

УДК 539.3

О.А. Мікуліч

Луцький національний технічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ У ПЛАСТИНЧАСТИХ ЕЛЕМЕНТАХ ЗА НЕСТАЦІОНАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

У роботі досліджено вплив відбиття хвиль від границь дефектів у пластинчастих елементах за дії змінного у часі навантаження на основі вивчення напруженого стану двозв'язних тіл, що послаблені системою кругових отворів однакового розміру. За використання перетворення Фур'є за часом та модифікованого методу граничних інтегральних рівнянь розв'язання нестационарної задачі зведено до системи сингулярних рівнянь, що розв'язувалися числово за використання методу механічних квадратур. Визначення кільцевих напружень на границі отворів та радіальних напружень у пластинчастих елементах проводилися на основі побудованих інтегральних залежностей. Аналіз числових розрахунків показав, що за дії імпульсного навантаження при зближенні отворів відбувається зростання кільцевих напружень на їх границі та зменшення радіальних напружень у внутрішніх точках пластинчастих елементів.

Ключові слова: пластинчасті елементи, нестационарне навантаження, плоска задача.

Е.А. Микулич

Луцкий национальный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ ДЕФЕКТОВ В ПЛАСТИНЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ОТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ НАГРУЗКИ

В работе исследовано влияние отражения волн от границ дефектов в пластинчатых элементах от действия переменной во времени нагрузки на основе изучения напряженного состояния двухсвязных тел, которые ослаблены системой круговых отверстий одинакового размера. При использовании преобразования Фурье по времени и модифицированного метода граничных интегральных уравнений решения нестационарной задачи сведено к системе сингулярных уравнений, которые решались численно при использовании метода механических квадратур. Определение кольцевых напряжений на границе отверстий и радиальных напряжений в пластинчатых элементах проводились на основе построенных интегральных зависимостей. Анализ числовых расчетов показал, что от действия импульсной нагрузки при сближении отверстий происходит рост кольцевых напряжений на их границах и уменьшения радиальных напряжений во внутренних точках пластинчатых элементов.

Ключевые слова: пластинчатые элементы, нестационарная нагрузка, плоская задача.

O.A. Mikulich

Lutsk National Technical University

INVESTIGATION OF DEFECT INTERACTION IN PLATE ELEMENTS UNDER NON-STATIONARY LOAD

The effect of wave reflection from the defect boundaries in plate elements under the action of the time domain load was investigated. For the solution of this problem the stress state of bi-boundaries bodies, which are weakened by a system of circular holes of identical dimensions was investigated. Using the Fourier transform over time and the modified boundary integral equation method the solution of the non-stationary problem was reduced to the system of singular equations, which were solved numerically by using the method of mechanical quadratures. For the determination of hoop stresses at the boundary of holes and radial stresses in plate elements the integral dependencies was built. The analysis of numerical calculations had shown that under the action of impulse load in case of the decrease of the distance between of the hole's boundaries the hoop stresses increased. But the radial stresses decreased at the internal points of the plate elements.

Keywords: plate elements, non-stationary load, plane problem.

Постановка проблеми та аналіз публікацій. Для випадку усталених коливань у роботах О.М. Гузя, В.Д. Кубенка [1] на основі отриманого методом рядів аналітичного розв'язку задачі про дослідження напруженого стану пластинки з двома круговими отворами однакового радіусу, до границь яких прикладений гармонійний тиск, встановлено, що залежність радіальних напружень в точці, яка рівновіддалена від обох границь отворів та розміщена на ділянці, що має найменшу довжину, від частоти (довжини хвилі, хвильового числа) подібна до амплітудно-частотної характеристику поблизу резонансу одномасової коливальні системи з демпфуванням, де амплітуда зростає. Виявлене явище зростання радіальних напружень у [1] названо «місцевим резонансом» та встановлено для випадку, коли відстань між отворами у пластинці рівна радіусу отвору.

Проте, аналогічні ефекти зростання радіальних напружень у внутрішніх точках однозв'язних пластинок ні у випадку усталених коливань [1-3], ні за дії нестационарного навантаження [1, 4, 5] не спостерігаються.

Числові розрахунки показали, що за змінного у часі ударного навантаження у випадку, коли відстань між отворами у пластинці рівна радіусу отвору, також відбувається зростання динамічних радіальних напружень у 1,5 рази [6].

