

**А.Л. Башинський, С.А. Осташевський**

*Національна академія Державної прикордонної служби України ім. Б.Хмельницького*

**МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ПІДРЕСОРЕНИХ  
І НЕПІДРЕСОРЕНИХ МАС АВТОМОБІЛЯ В МОМЕНТ ПЕРЕХОДУ  
З ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ПЛОЩИНИ РУХУ НА ПОХИЛУ**

*Встановлено, що при переході з горизонтальної площини руху на похилу найбільш небезпечним моментом є сам момент збудження коливань. Показано, що прискорене переміщення підресорених мас відносно центру обертання може призвести до значного зменшення коефіцієнту поперечної стійкості. Отримано залежності для опису взаємних переміщень підресорених та непідресорених мас. Запропонована модель аналізу поведінки різномісних автомобілів з різним набором елементів підвіски при моделюванні виконання різних випробувальних маневрів.*

*Ключові слова:* стійкість, автомобіль, статична стійкість, методи випробувань, розрахункова схема.

**А.Л. Башинський, С.А. Осташевський**

*Национальная академия Государственной пограничной службы Украины им. Б.Хмельницкого*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПОДРЕССОРЕННЫХ  
И НЕПОДРЕССОРЕННЫХ МАС АВТОМОБИЛЯ В МОМЕНТ ПЕРЕХОДА С  
ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ДВИЖЕНИЯ НА НАКЛОННУЮ**

*Установлено, что при переходе с горизонтальной плоскости движения на наклонную наиболее опасным моментом является сам момент возбуждения колебаний. Показано, что ускоренное перемещение поддресоренных масс относительно центра вращения может привести к значительному уменьшению коэффициента поперечной устойчивости. Получены зависимости для описания взаимных перемещений поддресоренных и неподдресоренных масс. Предложенная модель анализа поведения различных автомобилей с различным набором элементов подвески при моделировании выполнения различных испытательных маневров.*

*Ключевые слова:* устойчивость, автомобиль, статическая устойчивость, методы испытаний, расчетная схема.

**A.L. Bashinsky, S.A. Ostashevsky**

*The B. Khmelnytskyi National Academy of State Border Service of Ukraine*

**BEHAVIOR MODELING OF THE SPRUNG AND THE UNSPRUNG MASSES  
OF THE CAR IN THE TIME OF TRANSITION FROM THE HORIZONTAL PLANE OF  
MOTION INTO AN INCLINE**

*It was established that during the transition from the horizontal plane of motion on an inclined the most dangerous moment is the moment of excitation of oscillations. It is shown that the accelerated movement of the sprung mass relative to the rotation center can lead to a significant reduction of the transverse stability factor. The dependences for the description of the mutual movement of the sprung and unsprung masses were obtained. The model of analysis of the behavior of different types of cars with different set of suspension elements in the simulation performance of various test maneuvers was proposed.*

*Keywords:* stability, car, static resistance, test methods, design scheme.

**Постановка проблеми.** Враховуючи зростаючу потребу Збройних Сил України та інших силових структур в бойових колісних машинах та активізацію діяльності у цьому напрямку як заводів виробників, так і конструкторів, гостро постає проблема у адекватній оцінці поведінки транспортного засобу в умовах руху по пересічній місцевості, при постійній зміні як площин, так і швидкостей руху. Потребує дослідження поведінка в динаміці як уже виготовленого транспортного засобу («Козак», «Cougar», «Барс», «Тритон», «Spartan», «Світязь», Краз-6322 і т.п.), для вибору пріоритетних зразків для комплектування підрозділів або формування рекомендацій по параметрам підвіски для автомобілів, які поки ще перебувають у стадії проектування. Для проектувальників та виробників задля створення конкурентно спроможного зразка важливо спрогнозувати, як будуть поводити себе машини у різних дорожньо-грунтових умовах. Визначити, яку максимальну безпечну швидкість прямолінійного стійкого руху може забезпечити машина по пересічній місцевості із заданими кутами косогору або які максимально можливі кути косогорів може стійко долати машина за умови заданої швидкості руху на пересічній місцевості.

Таким чином, запропонована модель розробляється з метою вирішення наступних завдань:

1. Моделювання стійкості прямолінійного руху на пересічній місцевості вже виготовленого зразка, який розглядається як альтернативний для прийняття його на озброєння. При цьому його рух моделюється на предмет його відповідності вимозі по забезпеченню встановленої швидкості руху по пересічній місцевості.

2. Вироблення обґрунтованих рекомендацій для конструкторів та виробників щодо параметрів підвіски для задоволення вимог щодо подолання визначених кутів косорогів без втрати стійкості під час руху автомобіля із заданою швидкістю.

