

УДК 534.29+539.5

В.А. Мащенко**Одеська державна академія технічного регулювання та якості
ВІДБИВАННЯ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ ВІД МЕЖІ РІДИНИ ТА
АУКСЕТИК-СЕРЕДОВИЩА**

Розглянуто задачу відбивання поздовжніх і поперечних хвиль від межі рідини та однорідного пружного ауксетик-середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона. Визначені амплітуди потенціалів відбитих та трансформованих акустичних хвиль в пружному ауксетик-середовищі та амплітуди потенціалів збудження акустичної хвилі в рідині. Оговорені умови виникнення критичних кутів в залежності від фізичних параметрів контактуючих середовищ.

Ключові слова: поздовжня та поперечна акустичні хвилі, ауксетик-середовище, коефіцієнти відбивання, трансформації та збудження акустичних хвиль.

В.А. Мащенко**ОТРАЖЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ ЖИДКОСТИ И
АУКСЕТИК-СРЕДЫ**

Рассмотрено задачу продольных и поперечных отражение волн от границы жидкости и однородной упругой ауксетик-среды с отрицательным коэффициентом Пуассона. Определены амплитуды потенциалов отраженных и трансформированных волн в упругой ауксетик-среде и амплитуды потенциалов возбуждения акустической волны в жидкости. Оговорена возможность возникновения критических углов в зависимости от физических параметров контактирующих сред.

Ключевые слова: продольная и поперечная акустические волны, ауксетик-среда, коэффициенты отражения, трансформации и возбуждения акустических волн.

V. Mashchenko**REFLECTION OF ACOUSTIC WAVES FROM THE BORDER OF LIQUID AND
AUXETIC MEDIUM**

The problem of longitudinal and transverse reflection of waves from the boundary of a fluid and a homogeneous elastic auxetic medium with a negative Poisson's ratio is considered. The amplitudes of the potentials of the reflected and transformed waves in an elastic auxetic medium and the amplitudes of the excitation potentials of an acoustic waves in a liquid are determined. The possibility of occurrence of critical angles depending on the physical parameters of the contacting media.

Key words: longitudinal and transverse acoustic waves, auxetic medium, reflection, excitation and reflection of coefficients acoustic waves.

Постановка проблеми. При падінні поздовжньої (l) та поперечної (t) акустичних хвиль на межу рідини і пружного середовища, крім відбитих і трансформованих хвиль в останньому, у рідині збуджується поздовжня акустична хвиля. Розподіл енергії між падаючою, відбитою, трансформованою та збудженою хвилями визначається структурно-механічними параметрами середовищ: густиною (ρ), швидкостями поширення поздовжньої (v_l) та поперечної (v_t) хвиль, відповідно коефіцієнтом Пуассона (ν) пружного середовища і кутом падіння акустичної хвилі із пружного середовища [1].

На сьогодні відомий цілий клас гетерогенних та конструктивних матеріалів, які володіють від'ємним коефіцієнтом Пуассона – „ауксетики”. Теоретичні та експериментальні дослідження процесів поширення різного типу акустичних хвиль в таких матеріалах мають прикладне значення в багатьох областях науки і техніки, зокрема, у механіці деформованого тіла за умови динамічних та імпульсних навантажень [2], метрології та дефектоскопії при розробці приладів та систем для вимірювання механічних та акустичних величин [3].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Детальні теоретичні дослідження процесів відбивання пружних хвиль від вільної поверхні твердих тіл проведені в роботах [1, 4–6] для всього діапазону можливих значень величини ν ($-1 \leq \nu \leq 0,5$ [7]). Для задачі падіння поздовжньої та поперечної хвиль на межу рідини і твердого тіла, в роботі [8] проведені розрахунки коефіцієнтів відбивання, трансформації хвиль та коефіцієнту збудження поздовжньої хвилі у рідині в залежності від величин v_l та v_t та кутів їх падіння тільки додатніх значень коефіцієнта Пуассона пружного середовища.