Явище «місцевого резонансу» характерне для пластинчастих елементів з кількома відбиваючими границями. Його виникнення пояснюється тим, що хвилі, які виникають у тілі за дії змінного у часі навантаження накладаються і тим спричиняють істотне зростання напружень у пластинці.

З інженерної точки зору, при розрахунку та проектуванні пластинчастих елементів конструкцій з декількома отворами необхідно враховувати, що при динамічних навантаженнях концентрація напружень не змінюється монотонно при зближенні отворів, як це відбувається за статичних навантажень, а визначається складнішою залежністю. Концентрація напружень може навіть зменшуватися при зближенні отворів.

Для випадку дії змінного у часі навантаження, що спричиняє виникнення осесиметричного тиску на границі отворів, аналітичний розв'язок не можна записати у замкненому вигляді. Проте ця задача має важливе інженерне значення.

Метою дослідження є вивчення взаємовпливу отворів через вивчення відбиття хвиль від їх границь за дії імпульсного навантаження на основі дослідження динамічного напруженого стану пластинчастих елементів конструкцій.

Постановка завдань. Розглянемо пластинчастий елемент, що послаблений системою кругових отворів радіусу R , відстань між якими становить δ . Віднесемо його до декартової системи координат $Ox_1x_2x_3$, яку розмістимо у центрі ваги тіла так, щоб вісь Ox_3 була перпендикулярною до площини елемента (рис. 1). Область, яку займає переріз у площині Ox_1x_2 (серединній площині) позначимо через Ω . Граничні контури у перерізі, перпендикулярному до осі Ox_3 , позначимо через L_1 та L_2 .

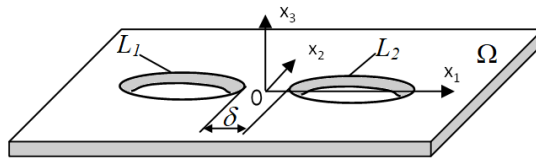


Рис. 1. Об'єкт дослідження

Дослідимо розподіл динамічних кільцевих напружень на границі отворів та радіальних напружень у внутрішніх точках пластинчастого елемента за дії пружного слабкого імпульсу, що прикладений до границі отворів у площині Ox_1x_2 та зумовлює виникнення осесиметричного тиску у випадку, коли $\delta \leq R$.

Для плоского напруженого стану граничні умови задачі записуються у вигляді:

$$\sigma_n|_{L_1, L_2} = -\sigma_0 \varphi(t), \quad \tau_{sn}|_{L_1, L_2} = 0 \quad (1)$$

де $\varphi(t)$ — функція зміни інтенсивності пружного імпульсу з часом t , σ_0 — стала, що залежить від інтенсивності навантаження. За числових розрахунків зміну інтенсивності імпульсу з часом представимо у вигляді слабкої ударної хвилі [7]:

$$\varphi(\tau) = p_* \tau^{n_*} e^{-\alpha_* \tau}, \quad \tau > 0, \quad n_* \geq 0, \quad (2)$$

де p_* , n_* , α_* — сталі, $\tau = t \cdot c_l / a$ — безрозмірний часовий параметр, a — деякий характерний розмір, $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$ — швидкість хвиль розширення, λ , μ — сталі Ляме, ρ — густина матеріалу.

Викладення основного матеріалу. Для розв'язання нестационарної задачі використаємо підхід, що базується на сумісному застосуванні перетворення Фур'є за часом та методу граничних інтегральних рівнянь [6].

Для двозв'язних областей зображення для переміщень за відсутності об'ємних сил можна записати у вигляді [5]:

$$\hat{u}_j = \int_L p_i \cdot U_{ji}^{*(cl)} dL, \quad (3)$$

де $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2)$ — зображення вектору переміщень, $U_{ji}^{*(cl)}$ — фундаментальні функції, що визначаються за формулами [4]:

$$U_{kj}^{*(cl)} = \frac{1}{2\pi\mu} \left(K_0(\kappa_\tau r) \delta_{kj} + \frac{\partial_k \partial_j}{\kappa_\tau^2} (K_0(\kappa_l r) - K_0(\kappa_\tau r)) \right),$$

де $\kappa_\tau = i\omega/c_\tau$, $\kappa_l = i\omega/c_l$ — хвильові числа, $c_\tau = \sqrt{\mu/\rho}$ - швидкість хвиль зсуву, $\mathbf{p} = \{p_i^{(1)}, p_i^{(2)}\}$ — невідомі потенціальні функції, $i, j = 1, 2$, $L = L_1 + L_2$.

