

УДК 506+510

Є.А. Недашківський*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»***ІННОВАЦІЙНИЙ ПІДХІД ДО ПРОГНОЗУВАННЯ ФІНАНСОВИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ З ФРАКТАЛЬНОЮ СТРУКТУРОЮ**

Запропоновано інноваційний підхід до прогнозування фінансових часових рядів з фрактальною структурою. Окреслено ознаки фрактальності на фінансових ринках. Економічні часові ряди визначено як прояв фрактальних властивостей на коротких горизонтах, але з асимптотичною схожістю з рівновагою. Представлено загальний спосіб аналізу та прогнозування фінансового часового ряду за допомогою лінгвістичного моделювання, реалізація якого викладена у вигляді структурної схеми.

Ключові слова: фінансові часові ряди, фрактали, лінгвістичне моделювання, самоподібна структура, аналіз, прогнозування, стохастичний напрямок, броунівський рух.

Форм. 17. Рис. 1. Літ. 13.

Е.А. Недашковский**ИННОВАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ**

Предложено инновационный подход к прогнозированию финансовых временных рядов с фрактальной структурой. Определены признаки фрактальности на финансовых рынках. Экономические временные ряды определены как проявление фрактальных свойств на коротких горизонтах, но с асимптотическим сходством с равновесием. Представлен общий способ анализа и прогнозирования финансового временного ряда с помощью лингвистического моделирования, реализация которого изложена в виде структурной схемы.

Ключевые слова: финансовые временные ряды, фракталы, лингвистическое моделирование, самоподобная структура, анализ, прогнозирование, стохастическое направление, броуновское движение.

Y.A. Nedashkivskyi**INNOVATIVE APPROACH TO FORECASTING OF FINANCIAL TIME SERIES WITH FRACTAL STRUCTURE**

An innovative approach to predicting financial time series with a fractal structure is proposed. The signs of fractality in the financial markets are determined. Economic time series are defined as the manifestation of fractal properties on short horizons, but with asymptotic similarity with equilibrium. A general way of analyzing and forecasting a financial time series is presented with the help of linguistic modeling, the implementation of which is stated in the form of a structural diagram.

The method of analysis and forecasting of the financial time series with fractal structure through linguistic modeling is determined, which involves scaling of the time series and singling out of codimension. The features of the suggested method allow analyzing and forecasting financial time series in the conditions where the existing methods, which use the apparatus of mathematical statistics or information technologies separately, appear to be ineffective.

Key words. financial time series, fractals, linguistic modeling, self-similar structure, analysis, forecasting, stochastic direction, Brownian motion.

Вступ та постановка проблеми дослідження. У часових характеристиках процесів і явищ, що протікають в середовищах із самоподібною структурою, виявляють фрактальну поведінку. Фрактальні часові ряди – цілий клас фрактальних кривих, широко використовуваних при описі й моделюванні найрізноманітніших явищ. З їх допомогою описуються такі явища, які, здавалося б, не мають нічого спільного: рух броунівської частинки, поведінка курсу обміну валют на фінансових ринках, зміна рівня води в озерах і річках і т.д. Застосування фракталів в моделюванні часових рядів, зокрема, така характеристика тимчасового ряду, як фрактальна розмірність, дозволяє визначити момент, в який система стає нестабільна і готова перейти у новий стан.

Створення модифікованих моделей, що об'єднують у собі інтелектуальні та статистичні методи аналізу, та прогнозування фінансових часових рядів є актуальним завданням сьогодення в силу наявності виявлених недоліків існуючих методів у сфері сучасної економічної науки.

Інтеграція апарату нечіткої логіки та теорії детермінованого хаосу у межах лінгвістичного моделювання спонукають до розробки інноваційних підходів прогнозування фінансових часових рядів з фрактальною структурою.

Масштабність фінансових часових рядів з фрактальними властивостями вимагає застосування єдиного універсального механізму, який приводить до аналізу фрактальності динамічних процесів, що виникають в економічних системах. Пошук такого механізму є одним з найактуальніших завдань науки сьогодення.