Постановка завдань. Теоретичні та експериментальні дослідження процесів відбивання та збудження пружних хвиль на межі рідини і твердого тіла проведені в діапазоні додатніх значень коефіцієнта Пуассона і не розглядають випадки з $\nu < 0$. Відповідно, метою роботи є аналіз

параметрів задачі і розрахунок коефіцієнтів відбивання та трансформації хвиль і коефіцієнту збудження поздовжньої хвилі в залежності від величини ν пружного ауксетик-середовища.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо задачу падіння плоскої хвилі із пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона на межу поділу із рідиною. Плоска монохроматична пружна хвиля, хвильовий вектор якої лежить в площині xz , в однорідному пружному середовищі може бути представлена двома скалярними функціями координат без врахування фазового множника $\exp(i(\xi x - \omega t))$, де ξ – горизонтальна компонента відповідного хвильового вектора поздовжньої (k_l) та поперечної (k_t) хвиль, ω – циклічна частота (індекси „1” і „2”, відповідно, будуть визначати параметри хвилі у пружному середовищі та рідині).

$$\begin{aligned}\varphi(x, z) &= \varphi_1 e^{i\alpha_1 z} + \varphi_2 e^{-i\alpha_1 z}, \\ \psi(x, z) &= \psi_1 e^{i\beta_1 z} + \psi_2 e^{-i\beta_1 z},\end{aligned}\quad (1)$$

де $\alpha_1 = \sqrt{k_{l1}^2 - \xi^2}$, $k_{l1} = \omega/\nu_{l1}$, $\text{Im}\alpha_1 \geq 0$; $\beta_1 = \sqrt{k_{t1}^2 - \xi^2}$, $k_{t1} = \omega/\nu_{t1}$, $\text{Im}\beta_1 \geq 0$.

У рідині потенціал хвилі визначимо наступним чином:

$$\tilde{\varphi}(x, z) = \tilde{\varphi}_1 e^{i\alpha_2 z}, \quad (2)$$

де $\alpha_2 = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}$, $k_2 = \omega/\nu_2$, $\text{Im}\alpha_2 \geq 0$, k_2 – хвильовий вектор акустичної хвилі в рідині, ν_2 – швидкість поширення.

Величини ξ , α_1 , β_1 , α_2 , визначаються через кути падіння, відповідно, поздовжньої (θ_l) та поперечної (θ_t) хвиль та хвильові числа, причому на межі виконується закон Снеліуса [4] (рис. 1):

$$k_{l1} \sin \theta_l = k_{t1} \sin \theta_t = k_2 \sin \theta, \quad (3)$$

$$\xi = k_{l1} \sin \theta_l = k_{t1} \sin \theta_t, \quad \alpha_1 = k_{l1} \cos \theta_l = \sqrt{k_{l1}^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_t}, \quad \beta_1 = k_{t1} \cos \theta_t = \sqrt{k_{t1}^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_l},$$

$$\alpha_2 = \sqrt{k_2^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_l} = \sqrt{k_2^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_t}.$$

Із принципу суперпозиції випливає, що амплітуди $\varphi_1, \psi_1, \tilde{\varphi}_1$ хвиль, які поширюються від межі поділу середовищ, лінійно пов'язані з амплітудами φ_2, ψ_2 падаючих хвиль наступним чином:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \psi_1 \\ \tilde{\varphi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{V}_{ll} & \tilde{V}_{lt} \\ \tilde{V}_{tl} & \tilde{V}_{tt} \\ \tilde{W}_{ll} & \tilde{W}_{lt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

