УДК 629.113

В.П. Сахно, Є.М. Місько
Національній транспортний університет

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРА ЖОРСТКОСТІ ПІДВІСКИ КОЛІСНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

Приведена методика визначення характеристик жорсткості підвіски колісного транспортного засобу (КТЗ) на основі зіставлення результатів натурного експерименту і аналізу математичної моделі вертикальних коливань, що має дві міри свободи.

Ключові слова: *вертикальна динаміка, коефіцієнт жорсткості підвіски, нерівність, коливання, ідентифікація, жорсткість, математичне моделювання, транспортний засіб*

В.П. Сахно, Е.М. Мисько
Национальной транспортный университет

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРА ЖЕСТКОСТИ ПОДВЕСКИ КОЛЕСНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Приведена методика определения характеристик жесткости подвески колесного транспортного средства (КТС) на основе сопоставления результатов натурного эксперимента и анализа математической модели вертикальных колебаний, имеющей две степени свободы.

Ключевые слова: *вертикальная динамика, коэффициент жесткости подвески, неровность, колебания, идентификация, жесткость, математическое моделирование, транспортное средство.*

V. Sakhno, E. Misko
National Transport University

IDENTIFICATION OF VEHICLE SUSPENSION STIFFNESS PARAMETER

Present methods of determining the characteristics of the wheeled vehicle suspension stiffness based on comparison of the results of model experiment and analysis of mathematical model of vertical oscillations with two degrees of freedom.

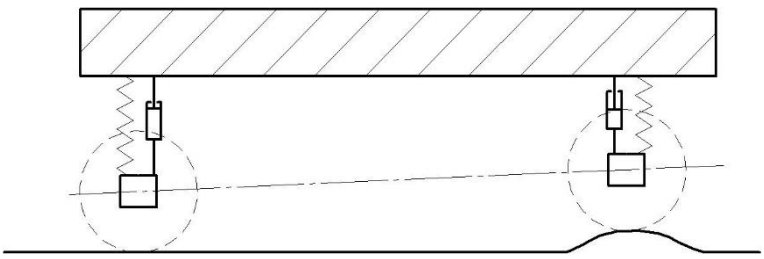
Keywords: *vertical dynamics, stiffness coefficient of the suspension, roughness, fluctuation, identification, stiffness, mathematical modeling, vehicle.*

Постановка проблеми. При розрахунках плавності ходу автомобіля завдання полягає в ідентифікації жорсткісних характеристик підвіски. При цьому для спрощення розрахунків приймається, що власною жорсткістю шин і характеристиками їх демпфування можна знехтувати. У статті показана принципова можливість визначення жорсткості підвіски на основі інформації про усереднений період її коливань, отриманої в експерименті.

Мета статті. Ідентифікація параметрів жорсткості підвіски колісного транспортного засобу (КТЗ) на основі зіставлення результатів натурного експерименту з результатами математичного моделювання системи рівнянь вертикальної динаміки (двох зв'язаних лінійних осциляторів, що описують коливання галопування і підстрибування).

Результати досліджень. При русі колісного транспортного засобу по дорожньому полотну виникають складні зворотно-поступальні коливання кузова, що сприймаються від нерівностей дорожнього полотна.

Розглянемо окремі випадки виникнення подібних коливань, коли обидва колеса однієї осі наїжджають на дорожню нерівність (рис.1). Після наїзду на подібну нерівність в системі виникають коливанняз власною частотою, яка залежить від жорсткості підвіски автомобіля і коефіцієнту демпфування, який залежить від швидкості згасання даних коливань.



© В.П. Сахно, Є.М. Місько

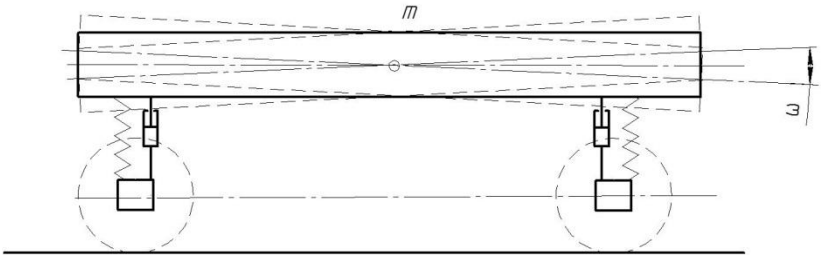


Рис. 1. – **Схема наїзду колесаКТЗ на нерівність (перешкоду) дорожнього полотна**

При цьому подібна система має дваступені вільності – обертання щодо центру мас автомобіля і переміщення у вертикальній площині самого центру мас, зміну яких можна розглядати як суперпозицію двох головних мод коливальної системи, кожна з яких при цьому має власну частоту і характеристику демпфування.

