УДК 330.131.7

О СОВМЕСТНОМ ПРИМЕНЕНИИ В ЭКОНОМИКЕ ТЕОРИИ ИГР И НЕЧЁТКОЙ МАТЕМАТИКИ

А. В. Сигал

Канд. екон. наук, доцент, доцент кафедры экономической кибернетики
Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского
ksavo3@gmail.com

Дана робота присвячена питанням сумісного застосування в економіці теорії ігор та нечіткої математики. У статті запропоновано процес побудови нечітких множин найбільш надійних об'єктів (проектів). Для оцінки значень функцій належності використовується сценарний підхід і розв'язання відповідної класичної або неокласичної антагоністичної гри, яка моделює ситуацію прийняття рішень за умов невизначеності, конфліктності та породженого ними економічного ризику. У статті розглянуто методи розв'язання неокласичних антагоністичних ігор, що засновані на класифікації інформаційних ситуацій. Знайдено розв'язок конкретних задач.

Ключові слова. *Теорія ігор; нечітка математика; нечітка множина; сценарний підхід; класична антагоністична гра; неокласична антагоністична гра; економічний ризик; класифікація інформаційних ситуацій.*

Данная работа посвящена вопросам совместного применения в экономике теории игр и нечёткой математики. В статье предложен процесс построения нечётких множеств наиболее надёжных объектов (проектов). Для оценки значений функций принадлежности используется сценарный подход и решение соответствующей классической или неоклассической антагонистической игры, которая моделирует ситуацию принятия решений в условиях неопределённости, конфликтности и порождённого ими экономического риска. В статье рассмотрены методы решения неоклассических антагонистических игр, основанные на классификации информационных ситуаций. Найдены решения конкретных задач.

Ключевые слова. *Теория игр; нечёткая математика; нечёткое множество; сценарный подход; классическая антагонистическая игра; неоклассическая антагонистическая игра; экономический риск; классификация информационных ситуаций.*

This work is devoted to the questions of a joint application in economics game theory and fuzzy mathematics. In the paper the process of constructing the fuzzy sets of the most reliable objects (projects) is proposed. To estimate the values of membership functions it's used the scenario approach and the solution of the corresponding classical or neoclassical antagonistic game that simulates the situation of decision-making under uncertainty, conflict and economic risk. The article describes the methods of solution of neoclassical antagonistic games, based on the classification of information situation. Solutions of specific problems are found.

Keywords. *Game theory; fuzzy mathematics; fuzzy set; scenario approach; classical antagonistic game; neoclassical antagonistic game; economic risk; classification of information situations.*

Введение

Цель данной статьи — разработка аспектов совместного применения в экономике теории антагонистических игр и нечёткой математики, что позволит учесть противоречивость, неопределённость, неполноту информации, конфликтность, многокритериальность, альтернативность и порождённый ими экономический риск. В частности, в статье будут рассмотрены вопросы применения теории антагонистических игр (в том числе совместного применения теории антагонистических игр и нечёткой математики) в экономических исследованиях, а также методов решения матричных игр с неполной информацией.

Основными чертами, отличающими предлагаемый подход от подходов, применяемых другими авторами для теоретико-игрового моделирования экономики, являются следующие особенности. Во-первых, предлагаемые теоретико-игровые модели нацелены на принятие оптимальных решений с учётом неопределённости, конфликтности и экономического риска. Во-вторых, предлагается применение антагонистических игр и в тех случаях, когда они не являются моделью ситуации принятия решений, что влечёт необходимость следить за корректностью применения игр. В-третьих, предлагается применение антагонистических игр совместно с нечёткой математикой.

Пусть ситуация принятия решений характеризуется антагонистической игрой. Далее будем различать два принципиально разных класса матричных игр. Первый — классические антагонистические игры, представляющие собой матричные игры с полной информацией [1]. Второй — неоклассические антагонистические игры, представляющие собой матричные игры с неполной информацией [2, 3].

Основные обозначения и термины

Классической антагонистической игрой (*КАИ*) будем называть матричную игру с полной информацией, для которой

1. известно множество $I = \{1;...;i;...;k\}$ всех чистых стратегий первого игрока;
2. известно множество $J = \{1;...;j;...;n\}$ всех чистых стратегий второго игрока;
3. полностью известна платёжная матрица $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ игры.

Значения элементов r_{ij} — это выигрыши первого игрока в случае, когда он применил в партии игры свою i-ю чистую стратегию, а второй — свою j-ю чистую стратегию. В каждой партии игры значение проигрыша второго игрока совпадает со значением выигрыша первого игрока.

