}{r^2} \quad (15)$$

$$v_r = \frac{1}{2}er + \frac{b}{r} \quad (16)$$

Рівняння (19) – (21) містять швидкість зміни об'єму e та константу інтегрування b . Для того, щоб визначити цю константу використовуємо умову:

$$v_r = 0 \quad \text{якщо} \quad r = R_1 \quad (17)$$

$$0 = \frac{1}{2}eR_1 + \frac{b}{R_1} \quad (18)$$

Задовольняючи цю умови, знаходимо:

$$b = -\frac{1}{2}eR_1^2 \quad (19)$$

Звідси виводимо ряд рівностей:

$$e_r = \frac{1}{2}e + \frac{\frac{1}{2}eR_1^2}{r^2} \quad (20)$$

$$e_\varphi = \frac{1}{2}e - \frac{\frac{1}{2}eR_1^2}{r^2} \quad (21)$$

$$e_r - e_\varphi = \frac{R_1^2}{r^2}e \quad (22)$$

Тепер переходимо до визначення поля напружень. Із цією метою ми використовуємо рівняння (20)–(22):

$$\sigma_r - \sigma_\varphi = \frac{3(e_r - e_\varphi)\sigma_r}{2e_r - e_\varphi + 3e\chi} = \frac{3\frac{R_1^2}{r^2}\sigma_r}{\left(\frac{1}{2} + \frac{3R_1^2}{2r^2}\right) + 3\chi}, \quad (23)$$

а також рівняння квазістатки, яке часто називають рівнянням рівноваги:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0 \quad (24)$$

Підставляючи (23) у (24), приходимо до простого звичайного диференціального рівняння:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{6R_1^2 \sigma_r}{3rR_1^2 + r^3(1+6\chi)} = 0 \quad (25)$$

Загальний розв'язок рівняння (25) можемо подати у вигляді, який включає невідому константу інтегрування C :

$$\sigma_r = \frac{r^2 + 3R_1^2 + 6r^2\chi}{r^2} C \quad (26)$$

Для її знаходження використовуємо той факт, що за відсутності внутрішньої порожнини, напруження буде розподілене рівномірно та буде рівним радіальному тиску p_{rad} :

$$R_1 = 0: \sigma_r = (1 + 6\chi)C = p_{rad} \quad (27)$$

За його допомогою знаходимо всі компоненти тензору напружень та інваріанти напруженого стану:

$$\sigma_r = \frac{r^2 + 3R_1^2 + 6r^2\chi}{r^2} \frac{p_{rad}}{(1+6\chi)} \quad (27)$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_r - \frac{3\frac{R_1^2}{r^2}}{\left(\frac{1}{2} + \frac{3R_1^2}{2r^2}\right) + 3\chi} \sigma_r \quad (28)$$

$$\sigma_r - \sigma_\varphi = \frac{3 \frac{R_1^2}{r^2}}{\left(\frac{1}{2} + \frac{3R_1^2}{2r^2}\right) + 3\chi} \sigma_r \quad (29)$$

$$p = \frac{6\chi}{1+6\chi} p_{\text{rad}} \quad (30)$$

$$\tau = -\frac{\sqrt{6 + \frac{18R_1^2}{r^4}}}{1+6\chi} p_{\text{rad}} \quad (31)$$

$$\frac{p^2}{\psi} + \frac{\tau^2}{\varphi} = (1 - \theta) \sigma_m \quad (32)$$

$$\varphi = 1 \quad (33)$$

$$\chi = \psi = \frac{a}{\theta} \quad (34)$$

$$p = \frac{6\chi}{1+6\chi} p_{\text{rad}} \quad (41)$$

$$\tau = -\frac{\sqrt{6 + \frac{18R_1^2}{r^4}}}{1+6\chi} p_{\text{rad}} \quad (35)$$