Підставляючи потенціальне зображення для переміщень (3) у формули для розрахунку напружень [7], отримуємо інтегральні залежності:

$$\hat{\sigma}_n^{(k)} = \int_L f_j^{(cl)(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) p_j^{(k)} dL(\mathbf{x}^0); \quad \hat{\tau}_{sn}^{(k)} = \int_L g_j^{(cl)(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) p_j^{(k)} dL(\mathbf{x}^0); \quad (4)$$

де $f_j^{(cl)(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)$, $g_j^{(cl)(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)$ — відомі функції, вирази яких у операторному вигляді записуються:

$$f_j^{(cl)(k)} = \frac{1}{2\pi\mu} \left(\alpha_1^{(j)} K_0(\kappa_\tau r) + \alpha_2^{(j)} \frac{1}{\kappa_\tau^2} (K_0(\kappa_l r) - K_0(\kappa_\tau r)) \right);$$

$$g_j^{(cl)(k)} = \frac{i}{2\pi\mu} \left(\beta_1^{(j)} K_0(\kappa_\tau r) + \beta_2^{(j)} \frac{1}{\kappa_\tau^2} (K_0(\kappa_l r) - K_0(\kappa_\tau r)) \right).$$

Тут

$$\alpha_1^{(1)} = \frac{\lambda}{\mu} \partial_1 + (1 + e^{2i\alpha}) \partial_z + (1 + e^{-2i\alpha}) \partial_{\bar{z}}; \quad \alpha_1^{(2)} = \frac{\lambda}{\mu} \partial_2 + i((1 - e^{2i\alpha}) \partial_z - (1 - e^{-2i\alpha}) \partial_{\bar{z}});$$

$$\alpha_2^{(1)} = \partial_1 (\Delta + 2(e^{2i\alpha} \partial_z^2 + e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}^2)); \quad \alpha_2^{(2)} = \partial_2 (\Delta + 2(e^{2i\alpha} \partial_z^2 + e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}^2));$$

$$\beta_1^{(1)} = e^{2i\alpha} \partial_z - e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}; \quad \beta_1^{(2)} = -i(e^{2i\alpha} \partial_z + e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}});$$

$$\beta_2^{(1)} = 2\partial_1 (e^{2i\alpha} \partial_z^2 - e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}^2); \quad \beta_2^{(2)} = 2\partial_2 (e^{2i\alpha} \partial_z^2 - e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}^2);$$

де $\partial_z = \frac{\partial}{\partial z}$, $\partial_{\bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$, $z = x_1 + ix_2$, $\bar{z} = x_1 - ix_2$, Δ — оператор Лапласа, α — кут між нормаллю \mathbf{n} до площинки та віссю Ox_1 .

Для задоволення граничних умов (1) виділимо нерегулярні складові у підінтегральних функціях представлень (4). Використовуючи формули Племеля-Сохоцького [7] при граничному переході, інтегральні рівняння записуються у вигляді:

$$\frac{1}{2} \text{Re}\{\mathbf{q}\} + \mathbf{v.p.} \int_L \left(\{\mathbf{f}_1^q(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} \{\mathbf{q}\} d\zeta + \{\mathbf{f}_2^{\bar{q}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} \{\bar{\mathbf{q}}\} d\bar{\zeta} \right) = \{\bar{\sigma}_n\};$$

$$\frac{1}{2} \text{Im}\{\mathbf{q}\} + \mathbf{v.p.} \int_L \left(\{\mathbf{g}_1^q(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} \{\mathbf{q}\} d\zeta + \{\mathbf{g}_2^{\bar{q}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} \{\bar{\mathbf{q}}\} d\bar{\zeta} \right) = \{\bar{\tau}_{sn}\}; \quad (5)$$

де $\{\mathbf{f}_1^q(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{f_1^{q^{(cl)(k)}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$, $\{\mathbf{f}_2^{\bar{q}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{f_2^{\bar{q}^{(cl)(k)}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$, $\{\mathbf{g}_1^q(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{g_1^{q^{(cl)(k)}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$,