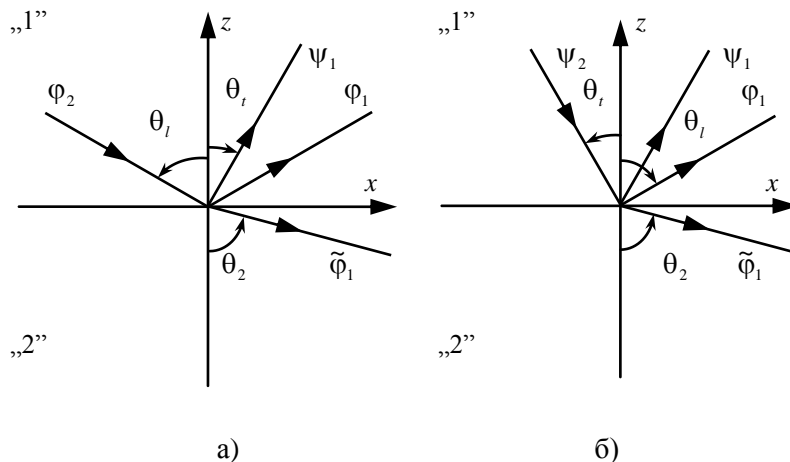


Рис. 1. Схема падіння хвиль поздовжньої хвилі (а) та поперечної хвилі (б) на межу поділу півпросторів.

Величини \tilde{V}_{ll} , \tilde{V}_{lt} , \tilde{W}_{ll} , \tilde{V}_{tl} , \tilde{V}_{tt} , \tilde{W}_{lt} із співвідношення (4) мають наступний фізичний зміст: \tilde{V}_{ll} – коефіцієнт відбивання поздовжньої хвилі у верхньому середовищі при падінні поздовжньої хвилі $\tilde{V}_{ll} = \varphi_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1$, $\psi_2 = 0$); \tilde{V}_{lt} – коефіцієнт трансформації падаючої поздовжньої хвилі у поперечну хвилю у верхньому середовищі $\tilde{V}_{lt} = \psi_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1$, $\psi_2 = 0$); \tilde{W}_{ll} – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поздовжній хвилі із

верхнього середовища $\tilde{W}_{II} = \tilde{\varphi}_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1, \psi_2 = 0$); \tilde{V}_{II} – коефіцієнт відбивання поперечної при падінні поперечної хвилі у верхньому середовищі $\tilde{V}_{II} = \psi_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$); \tilde{V}_{II} – коефіцієнт трансформації падаючої поперечної хвилі у поздовжню хвилю у верхньому середовищі $\tilde{V}_{II} = \varphi_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$); \tilde{W}_{II} – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поперечній хвилі із верхнього середовища $\tilde{W}_{II} = \tilde{\varphi}_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$).

Коефіцієнт відбивання поздовжньої хвилі визначається наступним чином [1]:

$$\tilde{V}_{II} = \frac{Z + Z_t \sin^2 2\theta_t - Z_t \cos^2 2\theta_t}{Z + Z_t \sin^2 2\theta_t + Z_t \cos^2 2\theta_t}, \quad (5)$$

де $Z = \frac{\rho_2 v_2}{\cos \theta}$, $Z_t = \frac{\rho_1 v_{t1}}{\cos \theta_t}$, $Z_t = \frac{\rho_1 v_{t1}}{\cos \theta_t}$.

Відповідно, коефіцієнти трансформації поздовжньої хвилі у поперечну в пружному середовищі та акустичну хвилю рідині рівні:

$$\tilde{V}_{II} = -\frac{2ctg\theta_t \sin^2 \theta_t}{\cos 2\theta_t} (1 - \tilde{V}_{II}), \quad (6)$$

$$\tilde{W}_{II} = \frac{tg\theta_t ctg\theta_t}{\cos 2\theta_t} (1 - \tilde{V}_{II}). \quad (7)$$

Коефіцієнт відбивання поперечної хвилі визначається наступним чином:

$$\tilde{V}_{II} = -\frac{Z + Z_t \cos^2 2\theta_t - Z_t \sin^2 2\theta_t}{Z + Z_t \cos^2 2\theta_t + Z_t \sin^2 2\theta_t}. \quad (8)$$

Враховуючи (8) отримаємо співвідношення для коефіцієнтів трансформації поперечної хвилі в поздовжню у пружному середовищі та збудження акустичної хвилі в рідині:

$$\tilde{V}_{II} = \frac{tg\theta_t \cos 2\theta_t}{2 \sin^2 2\theta_t} (1 + \tilde{V}_{II}), \quad (9)$$

$$\tilde{W}_{II} = \frac{tg\theta_t}{2 \sin^2 2\theta_t} (1 + \tilde{V}_{II}). \quad (10)$$

Результати та обговорення. Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (5)–(10) проведені для гетерогенних та конструкційних матеріалів з $\nu < 0$: пісковик Weber, термопластичний поліуретан (ТПУ) і металонаповнені (W, Mo) композиції на його основі (рис. 2–5). Параметри ауксетик-середовищ представлені в табл. 1 [9]. Модельною рідиною слугувало силіконове масло ПФМС–4 ($\rho_2 = 1005,74 \text{ кг/м}^3$, $v_2 = 1395 \text{ м/с}$) [10], що може використовуватися при імерсійному методі вимірювання швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль у твердих тілах.