Мета роботи. Запропонувати інноваційний підхід до прогнозування фінансових часових рядів з фрактальною структурою. Представити загальний спосіб аналізу та прогнозування фінансового часового ряду за допомогою лінгвістичного моделювання, реалізацію якого навести у вигляді структурної схеми.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На самому початку свого розвитку, наука про фінансові часові ряди представлялася у вигляді двох незв'язаних напрямків – стохастичний та динамічний, і лише останнім часом намітилася деяка тенденція до їх зближення. Стохастичний напрям, бере свій початок від роботи Луїса Башельє 1900 р. [1], де автор, ще за п'ять років до Ейнштейна, запропонував першу модель броунівського руху (модель випадкового блукання) і застосував її для опису коливання цін акцій на фондовій біржі.

У ряді робіт [2,3] було проведено аналіз деяких фінансових рядів і показано, що багато які з них мають кінцеву ємність.

Великий внесок у майбутню фрактальну геометрію внесли також знамениті роботи французьких математиків Г. Жюліа і П. Фоту [4], які на початку 20 століття займалися теорією раціональних відображень в комплексній площині.

Значною роботою в області топології варто відзначити класичне дослідження П. С. Урисона про теорію розмірності [5]. У цій роботі ставиться і вирішується проблема про визначення для кожної безлічі точок (в евклідовому просторі будь-якого числа вимірів і навіть в будь-якому метричному просторі) числа, яке природно було б назвати розмірністю або числом вимірів цієї безлічі.

Порівняльний аналіз основних постулатів теорій ефективного і фрактального ринків наводить Ю. П. Олександровська [6]. Автор пропонує дослідження фрактальних властивостей динамічного фінансового ряду на основі методу нормованого розмаху.

Однак, незважаючи на масштабність наукових досліджень за темою даної роботи, питання ефективного прогнозування фінансових часових рядів залишається відкритим та потребує детального опрацювання.

Виклад основного матеріалу дослідження. Фінансові часові ряди демонструють високу ступінь нелінійної мінливості, особливо на високих частотах, і часто демонструють фрактальні властивості. Коли фрактальна розмірність часового ряду дорівнює нулю, це пов'язано з двома характерними рисами:

–фрактальні процеси виявляють неоднорідність – високу ймовірність екстремальних або віддалених коливань, як правило, з нерегулярними інтервалами;

–фрактальні процеси також демонструють симетрію експонування – пропорційність співвідношень між коливаннями на різних відстанях поділу.

Ознаки фрактальності на фінансових ринках не передбачають хаотичності поведінки, що нагадує випадковість, породжену невеликим числом детермінованих рівнянь. Фрактальність у великомасштабних багатовимірних системах, таких як фінансові ринки, є стохастичною [7]. Цей тип фрактальності зазвичай виникає в результаті мультиплікативних взаємодій між двома або більше стохастичними процесами.

Більша частина сучасної літератури з нелінійної мінливості [8,9,10] на фінансових ринках була заснована на дифузії волатильності з безліччю випадкових факторів. Дифузори волатильності з мультиплікативним зв'язком між стохастичними чинниками, як правило, генерують фрактальність.

На великих відстанях поділу фінансові ряди можуть моделюватися з використанням структурних рівнянь, які, як правило, не є фрактальними. У цьому сенсі доцільно охарактеризувати економічні часові ряди як прояв фрактальних властивостей на коротких горизонтах, але з асимптотичною схожістю з рівновагою. У деяких випадках базові структурні рівняння також породжують фрактальність [11].

Найбільш яким прикладом є обмінний курс, імовірно обумовлений диференціалами в реальні ставки дохідності. Нехай X_t – це обмінний курс, I_t – це процентна ставка, e – індекс очікування, ε_t – залишкова складова фінансового часового ряду, F – іноземна валюта. Структурне рівняння має вигляд:

$$X_t = \omega_0 + \omega_1 X_{t-1} + \omega_2 [(I_t - \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \varepsilon_t \quad (1)$$

Як наголошується у [12], прийняття коефіцієнтів стохастичних процесів може призвести до нелінійної мінливості. На основі цього вираз $[(I_t - \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \varepsilon_t$ передбачає фрактальну поведінку. Крім того, номінальні та реальні відсоткові ставки також можуть бути фрактальними,

так що різниця в реальних ставках прибутковості сама по собі різниця двох незалежних фрактальних процесів.

У рамках дослідження пропонується використання алгоритму прогнозування на основі двох методів:

– застосування моделі переходу станів для передбачення умовної ймовірності екстремальних подій;

– побудова моделі симетрії на коротких часових масштабах.