Значення P_{rad} знаходимо, розв'язуючи однорідну задачу про радіальне стиснення циліндра, який не містить порожнину. Розв'язок представлений послідовністю наступних рівнянь:

$$e_z = 0 \quad (36)$$

$$e = 2e_r \quad (37)$$

$$\gamma = -\sqrt{\frac{2}{3}} e_r \quad (38)$$

$$p = +\sqrt{1 - \theta_0} \frac{2e_r \psi}{\sqrt{\left(-\sqrt{\frac{2}{3}} e_r\right)^2 \varphi + (2e_r)^2 \psi}} \sigma_m \quad (39)$$

$$\tau = \sqrt{1 - \theta_0} \frac{-\sqrt{\frac{2}{3}} e_r \varphi}{\sqrt{\left(-\sqrt{\frac{2}{3}} e_r\right)^2 \varphi + (2e_r)^2 \psi}} \sigma_m \quad (40)$$

$$\sigma_r = p - \frac{\tau}{\sqrt{6}} \quad (41)$$

Отже,

$$P_{\text{rad}} = \sigma_r = -\frac{\sqrt{1 - \theta_0} \sigma_m \sqrt{\varphi + 6\psi}}{\sqrt{6}} \quad (42)$$

Підставляючи значення φ та ψ та пам'ятаючи, що пористість відповідає рівномірному її розподілу, отримаємо:

$$p_{\text{rad}} = -\sqrt{1 - \theta_0} \sigma_m \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{a}{\theta_0}} \quad (43)$$

На підставі результатів, які отримані раніше, можна безпосередньо перейти до визначення поля густини. Тому скористуємось першим із визначальних співвідношень – рівнянням (5). Зауважимо, що раніше ми ним ще не користувались. Подамо його спершу у вигляді:

$$\frac{p^2}{a} \theta + \tau^2 = (1 - \theta) \sigma_m \quad (44)$$

Звертає на себе увагу той факт, що воно містить інваріанти тензора напружень, які є нелінійними функціями r . Саме це рівняння є лінійним відносно пористості θ . Слід зауважити, що в даному випадку це значення пористості вже є наступним наближенням до істинного поля густини. Попереднім, або нульовим наближенням, було $\theta = \theta_0$.

Розв'язуючи це рівняння відносно θ , отримаємо рівняння для уточненого поля густини:

$$\theta = \frac{a(\sigma_m^2 - \tau^2)}{p^2 + a\sigma_m^2} \quad (45)$$

Після підстановки у нього отриманих значень для p , τ , p_{rad} маємо:

$$\theta = \frac{a \left(\sigma_m^2 - \left(\frac{\sqrt{\epsilon + \frac{18R_2^4}{r^4}}}{1 + \epsilon\chi} p_{rad} \right)^2 \right)}{\left(\frac{\epsilon\chi}{1 + \epsilon\chi} p_{rad} \right)^2 + a\sigma_m^2} \quad (46)$$

Для конкретних обчислень перш за все необхідно знайти величину θ_0 , яка є нульовим наближенням до пористості. Із цією метою використовуємо закон збереження маси:

$$\theta_0 = 1 - \frac{R_{2i}^2}{R_2^2} (1 - \theta_i) \quad (47)$$

Тут і надалі R_{2i} – це початковий радіус заготовки перед радіально-ізостатичним навантаженням, θ_i – початкова пористість.

Параметр a доцільно визначити із експерименту на всебічне стиснення, апроксимуючи криву «тиск–пористість» у вигляді $p = \frac{a}{\theta}$. Параметр σ_m доцільно вважати рівним тиску, який відповідає зменшенню пористості на 25% від початкового значення (тобто, якщо вона була спочатку рівна 0,5, то σ_m рівне тому тиску, коли пористість дорівнюватиме 0,375)

Вигляд розрахункової залежності пористості наведений на рисунку 2. Як видно з розрахунків та проведення практичного дослідження пористість змінюється при зміні радіусу циліндричної заготовки ППМ (пустотілого циліндру), який виготовлений методом радіально-ізостатичного пресування.