**Результати досліджень.** Для дослідження коливань пружної системи, характерної для сучасних транспортних засобів розглянемо одномасову розрахункову схему автомобіля, яка, як доведено раніше [1, 2, 3], дає конкретні результати. Оскільки незалежні змінні, які обрані узагальненими координатами системи, змінюються у поперечній площині, залишаючись незмінними у поздовжній, то за даних припущень є можливим розглядання плоскої розрахункової схеми. Також прийнято, що вантажна платформа з її несучим елементом (рамою), вантажем та надстройками є твердим тілом, що має поперечну площину симетрії, що дає можливість знехтувати деформацією рами. Контакт шин вважається точковим, тип та тиск у шинах – стандартні. Автомобіль здійснює прямолінійний рівноприскорений рух по горизонтальній площині.

Для дослідження руху підресорених та непідресорених мас автомобіля під час його руху по горизонтальній площині вибрана плоска модель руху у системі координат  $Z_0O_0Y_0$ , якій відповідає одномасова розрахункова схема (рис. 1) з двома ступенями свободи [1, 3, 4]. Найбільш загальними методами складання рівняння руху подібних механічних систем є застосування варіаційного принципу Гамільтона або рівнянь Лагранжа другого роду.

Важливою перевагою рівнянь Лагранжа другого роду є те, що їх вигляд та число не залежать ні від кількості, ні від характеру тіл, що входять у систему. Кількість рівнянь визначається лише числом ступенів свободи механічної системи, крім того, у рівняння входять узагальнені активні сили, що дозволяє наперед виключити з розгляду невідомі реакції в'язей. Тому вони і були застосовані для дослідження коливань даної механічної системи.

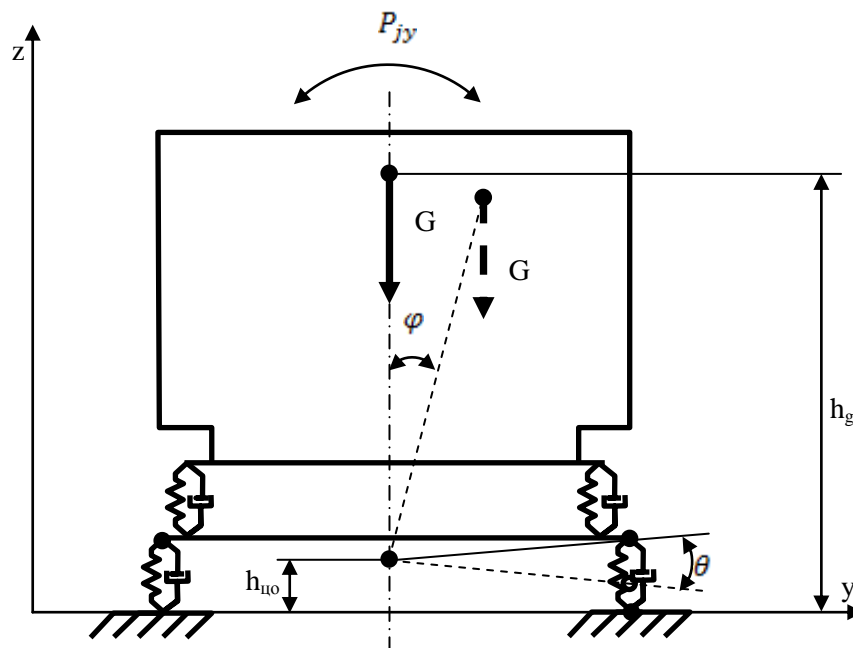


Рис. 1. Розрахункова схема:

$\varphi, \theta$  – кути крену підресорених та непідресорених мас;  $h_{цo}$  – висота центру обертання підресорених та непідресорених мас.

Для того, щоб скласти вказані рівняння необхідно отримати вирази для кінетичної енергії малих коливань системи, потенціальної енергії та дисипативної функції даної системи [4, 5].

Кінетична енергія системи розглядалась як сума наступних складових:

- енергії обертального руху центру мас підресореної маси навколо центру крену;
- енергії обертального руху мас, зосереджених у центрах правих та лівих коліс, навколо центру крену.

Таким чином, загальна кінетична енергія системи буде рівною:

$$T = \frac{\mu_m \cdot m_a}{2 \cdot (1 + \mu_m)} \cdot r_{nm}^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{m_a \cdot B^2}{8 \cdot (1 + \mu_m)} \cdot \dot{\theta}^2 \quad (1)$$

де,  $\mu_m = \frac{m_{nm}}{\sum m_{nm}}$  - коефіцієнт підресорених мас [1];

$m_{nm}$  - маса підресорених мас;

$m_{nm}$  - маса непідресорених мас;

$m_a$  - маса автомобіля;

$r_{nm}$  - радіус обертання підресореної маси;

$B$  - колія транспортного засобу.