Методологія моделювання часового ряду базується на розкладанні тимчасового ряду на складові компоненти і моделюванні значень кожної компоненти окремо. Пропонується застосування до кожного ряду агрегування, тобто розкладання ряду на короткі проміжки значення яких подібні за будь-якою ознакою. З точки зору математичної науки агрегування розглядається як перетворення вихідної моделі в модель з меншим числом змінних і обмежень, що дає наближений (в порівнянні з вихідним) опис досліджуваного процесу або об'єкта.

На основі вищевикладеного задамося, що N – кількість подій, L – характерна довжина, а D – фрактальна розмірність; зафіксуємо значення для фінансового часового ряду $D = 1$.

Імовірнісна міра розмірності визначається за формулою: $[N(|Y_t - Y_{t-1}|) > L / N(|Y_t - Y_{t-1}|)] / L$. Частка спостережень, що лежать за межами порога L щодо загальної вибірки, варіюється в залежності від:

$$[N(|Y_t - Y_{t-1}|) > L / N(|Y_t - Y_{t-1}|)] \approx L^d \quad (2)$$

де знаком \approx позначається асимптотична рівність. У цьому сенсі розмірність – це міра ентропії або хаотичності.

Вимірювання змінюється в залежності від порогу, і тому часто вимірюється як асимптотична межа по мірі наближення порога до нуля. Модифікацією даного методу виступає оцінка середньої неоднорідності процесу, за допомогою корозмірності C , результатом якої є різниця між розмірністю вкладення d та фрактальною розмірністю D :

$$C = D - d \quad (3)$$

Якщо $C \neq 0$, то процес називається фрактальним.

При низьких ступенях фрактальності (близьких до нуля) процес більш однорідний: екстремальних коливань мало. І навпаки, для більш високих значень C , властиві більш екстремальні події або коливання за порогом. Процес стає менш однорідним, більш короткочасним, більш рідкісним і більш нестійким.

Відносини між корозмірністю і симетричним масштабування задаються наступними рівняннями в яких τ – це тимчасова шкала від 1 до T , де T – найбільший часовий масштаб; μ – індекс; q – ряд показників масштабування. Симетрія масштабування має вигляд:

$$\mu(|Y_t - Y_{t-1}|^q) \approx [\mu(|Y_t - Y_{t-1}|^q)] \left[(\tau / T)^{\zeta(q)} \right] \quad (4)$$

де ζ – функція, яка включає в себе три параметри C_1 , H , a :

$$\zeta(q) = qH - \left\{ C_1 / (a - 1) \right\} (q^a - q), \text{ де } a \neq 1 \quad (5)$$

$\zeta(q) = qH - (C_1 q \ln a)$, де $a = 1$

$$\zeta(q) = qH - (C_1 q \ln a), \text{ де } a = 1 \dots \dots \dots \quad (6)$$

Параметр C_1 – кодування, пов'язане з масштабуванням засобів вибірки. Коли $C_1 = 0$, $\zeta(q)$ є лінійним трендом. Коли $C_1 \neq 0$, кривизна осі $\zeta(q)$ залежить від корозмірності і розподілу ймовірностей. Коефіцієнт a характеризує розподіл ймовірності. Випадок $a = 2$ відповідає розподілу Гауса, тоді як $a = 1$ відповідає розподілу Коші. Більшість економічних процесів показують $1 < a < 2$. У цьому випадку розподіл має більш важкі хвости, ніж стандартна норма, і дисперсія змінюється в часі. Цікавою властивістю рядів, як $1 < a < 2$, так і $0 < C_1 < 1$, є те, що інтеграція зазвичай не призводить до згладжування. Замість цього інтеграл буде показувати дискретні стрибки.

Враховуючи двоїсті властивості екстремальних подій і симетрії масштабування, природно розробляти моделі, здатні захоплювати обидві функції, в основу алгоритму аналізу фінансових часових рядів покладено лінгвістичне моделювання. Перехід стану визначається для переходу від стану низької або проміжної мінливості до екстремального стану і позначається набором. Модель переходу стану для валютного курсу може бути вказана як:

$$X_{t+1} = \omega_0 + \omega_1 X_t + \omega_2 [(I_t - \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \omega_3 S_{Et} X_t + \omega_4 S_{Et} [(I_t - \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \varepsilon_t \quad (7)$$

Стан є можливість передбачати ітеративно за допомогою форми регресії:

$$S_{Et+1} = \omega_0 + \omega_1 S_{Et} + \omega_2 X_t + \omega_3 (X_t - X_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (8)$$

де швидкість зміни, а також рівень обмінного курсу включений на фактичну ціну на золото на тій підставі, що у практичних застосуваннях це було знайдено для поліпшення результатів.