Коефіцієнт Пуассона при відомих швидкостях поширення v_{II} та v_{t1} визначається за співвідношенням [7]:

$$\nu = \frac{2 - \left(\frac{v_{II}}{v_{t1}}\right)^2}{2 \left(1 - \frac{v_{II}^2}{v_{t1}^2}\right)}. \quad (11)$$

Таблиця. 1

Параметри ауксетик-середовищ

Середовище	Матеріал	ν	v_{II} , м/с	v_{t1} , м/с	ρ_1 , кг/м ³	$\rho_1 v_{t1} \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)	$\rho_1 v_{II} \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)
1	Пісковик Weber	-0,09	2450	1800	2151	5,27	3,87
2	ТПУ+W	-0,24	1775	1370	9888	17,55	13,55
3	ТПУ+Mo	-0,39	1755	1405	4603	8,08	6,47
4	ТПУ	-1	1635	1415	1107	1,81	1,56

Аналіз залежностей коефіцієнта відбивання $\tilde{V}_{||}$ від кута падіння поздовжньої хвилі для ауксетик-середовищ показує (рис. 2а), що вони мають три основні характеристичні точки – кути обміну поляризацією при $\tilde{V}_{||} = 0$ і точку $(\theta_{l\max})$, при якій величина $\tilde{V}_{||}$ має локальний максимум.