При розгляді даного випадку довільного руху КТЗ можливе визначення приведеного коефіцієнта жорсткості експериментальним шляхом. Для цього транспортний засіб встановлюється на горизонтальному майданчику. Фіксується первинне положення кузова щодо контрольної точки (для зручності береться точка безпосередньо над віссю, параметри якої ідентифікуватимуться), переміщення якої фіксуватиметься контрольно-вимірювальним устаткуванням. Значення початкових параметрів, що визначають конфігурацію системи $z_0 + a\varphi_0$(прогин підвіски): $z_0 = 0{,}05$ м; $\varphi_0 = 0{,}0083$ рад.

Розглянемо основні характеристики коливальної системи на прикладі рівняння коливань матеріальної точки (1).

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = 0 \tag{1}$$

де m – маса матеріальної точки;
k – коефіцієнт опору амортизатора;
c – коефіцієнт жорсткості підвіски;
x – переміщення матеріальної точки.

Рівняння (1) описує вертикальні коливання моделі екіпажа щодо статичного положення рівноваги.

Після приведення рівняння до канонічного вигляду отримаємо:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\dot{x} + \frac{c}{m}x = 0 \tag{2}$$

де $\frac{k}{m} = a$ - відповідає параметру приведеного демпфування;

$\frac{c}{m} = b$ - відповідає параметру приведеної жорсткості.

Диференціальному рівнянню (2) відповідає наступне характеристичне рівняння:

$$\lambda^2 + 2a\lambda + b = 0. \tag{3}$$

Корені характеристичного рівняння (3) визначають вид рішення:

$$\lambda_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 - b} \tag{4}$$

$$\lambda(t) = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega t + \varphi)\,. \tag{5}$$

Період коливань може бути представлений приблизно у вигляді:

$$T = \frac{2\pi}{b\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}} \approx \frac{2\pi}{b}\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\right). \quad (6)$$

При малому значенні демпфування ($\frac{a}{b} \ll 1$) період затухаючих коливань мало відрізняється від періоду вільних коливань, тоді приведену жорсткість можна визначати по періоду коливань, спостережуваних в експерименті. Передбачається реалізація подібного підходу для випадку системи з двома ступенями вільності.

Перейдемо до аналізу періоду коливань спрощеної системи (без урахування дисипації). При цьому

$$A\begin{pmatrix}\ddot{z}\\ \ddot{\varphi}\end{pmatrix} = C\begin{pmatrix}z\\ \varphi\end{pmatrix}, \quad (7)$$

де A і C – постійні коефіцієнти.

Далі приведемо систему (7) до вигляду, відповідного головним координатам. Вирішимо систему щодо старших похідних, отримаємо систему:

$$\begin{pmatrix}\ddot{z}\\ \ddot{\varphi}\end{pmatrix} = A^{-1}C\begin{pmatrix}z\\ \varphi\end{pmatrix}. \quad (8)$$

Цю систему можна привести до спрощеного вигляду (12, 13), шляхом перетворення координат з матрицею H($\begin{pmatrix}z\\ \varphi\end{pmatrix} = H\begin{pmatrix}z_1\\ z_2\end{pmatrix}$), координати$z_1$, z_2 є нормальними координатами. Стовпці матриці H є власними векторами матриці, які відповідають власним значенням цієї матриці

$$H = \begin{pmatrix}V_{11} & V_{21}\\ V_{12} & V_{22}\end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\ddot{z}_1 = -\omega_1^2 z_1 \quad (10)$$

$$\ddot{z}_2 = -\omega_2^2 z_2 \quad (11)$$

$$z_1 = c_1^1\cos(\omega_1 t) + c_2^1 sin(\omega_1 t) \quad (12)$$

$$z_2 = c_1^2\cos(\omega_2 t) + c_2^2\sin(\omega_2 t) \quad (13)$$

де c_i^i – константи, які визначаються початковими умовами приt=0.

$$z_{1(0)} = c_1^1; \quad (14)$$

$$z_{2(0)} = c_1^2, \quad (15)$$

які знаходяться з системи рівнянь (16).

$$\begin{cases} z_{(0)} = V_{11}\cdot z_{1(0)} + V_{21}\cdot z_{2(0)} \\ \varphi_{(0)} = V_{12}\cdot z_{1(0)} + V_{22}\cdot z_{2(0)} \end{cases} \quad (16)$$