Ідея використання симетрії масштабування для прогнозування була спочатку запропонована у [13] для фізичних процесів, які демонструють сильні симетрії між великими і малими масштабами. Оскільки відносини пропорційності у фінансових часових рядах, як правило, обмежені короткими інтервалами, моделі тут використовують лише наближену симетрію. Для прогнозованої швидкості змін існує симетрія відносно останнього відставання:

$$(X_{t+1} - X_t) = \lambda_{1t} (X_{t+1} - X_{t-1}) \quad (9)$$

де λ_{1t} – коефіцієнт пропорційності, числовий коефіцієнт позначає відстань поділу на ФНЗ, а t – коефіцієнт вказує на зміну часу. Аналогічним чином, для темпів змін:

$$(X_t - X_{t-1}) = \lambda_{2t} (X_t - X_{t-2}) \quad (10)$$

рішення для λ_{2t} :

$$\lambda_{2t} = [(X_t - X_{t-1}) / (X_t - X_{t-2})] \quad (11)$$

Одна з практичних проблем в реалізації полягає в тому, що знаменники коефіцієнтів можуть містити нульові значення. Для обчислення відсутніх значень можна використовувати будь-яку кількість процедур інтерполяції. У разі якщо співвідношення невизначене, дані експоненціально згладжуються, і співвідношення на основі згладжених даних замінюються. Модель прогнозування для загального процесу:

$$X_{t+1} = \omega_0 + \omega_1 X_t + \omega_2 [(I_t - \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \omega_3 \lambda_{2t} + \varepsilon_t \quad (12)$$

Як зазначалося вище, більшість структурних рівнянь в макроекономіці не передбачають довгострокової фрактальності. Це доводить необхідність використання структурного рівняння і побудови шкали коефіцієнтів для залишкової частини:

$$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) = \gamma_{2t} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-2}) \quad (13)$$

$$\gamma_{2t} = [(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) / (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-2})] \quad (14)$$

де γ_{2t} – коефіцієнт пропорційності для залишку. Таким чином, модель прогнозування стає:

$$X_{t+1} = \omega_0 + \omega_1 X_t + \omega_2 [(I_t - \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \omega_3 \gamma_{2t} + \nu_t \quad (15)$$

де ν_t – залишок від цієї регресії.

Основний недолік, пов'язаний з моделями, полягає в тому, що коефіцієнти шкали відомі тільки для поточного періоду. Крім того, в ході практичних випробувань коефіцієнти шкали часто були визнані занадто нестабільними для ефективного прогнозування. Розумним рішенням є коефіцієнт масштабування у дві компоненти, систематичний процес і залишок. Нехай γ_{2St} позначає системну компоненту у γ_{2t} . Як правило, прогнозист не знає форми цієї компоненти, але може оцінити її за допомогою регресії по лагах:

$$\gamma_{2St} = \omega_0 + \omega_1 \gamma_{2St-1} + \omega_2 \gamma_{2St-2} + \nu_t \quad (16)$$

Прогнозоване значення, γ_{2St+1} , потім включається в рівняння прогнозування. Отримуємо:

$$X_{t+1} = \omega_0 + \omega_1 X_t + \omega_2 [(I_t + \pi_t^e) - (I_{Ft} - \pi_{Ft}^e)] + \omega_3 \gamma_{2St+1} + \nu_t \quad (17)$$

Оцінка фрактальних параметрів заснована на масштабуванні логічних засобів абсолютних логічних різниць щодо збільшення відстаней поділу. По суті, це зв'язок між симетрією масштабування і функцією $\zeta(q)$. Індекс фрактальності є локальною фрактальною характеристикою фінансового часового ряду. На основі описаних методів аналізу та прогнозування будується загальний спосіб аналізу який проектується на формування програмного додатку.

У рамках даного дослідження запропоновано спосіб аналізу та прогнозування фінансового часового ряду за допомогою лінгвістичного моделювання, який передбачає масштабування часового ряду та виділення корозмірності.

Загальний спосіб аналізу та прогнозування фінансового часового ряду за допомогою лінгвістичного моделювання є можливість описати у кілька кроків, які виконуються у межах шести етапів, узагальнена схема виконання яких наведена на рис. 1.