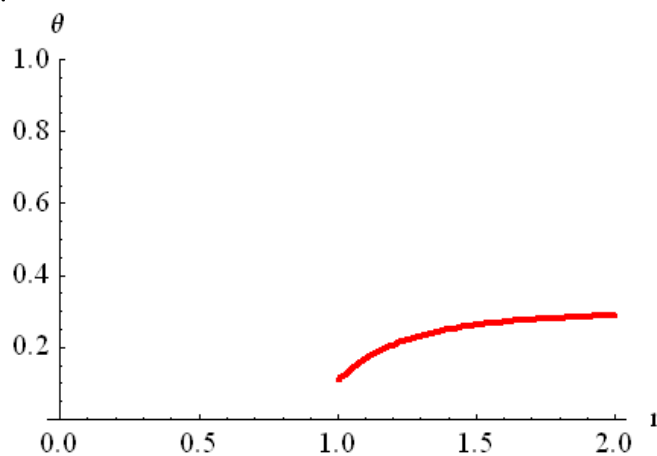


Рисунок 2 – Залежність пористості θ від радіусу r (см) заготовки

Висновки. Авторами даного наукового дослідження було проведено аналіз та розрахунок розподілу густини за радіусом пустотілого ППМ, який отриманий методом радіально-ізостатичного пресування. Під час проведення теоретичних розрахунків отримані результати, який

дозволяє аналізувати фактори, що сприяють неоднорідності розподілу густину. Це і показано у ході проведення розрахунків.

Подальші роботи будуть спрямовані на перевірку адекватності даної математичної моделі та експериментальне обґрунтування виведеної теорії.

ЛІТЕРАТУРА

1. Белов С.В., Витязь П.А., Шелег В.К. и др. Пористые проникаемые материалы. Справочник. – М.: Металлургия, 1987. – 332 с.
2. Шибряев Б.Ф. Пористые проникаемые порошковые материалы. – М.: Металлургия, 1982. – 168 с.
3. Анащенко М.П., Пилинович Л.П., Савич В.В., Рак А.Л. Пористые материалы из металлических порошков для очистки питьевой, технической и сточной воды // Новые ресурсосберегающие технологии и улучшения экологической обстановки в легкой промышленности и машиностроении: Тез. докл. межд. конф. – Витебск, 1998. – с.269-271.
4. Витязь П.А., Капцевич В.М., Кусин Р.А. Фильтрующие материалы: свойства, области применения, технология изготовления. – Мн.: НИИ ПМ с ОП, 1999. – 304 с.
5. Витязь П.А., Шелег В.К. Капцевич В.М. Прогнозирование свойств спеченных пористых материалов с переменной по сечению пористостью бидисперсной глобулярной модели. – Мн.: Высшая школа, 1980, - Вып.4. – с.68-72.
6. Федорченко И.М., Филатова Н.А. Фильтрующие свойства высокопористых материалов, изготовленных из железного порошка с несферической формой частиц // Порошковая металлургия. – 1962. – № 3. - С. 49-54.
7. Борок Б.А., Ольхов И.И. Порошковая металлургия // Уч. для вузов, - Металлургиздат. – 1948. – 144 с.
8. Борок Б.А. [Гидростатическое прессование](#) металлических порошков. [Порошковая металлургия](#). — Доклады 4-го Всесоюзного совещания по вопросам [порошковой металлургии](#). – Металлургиздат. – 1956. – С.187—203.
9. Штерн М.Б. [про залежність густину–тиск та розподілу густини при пресуванні порошків](#) / Штерн М.Б. // Порошкова металургія. – 2014 - №03/04. – с.19-29.
10. Штерн М.Б., Михайлов О.В. Численное моделирование процесов пресования порошковых изделий сложной формы в жестких матрицах: влияние схемы пресования на распределение плотности // Порошковая металлургия. – 2002. – № 11/12. – С. 29-36.
11. Михайлов О.В. Моделювання ущільнення біпористих порошкових виробів, що мають похілі до напрямку пресування поверхні / Михайлов О.В. // Математичні моделі і обчислювальний експеримент в матеріалознавстві - Київ: ІПМ ім.І.М.Францевича НАН України. – 2011. - №13 - С.90-95.
12. Штерн М.Б. Развитие теории пластичности пористых тел // Порошковая металлургия. - № 9. - 1992. -С. 19 – 29
13. Штерн М.Б., Дудунов В.Д. Определение ресурса пластичности порошковых материалов на основе модели пластического течения пористых тел. I. Критерий исчерпания ресурса пластичности //Порошковая металлургия. – 1999. – №11/12. – С.31-40.
14. А.В. Кузьмов Влияние третьего инварианта на свойства и структуру определяющих соотношений порошковых материалов / А.В.Кузьмов, М.Б.Штерн // [Порошковая металлургия](#). – 2003. - №7-8. - С.1-10.

Стаття надійшла до редакції 25.04.2016.