$\{\mathbf{g}_2^{\bar{q}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{g_2^{\bar{q}^{(cl)(k)}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$ - відомі функції, $\{\bar{\sigma}_n\} = \{\bar{\sigma}_n^{(k)}\}$, $\{\bar{\tau}_{sn}\} = \{\bar{\tau}_{sn}^{(k)}\}$ - відомі напруження

від дії заданого навантаження, $\{\mathbf{q}\} = \{q^{(k)}\}$, $q^{(k)} = i \cdot p^{(k)} dL/d\zeta$; $p^{(k)} = p_1^{(k)} + ip_2^{(k)}$ — невідомі функції. Тут інтеграли будемо розуміти у сенсі їх головного значення.

Система інтегральних рівнянь (5) розв'язувалася числово. Для цього параметричне представлення граничних контурів отворів задавалося за допомогою функцій, що використовуються при конформному відображенні одиничного кола на задану область у вигляді:

$$z^{(k)} = w^{(k)}(\xi), \quad \zeta^{(k)} = \tilde{w}^{(k)}(\tilde{\xi}),$$

де параметр $\xi, \tilde{\xi}$ вибирався на основі нелінійного перетворення Сіді [8].

Використовуючи метод механічних квадратур [9] та квадратурні формули [10], система інтегральних рівнянь (5) зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\mathbf{q}_s^{(k)}\} I_K + h \sum_{k, \tilde{s}} [f_{1_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{q(k)}] \{\mathbf{q}_{\tilde{s}}^{(k)} \cdot \mathbf{w}'_{\tilde{s}}{}^{(k)}\} + h \sum [f_{2_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{\bar{q}(k)}] \{\bar{\mathbf{q}}_{\tilde{s}}^{(k)} \cdot \bar{\mathbf{w}}'_{\tilde{s}}{}^{(k)}\} &= \left\{ \sigma_s^{(k)} \right\}; \\ \frac{1}{2} \operatorname{Im}\{\mathbf{q}_s^{(k)}\} I_K + h \sum_{k, \tilde{s}} [g_{1_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{q(k)}] \{\mathbf{q}_{\tilde{s}}^{(k)} \cdot \mathbf{w}'_{\tilde{s}}{}^{(k)}\} + h \sum [g_{2_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{\bar{q}(k)}] \{\bar{\mathbf{q}}_{\tilde{s}}^{(k)} \cdot \bar{\mathbf{w}}'_{\tilde{s}}{}^{(k)}\} &= \left\{ \tau_s^{(k)} \right\}; \end{aligned} \quad (6)$$

де $f_{1_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{q(k)} = f_1^{q(\text{cl})}(\mathbf{x}_s^{(k)}, \mathbf{x}_{\tilde{s}}^{0(k)})$, $f_{2_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{\bar{q}(k)} = f_2^{\bar{q}(\text{cl})}(\mathbf{x}_s^{(k)}, \mathbf{x}_{\tilde{s}}^{0(k)})$, $g_{1_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{q(k)} = g_1^{q(\text{cl})}(\mathbf{x}_s^{(k)}, \mathbf{x}_{\tilde{s}}^{0(k)})$,
 $g_{2_{\tilde{s}\tilde{s}}}^{\bar{q}(k)} = g_2^{\bar{q}(\text{cl})}(\mathbf{x}_s^{(k)}, \mathbf{x}_{\tilde{s}}^{0(k)})$, $\mathbf{q}_s^{(k)} = \mathbf{q}(\xi_s^{(k)})$, $\mathbf{q}_{\tilde{s}}^{(k)} = \mathbf{q}(\tilde{\xi}_{\tilde{s}}^{(k)})$, $\mathbf{w}'_{\tilde{s}}{}^{(k)} = \mathbf{w}'(\tilde{\xi}_{\tilde{s}}^{(k)})$, $\tilde{\xi}_{\tilde{s}} = h \cdot \tilde{s}$, $\xi_s = \tilde{\xi}_{\tilde{s}} + h/2$,
 $s, \tilde{s} = \overline{1, N}$, $h = 2\pi/N$, N — кількість точок розбиття границі, I_K — одинична матриця розмірності K . Система (6) розв'язувалася числово на основі модифікованого методу Гаусса [11], що дає змогу мінімізувати час обчислень.