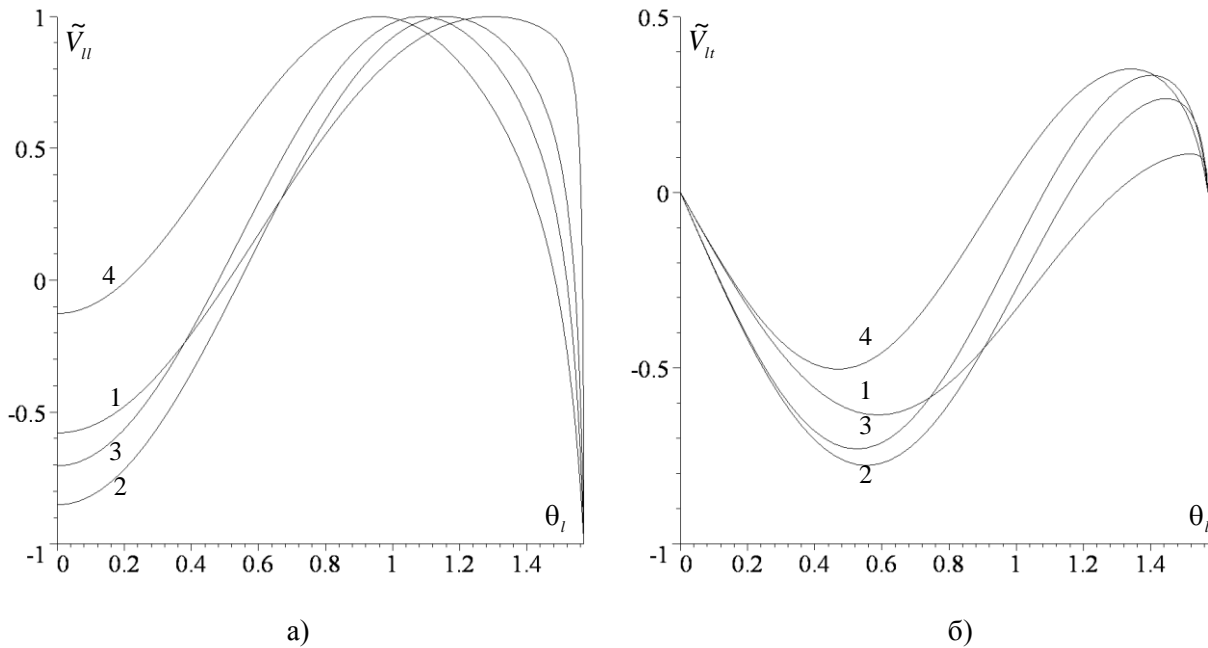


Рис. 2. Залежності коефіцієнту відбивання $\tilde{V}_{||}$ (а) та коефіцієнту трансформації \tilde{V}_{tr} (б) при падінні поздовжньої хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу із рідиною.

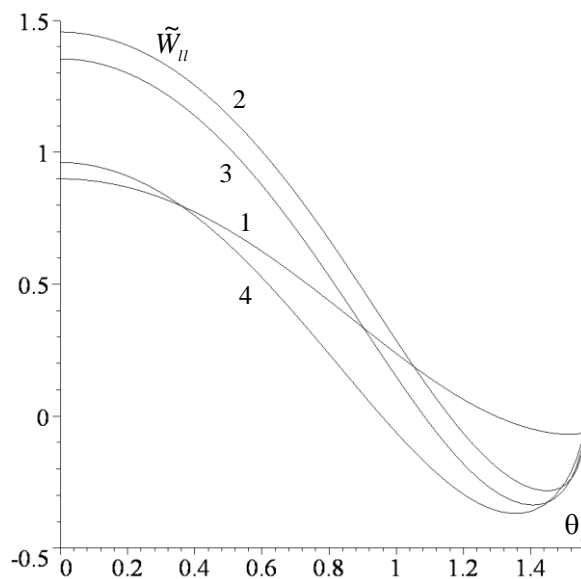


Рис. 3. Залежності коефіцієнту збудження поздовжньої хвилі у рідині $\tilde{W}_{||}$ при падінні поздовжньої хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу.

Характерною особливістю функціональних залежностей $\tilde{V}_{||} = f(\theta_l)$ при кутах $\theta_{l\max}$ для ауксетик-середовищ є рівність величини $\tilde{V}_{||}$ одиниці.

Порівняльний аналіз залежностей $\tilde{V}_{||}$ і \tilde{V}_{tr} від величини θ_l показує (рис. 2), що при кутах $\theta_{l\max}$ значення величини $\tilde{V}_{||}$ рівне нулю – трансформація в поперечну хвилю не відбувається, а відбивання поздовжньої проходить в проті фазі без зміни амплітуди. Кути $\theta_{l\max}$ для середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона розраховуються за співвідношенням:

$$\theta_{l_{max}} = \arcsin \left[\left(\frac{2\nu - 2}{4\nu - 2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (11)$$

При нормальному падінні поздовжньої хвилі ($\theta_l = 0$) амплітуди коефіцієнта відбивання \tilde{V}_{ll} визначається акустичними жорсткостями ауксетик-середовища для поздовжньої хвилі $\rho_1 v_{ll}$ і зростають в ряді 2, 3, 1, 4, відповідно із зменшення акустичної жорсткості середовища (табл. 1).