Відповідно потенціальна енергія коливань механічної системи розглядалась як така, що складається з:

- енергії вертикального переміщення центру мас;
- енергії вертикальних переміщень центрів мас зосереджених у правих та лівих колесах;
- енергії стиснення демпфіруючих пристроїв.

Тоді, потенціальної енергії системи:

$$\Pi = m_a \cdot g \cdot \varphi^2 \cdot \left( \frac{C_n - r_{nm}}{2} \right) + \frac{m_a \cdot g \cdot B \cdot \theta}{2 \cdot (1 + \mu_m)} \quad (2)$$

де,  $g$  - прискорення вільного падіння;

$C_n$  - приведена кутова жорсткість підвіски;

Дисипативна функція системи будувалась виходячи з наступних міркувань. Визначальним для роботи амортизаторів є їхній коефіцієнт опору  $k_a$  [1, 4]. Сила опору телескопічного амортизатора:

$$F_a = k_a \cdot \dot{Z}_a \quad (3)$$

де,  $\dot{Z}_a$  - відносна швидкість переміщення поршня амортизатора.

Аналогічно визначається сила тертя у гумово-кордовій оболонці шин під час вертикальних їх переміщень (коливань), пропорційна до відносної швидкості деформації шини і залежить від коефіцієнту демпфірування  $k_k$  шини коліс.

Вільні коливання в реальних умовах проходять за наявності сил опору, які викликають розсіювання механічної енергії системи. У даному випадку ми маємо два типи сил опору. Зовнішні сили опору будуть пропорційні швидкості руху мас автомобіля, внутрішні – їх відносному переміщенню. Оскільки головною метою даного дослідження є визначення ступеню впливу зміни координат центру мас транспортного засобу на його поперечну стійкість, то цілком вірним буде припущення, що сили опору, діючі на кожну точку системи будуть пропорційними швидкості зміни узагальнених координат. Тоді узагальнені сили опору будуть визначатись як [4]:

$$\Phi = \frac{1}{4} \cdot k_a \cdot B \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} \cdot k_k \cdot B \cdot \dot{\theta}^2 \quad (4)$$

Відповідно система рівнянь Лагранжа другого роду для розглядуваної механічної системи прийме наступний вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + \frac{B \cdot k_a \cdot \xi}{2 \cdot m_a \cdot r_{nm}^2} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) + \frac{\xi \cdot g \cdot (C_n - r_{nm})}{r_{nm}^2} \cdot \varphi = 0 \\ \ddot{\theta} + \frac{2 \cdot (1 + \mu_m) \cdot (k_a + 2 \cdot k_k)}{B \cdot m_a} \cdot \dot{\theta} - \frac{2 \cdot k_a \cdot (1 + \mu_m)}{B \cdot m_a} \cdot \dot{\varphi} + \frac{2 \cdot g}{B} \cdot \varphi = 0 \end{cases} \quad (5)$$

де,

$$\xi = \frac{1 + \mu_m}{\mu_m} \quad (6)$$

Характеристичне рівняння системи матиме наступний вигляд:

$$x \cdot [x^3 + (a + c) \cdot x^2 + (a \cdot c - d) \cdot x + b \cdot c] = 0 \quad (7)$$

де,

$$a = \frac{B \cdot k_a \cdot \xi}{2 \cdot m_a \cdot r_{nm}^2}; b = \frac{\xi \cdot g \cdot (C_n - r_{nm})}{r_{nm}^2}; c = \frac{2 \cdot (1 + \mu_m) \cdot (k_a + 2 \cdot k_k)}{B \cdot m_a}; d = \frac{k_a^2 \cdot (1 + \mu_m)^2}{2 \cdot \mu_m \cdot m_a^2 \cdot r_{nm}^2}.$$

Отже, рівняння (7) матиме два дійсних кореня та два комплексних спряжених кореня наступного вигляду:

$$x_1 = 0; x_2 = -n_1; x_3 = -n_2 + i \cdot k_2; \bar{x}_3 = -n_2 - i \cdot k_2.$$

Таким чином, коливання механічної системи слід розглядати як накладання один на одного затухаючого коливання та аперіодичних рухів системи. За вихідних умов, при яких  $t = 0$ ,  $\varphi(0) = \varphi_0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = 0$ , для однорідної системи диференціальних рівнянь (5) рух підресорених мас буде описуватись виразом:

$$\varphi(t) = -\varphi_0 + \varphi_0 \cdot e^{-n_1 \cdot t} + e^{-n_2 \cdot t} \cdot \left[ \varphi_0 \cdot \cos(k_2 \cdot t) + \varphi_0 \cdot \frac{n_2}{k_2} \cdot \sin(k_2 \cdot t) \right] \quad (10)$$

Розв'язок неоднорідної системи рівнянь (5) отримано за допомогою командного блоку Given-Odesolve програмного середовища Mathcad [6] (рис. 3).