Для визначення зображень кільцевих напружень на границі порожнин та радіальних напружень у середовищі побудуємо інтегральні залежності, використовуючи підхід, запропонований у [6]. Підставимо потенціальне зображення переміщень (3) з урахуванням виразів фундаментальних функцій $U_{ji}^{*(\text{cl})}$ у формули для визначення кільцевих та радіальних напружень [7]. Отримаємо інтегральні залежності виду:

$$\hat{\sigma}_\theta^{(k)} = \int_L h_j^{(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) p_j^{(k)} dL(\mathbf{x}^0); \quad \hat{\sigma}_r^{(k)} = \int_L H_j^{(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) p_j^{(k)} dL(\mathbf{x}^0); \quad (8)$$

де $h_j^{(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)$, $H_j^{(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)$ — відомі функції, вирази для яких у операторному вигляді записуються:

$$\begin{aligned} h_j^{(\text{cl})(k)} &= \frac{1}{2\pi\mu} \left(\gamma_1^{(j)} K_0(\kappa_r r) + \gamma_2^{(j)} \frac{1}{\kappa_r^2} (K_0(\kappa_l r) - K_0(\kappa_r r)) \right); \\ H_j^{(\text{cl})(k)} &= \frac{i}{2\pi\mu} \left(\zeta_1^{(j)} K_0(\kappa_r r) + \zeta_2^{(j)} \frac{1}{\kappa_r^2} (K_0(\kappa_l r) - K_0(\kappa_r r)) \right); \end{aligned}$$

причому

$$\begin{aligned} \gamma_1^{(1)} &= (1 - e^{2i\theta}) \partial_z + (1 - e^{-2i\theta}) \partial_{\bar{z}} + \frac{\lambda}{\mu} \partial_1; & \gamma_1^{(2)} &= i \left((1 + e^{2i\theta}) \partial_z - (1 + e^{-2i\theta}) \partial_{\bar{z}} \right) + \frac{\lambda}{\mu} \partial_2; \\ \gamma_2^{(1)} &= \partial_1 \left(\Delta - 2(e^{2i\theta} \partial_z^2 + e^{-2i\theta} \partial_{\bar{z}}^2) \right); & \gamma_2^{(2)} &= \partial_2 \left(\Delta - 2(e^{2i\theta} \partial_z^2 + e^{-2i\theta} \partial_{\bar{z}}^2) \right); \\ \zeta_1^{(1)} &= \left(\frac{\lambda}{\mu} + 1 \right) \partial_1 + \partial_z e^{2i\alpha} + \partial_{\bar{z}} e^{-2i\alpha}; & \zeta_1^{(2)} &= \left(\frac{\lambda}{\mu} + 1 \right) \partial_2 + i \left(e^{2i\alpha} \partial_z + e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}} \right); \\ \zeta_2^{(1)} &= \partial_1 \left(\Delta + 2(e^{2i\alpha} \partial_z^2 + e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}^2) \right); & \zeta_2^{(2)} &= \partial_2 \left(\Delta + 2(e^{2i\alpha} \partial_z^2 + e^{-2i\alpha} \partial_{\bar{z}}^2) \right). \end{aligned}$$

Виділимо нерегулярні складові, що мають особливості типу Коші, у підінтегральних функціях залежностей (8) при малих значеннях аргументу. Використовуючи формули Племеля-Сохоцького [7] при граничному переході можна записати інтегральні залежності для визначення кільцевих напружень на границі порожнин та радіальних напружень у середовищі у вигляді:

$$\hat{\sigma}_\theta^{(k)} = \frac{\mathcal{G}}{4} \operatorname{Re}\{\mathbf{q}\} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{p} \cdot \int_L \left(\{\mathbf{h}_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} \{\mathbf{q}\} d\zeta + \{\mathbf{h}_2(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} \{\bar{\mathbf{q}}\} d\bar{\zeta} \right); \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}_r = \mathbf{v} \cdot \mathbf{p} \cdot \int_L \left(\{\mathbf{H}_1(\mathbf{x}^\delta, \mathbf{x}^0)\} \{\mathbf{q}\} d\zeta + \{\mathbf{H}_2(\mathbf{x}^\delta, \mathbf{x}^0)\} \{\bar{\mathbf{q}}\} d\bar{\zeta} \right); \quad (10)$$

де $\mathcal{G} = \frac{1}{2} - \frac{c_\tau^2}{c_l^2}$, $\{\mathbf{h}_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{h_1^{q(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$, $\{\mathbf{h}_2(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{h_2^{\bar{q}(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$, $\{\mathbf{H}_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{H_1^{q(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$, $\{\mathbf{H}_2(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\} = \{H_2^{\bar{q}(\text{cl})(k)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)\}$.