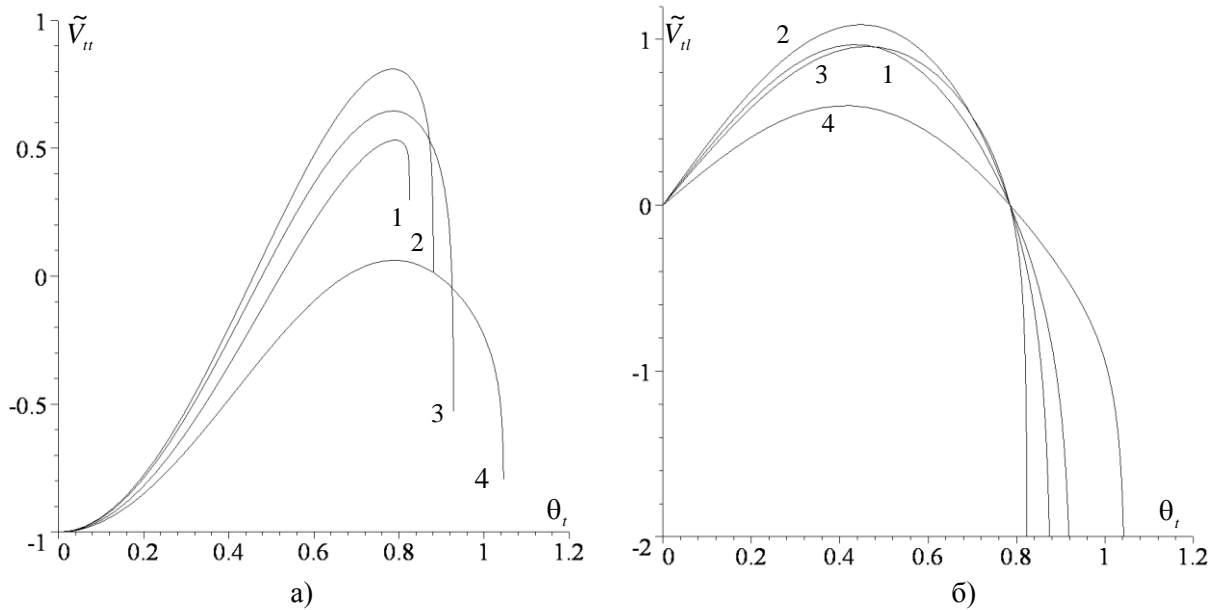


Рис. 4. Залежності коефіцієнту відбивання \tilde{V}_{ll} (а) та коефіцієнту трансформації \tilde{W}_{ll} (б) при падінні поперечної хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу із рідиною.

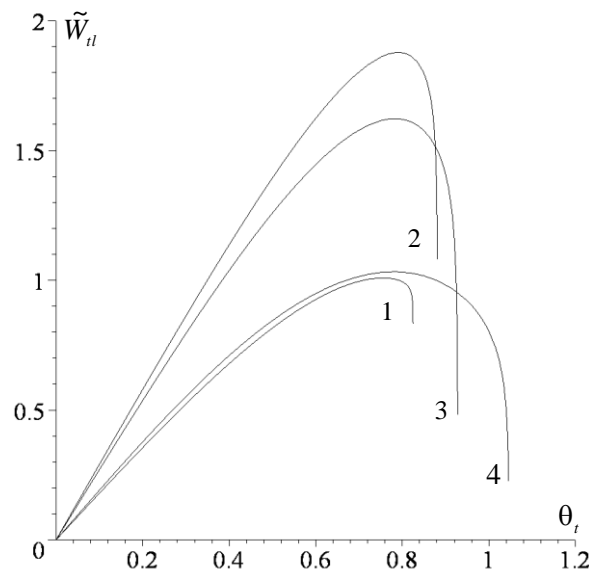


Рис. 5. Залежності коефіцієнта збудження поздовжньої хвилі у рідині \tilde{W}_{ll} при падінні поперечної хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу.

Аналіз залежностей величини \tilde{W}_{ll} від кута падіння поздовжньої хвилі (рис. 3) показує, що характер поведінки визначається величиною $\rho_1 v_{ll}$ і коефіцієнтом Пуассона ауксетик-середовища. Криві монотонно спадають до чітко виражених локальних мінімумів при кутах близьких до $\pi/2$, в яких величина \tilde{V}_{ll} має максимум для відповідних середовищ.

Залежності величин відбивання \tilde{V}_{ll} від кута падіння поперечної хвилі представлені на (рис. 4а). Криві $\tilde{V}_{ll} = f(\theta_l)$ двічі перетинають пряму $\tilde{V}_{ll} = 0$, визначаючи кути обміну

поляризаціями, і мають максимуми у точці $\pi/4$. Величина максимуму визначається акустичною жорсткістю для поперечної хвилі $\rho_1 v_{H1}$ ауксетик-середовища і зростає в ряді 4, 1, 3, 2 із відповідним зростанням величини $\rho_1 v_{H1}$ (табл. 1).