Розглянемо випадок переходу транспортного засобу від руху по горизонтальній до руху по похилій площині (рис 2).

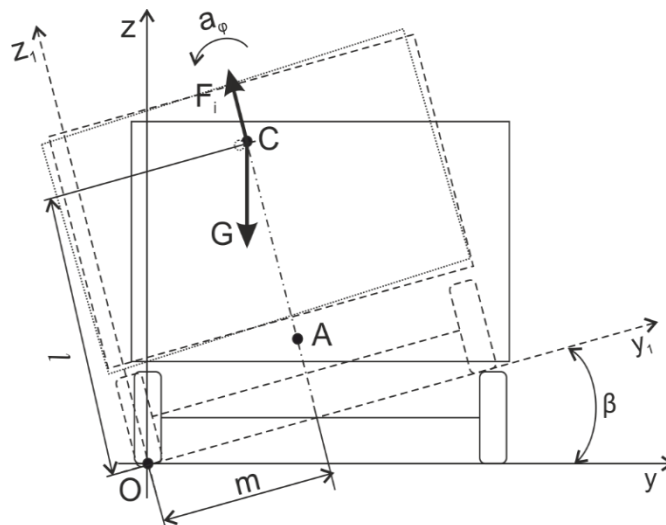


Рис. 2. Розрахункова схема сил для визначення коефіцієнту поперечної стійкості з урахуванням сил інерції обертального руху підресорених мас.

На відміну від існуючих підходів до визначення коефіцієнту поперечної стійкості в запропонованій моделі розглядається перекидаючий момент, що формується вагою автомобіля відносно центру приведення сил (т. О) та складовою сили інерції ( $F_i$ ), що виникає у результаті переміщення підресорених мас відносно центру обертання підресорених та непідресорених мас (т. А) із прискоренням  $\ddot{\varphi}_{\max}$  (яке доцільно визначати за початкових умов:  $\varphi(0) = 0$ ;  $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$ , де  $\varphi$  - кут крену підресорених мас), відносно центру приведення сил (т. О). Відповідно, сума моментів сил відносно т. О (умова забезпечення стійкого руху за перекиданням):

$$\sum M_o = F_i \cdot l + G \cdot l - G \cdot m = 0;$$

$$\tan \beta = \frac{B \cdot g}{2 \cdot h \cdot \left( g + \frac{\mu_m}{1 + \mu_m} \cdot \ddot{\varphi} \right)}$$

Таким чином, за наявності поперечно-кутових коливань можливим збільшенням коефіцієнту поперечної стійкості автомобіля є зменшення прискорення  $\ddot{\varphi}$  руху підресорених мас, що може досягатись підбором параметрів пружних елементів підвіски та мінімально-можливої висоти вантажної платформи, оскільки:

$$\lim_{\ddot{\varphi} \rightarrow 0} \left( \frac{B \cdot g}{2 \cdot h \cdot \left( g + \frac{\mu_m}{1 + \mu_m} \cdot \ddot{\varphi} \right)} \right) \rightarrow \frac{B}{2 \cdot h}$$

що є максимальним значенням коефіцієнту поперечної стійкості.