Для розрахунку оригіналів отриманих напружень використаємо обернене перетворення Фур'є [12], що за числових розрахунків реалізовувалося на основі алгоритму швидкого перетворення Кулі-Тьюкі [13].

Результати числових розрахунків. Використовуючи описаний вище підхід дослідимо динамічний напружений стан пластинчастого елемента, що послаблений двома круговими отворами однакового радіусу R . Результати числових розрахунків максимальних значень відносних кільцевих напружень на границі отворів для випадку, коли відстань між ними становить $\delta = R$ (крива 1), $\delta = 0,5R$ (крива 2) та $\delta = 0,25R$ (крива 3) наведено на рис. 2. Значення відносних радіальних напружень у точці пластинчастого елемента, що знаходиться на ділянці, що має найменшу довжину та рівновіддалена від обох границь отворів — точці O , наведено на рис. 3 для аналогічних значень відстаней між границями отворів.

Розрахунок динамічних напружень проведено матеріалу, що має наступні фізичні характеристики: густина $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,27$. Тут $\bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta / \sigma_0$, $\bar{\sigma}_r = \sigma_r / \sigma_0$, $\bar{t} = t \cdot c_1 / a$. За числових розрахунків вибрано 80 вузлових точок на границі кожного отвору та 512 елементів дискретної вибірки у оберненому перетворенні Фур'є. Для задання навантаження у формі (2) приймалися наступні значення сталих: $p_* = 272$; $\alpha_* = 10$; $n_* = 2$.

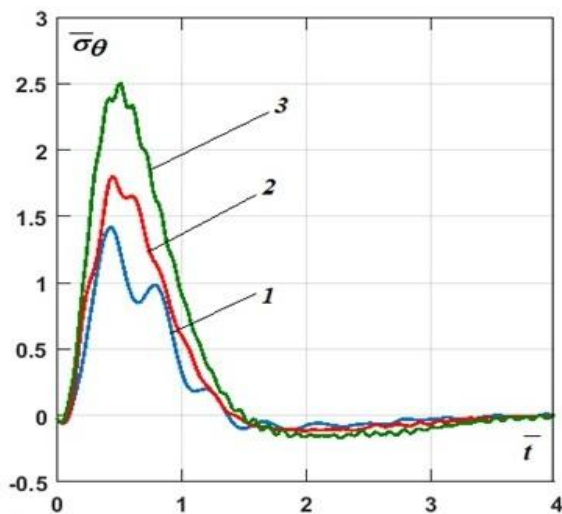


Рис. 2. Розподіл відносних кільцевих напружень на границі отворів у точках А та В

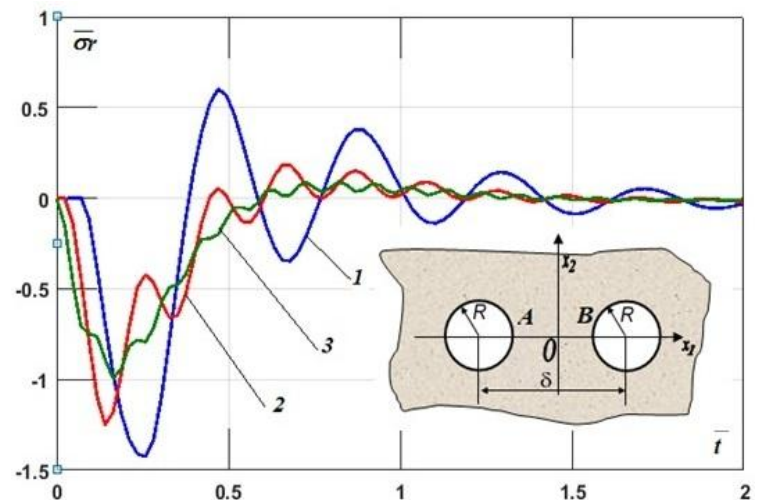


Рис. 3. Розподіл відносних радіальних напружень у точці О

З аналізу кривих рис. 2 видно, що при зменшенні відстані між границями отворів відбувається істотне зростання кільцевих напружень: для випадку, коли $\delta = 0,25R$ динамічні кільцеві напруження перевищують прикладене до границі навантаження у 2,5 рази.