Аналіз залежностей \tilde{V}_{H1} від кута θ_t (рис. 4б) для ауксетик-середовищ, показує, що при $\theta_t = \pi/4$ величини \tilde{V}_{H1} рівна нулю – відбувається повне відбивання поперечної хвилі без трансформації у поздовжню.

Залежності коефіцієнтів збудження поздовжньої хвилі у рідині \tilde{W}_{H1} від кута падіння поперечної хвилі θ_t на межу поділу дещо подібні до функціональних залежностей \tilde{V}_{H1} (рис. 5). При цьому слід відмітити, що величина максимум визначається також зміною акустичної жорсткості для поперечної хвилі ауксетик-середовища, за виключенням середовищ 1 та 4, і зростає в ряді 1, 4, 3, 2.

Характерною особливістю функціональних залежностей \tilde{V}_{H1} та \tilde{W}_{H1} є наявність критичного кута $\theta_{кр.}$, при якому спостерігається повне внутрішнє відбивання – відбита хвиля є поверхневою, а їх значення \tilde{V}_{H1} і \tilde{W}_{H1} прямують до нескінченності. Величина кута $\theta_{кр.}$ залежить від коефіцієнта Пуассона ауксетик-середовища (рис. 4, 5) і визначається за співвідношенням:

$$\theta_{од.} = \arcsin \left(\left(\frac{2\nu - 1}{2\nu - 2} \right)^{\frac{1}{2}} \right). \quad (11)$$

Висновки. Характер залежностей коефіцієнтів відбивання, трансформації та збудження при падінні поздовжньої та поперечної хвиль на межу поділу ауксетик-середовища та рідини залежить від коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ. Критичні кути, при яких відбувається обмін поляризацією та повне внутрішнє відбивання від межі рідини та ауксетик-середовища, визначається величиною коефіцієнту Пуассона.

Перспективою подальших досліджень є визначення компонентів вектора густини потоку потужностей у відбитих та трансформованих хвилях у пружному ауксетик-середовищі та збудженій хвилі у рідині, що забезпечить повний аналіз процесів збереження і перетворення енергії на межі контактуючих середовищ.

Список використаних джерел:

1. Бреховских Л. М. Акустика слоистых сред / Л. М. Бреховских, О. А. Годин. – М.: Наука, 1989. – 416 с.
2. Мікуліч О. А. Взаємодія слабких ударних хвиль з тунельними порожнинами у ауксетик-середовищах / О. А. Мікуліч, В. І. Шваб'юк // Наукові нотатки. – 2018. – Вип. 61 – С. 148–153.
3. Mashchenko V. A. Information-measuring system for determination of elastic parameters of composite polymeric and heterogeneous materials / V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov // The Eighth World Congress "AVIATION IN THE XXI-st CENTURY" [Електронний ресурс]. – National Aviation University, Kyiv, Ukraine, 2018. – Режим доступу: <http://conference.nau.edu.ua/index.php/Congress/Congress2018/paper/viewFile/5180/4067>.
4. Физическая акустика / Под. ред. У. Мезон. Т. I. – М.: Мир, 1966. – 592 с.
5. Arenberg D. L. Ultrasonic solid lines / D. L. Arenberg // J. Acoust. Amer. – 1948. – V. 20. – N. 1. – P. 1–26.
6. Плоскі хвилі на вільній поверхні полімерного пружного тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Машченко, О. М. Волошин, Б. Б. Колупаєв, С. М. Іваніщук // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 9. – Рівне: РДГУ, 2002. – С. 36–38.
7. Ландау Л. Д. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1985. – 245 с.
8. Ergin K. Energy ratio the seismic waves reflected and refracted at a rock-water boundary / K. Ergin // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1952. – V. 42. – N. 10. – P. 349–372.
9. Машченко В. А. Відбивання та заломлення акустичних хвиль на межі пружних середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Машченко // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Частина 2. Технічні науки. – Рівне: НУВГП, 2015. – Вип. 3 (71). – С. 382–387.
10. Таблицы физических величин. Справочник / Под. ред. акад. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.

Стаття надійшла до редакції 11.12.2018