Внаслідок того, що рішення для системи (12,13) має вигляд:

$$z_1 = c_1^1\cdot\cos(\omega_1 t); \quad (17)$$

$$z_2 = c_1^2 \cdot \cos(\omega_2 t)\,, \tag{18}$$

nj вирішення початкової системи (8) має вигляд:

$$z = V_{11} \cdot c_1^1 \cdot \cos(\omega_1 t) + V_{21} \cdot c_1^2 \cdot \cos(\omega_2 t) \tag{19}$$

$$\varphi = V_{12} \cdot c_1^1 \cdot \cos(\omega_1 t) + V_{22} \cdot c_1^2 \cdot \cos(\omega_2 t) \tag{20}$$

Отримане в аналітичному вигляді рішення (19, 20) дає можливість за інформацією про усереднений період (отриманий в експерименті) ідентифікувати приведену жорсткість підвіски $z(t) + a\varphi(t)$. Перевірку викладень можливо здійснити шляхом зіставлення графіків інтегральних кривих відповідних прогину досліджуваної підвіски автомобіля та отриманих аналітично. Ці графіки практично співпадають між собою, рис. 2.

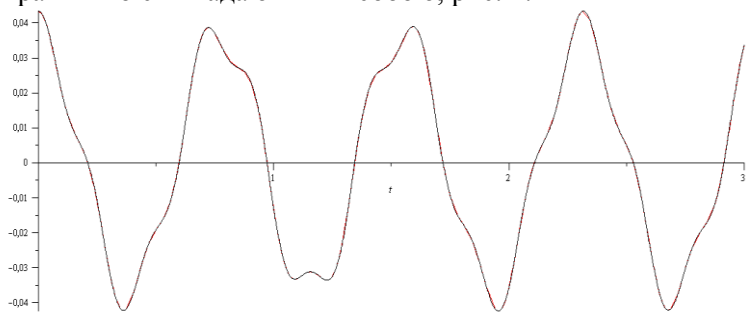


Рис. 2. – **Графіки коливань без урахування дисипації в підвісці**

Вважаючи, що аналітичне рішення відповідає усередненому періоду коливань в експерименті, з умови реалізації даного періоду чисельно знайдемо значення приведеної жорсткості підвіски. Проілюструємо отримання цього рішення графічно (рис. 3).

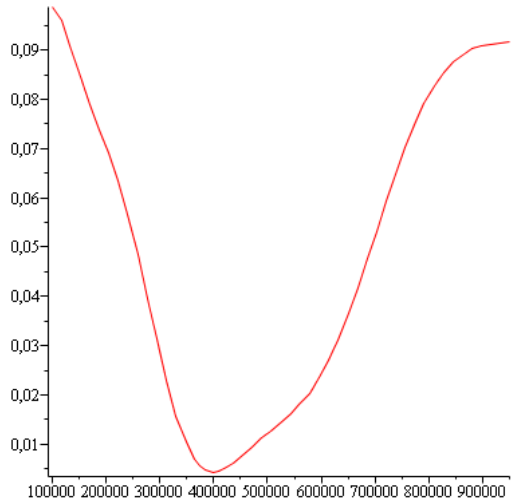


Рис. 3. – **Графік приведеної жорсткості підвіски**

Точка екстремуму, що реалізується на графіку (рис. 3), відповідає значенню приведеної жорсткості C_1=403000Н/м. Слід зазначити наявність деякої абсолютної похибки, яка не перевищує 0,005.

Висновки. Запропонований у статті метод дає можливість ідентифікувати параметр приведеної жорсткості підвіски колісного транспортного засобу на основі аналітичного рішення, що описує вертикальну динаміку двоступеневої моделі у поєднанні з експериментальним визначенням періоду коливання кузова.

Література

1. Брох Е.Т. Измерения механических колебаний и ударов. Рига.: Наука и техника, 1973. - 308 с.
2. Ведемейер Е.А. Колебание автомобиля и двигателя. М.: Автотрансиздат, 1959. - 14 с.
3. Галашин В.А. и др. Амплитудно-частотные характеристики подвески малолитражных автомобилей// Труды МВТУ им. Н. Э. Баумана: Вопросы автомобилестроения, №204. М.: 1974. - С. 115-120.
4. Мисько Е.М. Исследование жесткостных характеристик подвески городского автобуса МАЗ-105//Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. – №2-3. – 2014. – С.93-96.
5. Шифрин Б.М., Линейная модель колибаний подвески шасси пневмоколесной машины, Конструювання, експлуатація та виробництво сільськогосподарських машин, випуск 41,2011. – С. 207-215.

Стаття надійшла в редакцію 23.04.2016

© В.П. Сахно, Є.М. Місько