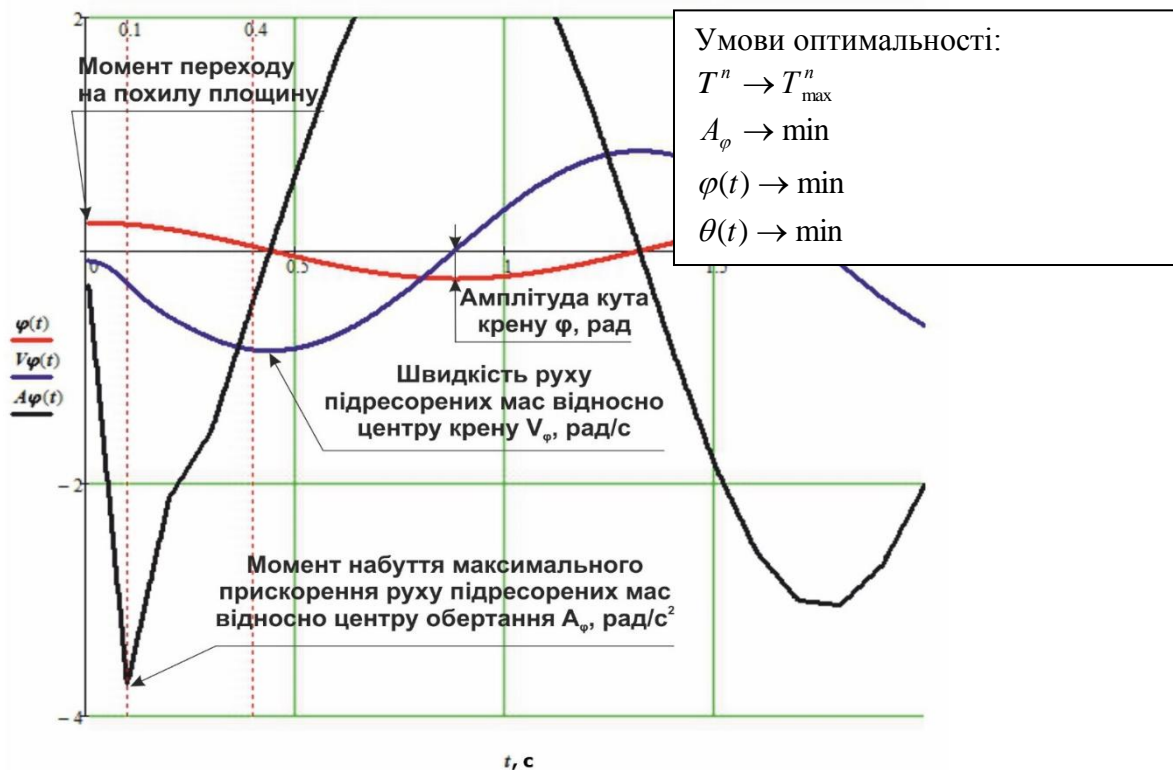


Рис. 3. Приклад моделювання поведінки підресорених та непідресорених мас автомобіля ЗІЛ-431410

Аналіз графіків (рис. 3) отриманих у результаті розв'язку системи рівнянь (5) показав, що найбільш небезпечним моментом є сам момент збудження коливань. У перші доли секунди підресорені маси набувають максимального прискорення, що (для прикладу розглядався гіпотетичний автомобіль з технічними характеристиками близькими до автомобіля ЗІЛ - 431410, при  $\varphi_0 = 0.24$  рад, що відповідає нормативному поперечному ухилу дорожнього полотна 25% ) може призвести до зменшення коефіцієнту поперечної стійкості на 20% і більше, за відсутності додаткових збурень при подальшому прямолінійному та рівноприскореному русі автомобіля можливе відхилення даного показника становитиме близько 5%, що може належати до статистичної похибки вимірювань.

Характер отриманих залежностей дозволяє провести апроксимацію функції для визначення прискорень у початковий момент руху після завершення дії збурюючих сил.

**Висновки.** Отже, оптимальним варіантом підбору складових частин підвіски по забезпеченню поперечної стійкості буде той, при якому буде мінімальним час затухання коливань невідресорених мас  $\theta(t)$ , максимальним період коливань підресорених мас  $T_{\max}^n$ , мінімальною амплітуда значень кута крену підресорених мас автомобіля  $\varphi(t)$  та прискорення руху підресорених мас відносно центру обертання  $A\varphi(t)$ .

Запропонована модель може з користю бути використана для також і для аналізу поведінки різнотипних автомобілів з різним набором елементів підвіски при моделюванні виконання різних випробувальних маневрів на стійкість та керованість.

### Література

1. Вікович І.А. Теорія руху транспортних засобів: підручник / І.А. Вікович. - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. - 672 с.
2. Башинський А. Л. Розрахункові схеми статичної поперечної стійкості / А.Л. Башинський // Автошляховик України. – 2015. - №3 (245). – С. 22-23.
3. Башинський А. Л. Альтернативний підхід до оцінки поперечної стійкості автомобіля / А. Л. Башинський // Вестник Харьковського національного автомобільно-дорожнього університету. - 2015. - Вып. 71.
4. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М.: Высш. школа, 1980. – 408 с., ил.
5. Іванов Б.О. Конспект лекцій із теоретичної механіки: навчальний посібник / Б.О. Іванов, М.В. Максюта. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2012. – 207 с.
6. Кирьянов Д.В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.: ил. + Видеокурс – (В подлиннике).

Стаття надійшла до редакції 04.03.2016.