Проте, аналіз кривих рис. 3 показує, що при зближенні дефектів відбувається зменшення радіальних напружень у точці O . Це пояснюється тим, що у випадку, коли $\delta = 0,25R$, накладання хвиль, що виникають за нестационарного навантаження не відбувається, оскільки імпульс хвилі, який виникає за дії змінного у часі навантаження на границі одного отвору «не встигає» пройти половину відстані δ до «зустрічі» з імпульсом другої хвилі, що виникає від дії навантаження на границі другого отвору. Такі результати дають можливість проводити оптимальне проектування пластинчастих елементів конструкцій, що експлуатуються за змінного у часі навантаження та послаблені системами отворів.

Висновки. В статті на основі аналізу числових розрахунків динамічного напруженого стану пластинчастого елемента, який послаблений системою кругових отворів, встановлено, що за дії змінного у часі імпульсного навантаження при зближенні отворів відбувається зростання кільцевих напружень на їх границі та зменшення радіальних напружень у внутрішніх точках пластинчастих елементів, що розміщені на ділянці, яка має найменшу довжину.

Використання розробленого підходу дає можливість проводити повний аналіз перебігу нестационарних хвильових процесів у елементах конструкцій, що містять отвори практично довільної форми.

Список використаних джерел:

1. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. К.: Наук. думка, 1978. 308 с.
2. Максимович В.М., Мікуліч О.А. Усталені коливання одно- та двозв'язних пластинок від дії зосереджених сил. // Наукові нотатки. — 2008. Вип. 23. — С. 179-187.
3. Максимович В.М., Мікуліч О.А. Усталені коливання пластинок з системою отворів. Тези XXIII науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу «Актуальні проблеми та перспективи науки і виробництва». — Луцьк, 2008. — С. 139-140.
4. Mikulich, O. A., Shab'yuk, V.I. Interaction of weak shock waves with rectangular meshes in plate. // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. PRASTI. — 2016. — vol. 2(49), PP. 104-110.
5. Mikulich, O., Shvabjuk, V. Investigation of the impact of the shock waves on the dynamic stress state of the medium with the system of tunnel cavities. // Scientific Journal of the Ternopil National Technical University. — 2007. — 3(87). — PP. 12-20.
6. Mikulich, O., Shvabyuk, V., Sulym, H. Dynamic Stress Concentration at the Boundary of an Incision at the Plate under the Action of Weak Shock Waves. // Acta Mechanica et Automatica. — 2017. — 11(3). — PP. 217-221.
7. Божидарнік В.В., Сулим Г.Т. Елементи теорії пружності. Л.: Світ, 1994. 560с.
8. Sidi, A. Extension of a class of periodizing variable transformations for numerical integration. // Mathematics Computation. — 2006. — 75(253). — PP. 327-343.
9. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. К.: Наук. думка, 1981. 324 с.
10. Kolm, P., Rokhlin, V. Numerical Quadratures for Singular and Hypersingular Integrals. // Computers and Mathematics with Applications. — 2001. — 41. — PP. 327-352.
11. Noor-A-Alam Siddiki Md. The Solution of Large System of Linear Equations by using several Methods and its applications. // IJSET - International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology. — 2015. — 2(8). — PP. 1008-1014.
12. Ramamohan, K.; Kim, D.; Hwang, J. Fast Fourier Transform: Algorithms and Applications, Springer, New York, 2010.
13. Сидорова Т. В., Зыкова Т. В., Сафонов К. В. О модификации быстрого одномерного преобразования Фурье по алгоритму Кули-Тьюки. // Вестник СибГАУ. — 2015. — Т. 16, № 2. — С. 360-363.

Стаття надійшла до редакції 25.12.2018