Перший етап – Використання статистичних методів і візуалізація для попереднього аналізу фінансового часового ряду на предмет виявлення наявності або відсутності важких хвостів, трендів, циклічних або сезонних компонент і ін..

Другий етап – Агрегування фінансового часового ряду, з метою укрупнення економічних показників шляхом їх об'єднання в групу.



**власна розробка автора*

Рис. 1. Структурна схема реалізації загального способу аналізу та прогнозування фінансового часового ряду за допомогою лінгвістичного моделювання

Третій етап – Фрактальний аналіз фінансового часового ряду з метою встановлення в ньому таких характеристик і тенденцій, як трендостійкість або, навпаки, хаотичність, персистентність або антиперсистентність. Обчислювальна частина фрактального аналізу базується на визначенні корозмірності. Оцінки, одержувані на виході цього етапу, мають числову природу.

Четвертий етап – Формування симетрії масштабування фінансового часового ряду. Виявлення симетрії повороту, зсуву і масштабування у числових послідовностях фінансових рядів, з метою отримання числових показників перетворень, а також оцінки ступеня порушення симетрії.

П'ятий етап – Формування прогнозу для розглянутих фінансових часових рядів шляхом реалізації обчислень на базі побудованого алгоритму.

Шостий етап – Оцінка похибки отриманого прогнозу для розглянутих фінансових часових рядів.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розробок у даному напрямку.

Визначено спосіб аналізу та прогнозування фінансового часового ряду з фрактальною структурою за допомогою лінгвістичного моделювання, який передбачає масштабування часового ряду та виділення корозмірності. Агрегування фінансового часового ряду, здійснюється з метою укрупнення економічних показників шляхом їх об'єднання в групу. Формування симетрії масштабування фінансового часового ряду виробляється з метою отримання числових показників

перетворень, а також оцінки ступеня порушення симетрії. Особливості запропонованого способу дозволяють аналізувати та прогнозувати фінансові часові ряди в умовах, коли існуючі методи, які використовують окремо апарат математичної статистики або інформаційних технологій, виявляються малоефективними.

Перспективи подальших розробок у даному напрямку базуються на програмній реалізації розробленого алгоритму та аналізі отриманих результатів.

Список використаних джерел:

1. Bachelier L. Theory of Speculation (Translation of 1900 French edn) / P.H. Cootner (Ed.) // The Random Character of Stock Market Prices, The MIT Press, Cambridge. 1964. P. 17 – 78.
2. Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П. Нелинейная динамика и проблемы прогноза // Вестник РАН, 2001. – т.71. – №3. – С. 44-46.
3. A.K. Bera and M.L. Higgins. ARCH models: properties, estimation and testing. – J. Econ. Surveys, 1993. – v. 7
4. Saupе [Efficient computation of Julia sets and their fractal dimension](#) // Physica, 1987. – В. 28D. – С. 358-370.
5. Урысон П. С. Труды по топологии и другим областям математики, т.1-2, М.-Л., 1951
6. Александровская Ю.П. Использование фрактальных методов для анализа финансовых рядов // Ю.П. Александровская / Вестник казанского технологического университета, Издательство: Казанский национальный исследовательский технологический университет (Казань), 2014. – Том 17, № 18. – С. 257-261.
7. Светлов Кирилл Владимирович. Стохастические методы анализа рынка заимствований: диссертация ... кандидата экономических наук: 08.00.13 / Светлов Кирилл Владимирович; [Место защиты: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Санкт-Петербургский государственный университет"]. – Санкт-Петербург, 2016. – 143 с.
8. Люю Ю. Методы и алгоритмы финансовой математики. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007. – 751 с.
9. Бородин А. Н. Случайные процессы. – СПб.: Лань, 2012. – 640 с.
10. Gibson R., Lhabitant F., Talay D. Modeling the term structure of interest rates: A review of the literature // Foundations and Trends in Finance. – 2010. – Vol. 5. – no. 1-2
11. Ярушкина, Н.Г. Интеллектуальный анализ временных рядов: Учебное пособие / Н.Г. Ярушкина, Т.В. Афанасьева, И.Г. Перфильева. – Ульяновск: УлГТУ, 2010 – 324 с
12. Mandelbrot B. 1997. Fractals and Scaling in Finance. Springer: New York.
13. Schertzer D, Lovejoy S, Schmitt F, Chigirinskaya Y, Marsan D. 1997. Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency. Fractals 5: 427–471.

Стаття надійшла до редакції 31.10.2017