Игра, характеризующая ситуацию принятия решений, может представлять собой модель статистических решений (статистическую игру) [4], в которой первый игрок является лицом, принимающим решения (ЛПР), активно и осмысленно выбирающим свои стратегии, а второй — «природой», т.е. экономической средой. «Природа» пассивно выбирает свои чистые стратегии, т. е. случайным образом (неосознанно) оказывается в одном из своих возможных состояний $j \in J$.

Без ограничения общности можно считать, что платёжная матрица $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ статистической игры обладает положительным ингредиентом: $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{+}$, когда ЛПР стремится максимизировать значения оценок r_{ij} эффективности реализации соответствующих решений. Такую статистическую игру можно решать как в чистых стратегиях игроков, так и в их смешанных стратегиях. Для поиска оптимальной смешанной стратегии ЛПР можно решать антагонистическую игру, платёжная матрица которой совпадает с матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ заданной статистической игры.

Далее будем отождествлять исходную статистическую игру с соответствующей антагонистической игрой, характеризующей ситуацию принятия решений, т.е. с антагонистической игрой, заданной той же самой платёжной матрицей. Такое отождествление даёт ряд преимуществ.

Перечислим некоторые из этих преимуществ. Существенной особенностью теории статистических решений является то, что в этой теории рассматриваются эксперименты, состоящие из многих стадий (а не из одной стадии, когда фиксируется число наблюдений), и изучаются общие статистические проблемы, в которых ЛПР должно принять одно из многих решений. Отождествление статистической игры с соответствующей антагонистической игрой позволяет выбрать одно оптимальное решение или упорядочить все имеющиеся чистые стратегии ЛПР. Более того, отождествление статистической игры с соответствующей антагонистической игрой позволяет сформировать оптимальную смешанную стратегию ЛПР, если использование смешанных стратегий возможно и экономически целесообразно. Наконец, отождествление статистической игры с соответствующей антагонистической игрой позволяет не проводить многошаговые эксперименты, что даёт возможность ЛПР экономить ресурсы.

Существуют разные классификации, характеризующие неопределённость поведения «природы». Общепринятая классификация выделяет лишь три случая. Первый случай — это принятие решений в условиях определённости, когда данные известны точно. Второй случай — это принятие решений в условиях риска, когда данные можно представить вероятностными моделями. Третий случай — это принятие решений в условиях неопределённости, когда данные трудно или невозможно классифицировать по степени их значимости.

В классификации, предложенной Р. И. Трухаевым [5, С. 13], выделяется семь информационных ситуаций. Такая классификация позволяет точнее выбрать критерий принятия решений, лучше учесть особенности имеющей место ситуации, качественнее учесть неопределённость и экономический риск.

По общему мнению специалистов, процесс построения платёжной матрицы игры является одним из наиболее ответственных и сложных этапов теоретико-игрового моделирования экономики. В случае применения антагонистических игр элементы r_{ij} платёжной матрицы — это, как правило, числа, которые характеризуют соответствующие статистические данные. В процессе построения матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = \left(r_{i\,j}\right)$ и оценки точных истинных значений её элементов $r_{i\,j}$ возникает несколько проблем.

Во-первых, возникают проблемы, типичные для сбора статистических данных. К таким проблемам принято относить, в частности, вопросы репрезентативности выборочных совокупностей статистических данных, вопросы точности определения истинных значений наблюдавшихся вариант, вопросы верификации данных и их адекватности имеющей место ситуации.

Во-вторых, возникают проблемы, связанные с заданием и анализом множества чистых стратегий (возможных решений) ЛПР. Вообще говоря, само множество чистых стратегий ЛПР может обладать весьма сложной структурой, что неизбежно влечёт упрощённое представление этого множества при теоретико-игровом моделировании ситуации принятия решений. Такое упрощение может существенно нарушить адекватность построенной игровой модели моделируемой ситуации.

В-третьих, возникают проблемы, связанные с заданием и анализом множества возможных состояний экономической среды (множества чистых стратегий второго игрока). И это множество может обладать весьма сложной структурой, а упрощённое представление его структуры приводит к существенным нежелательным последствиям. Как правило, хотя бы одно из построенных множеств чистых стратегий игроков может являться бесконечным, неограниченным, непрерывным. Как следствие, для таких случаев невозможно добиться полного соответствия структуры построенных множеств с реальной структурой истинных множеств.

В-четвертых, очень часто имеет место неполнота имеющейся у ЛПР информации. Всё это приводит к тому, что не для всех элементов r_{ij} платёжной матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$ игры известны их точные истинные значения. Применение неоклассических антагонистических игр, о которых речь пойдёт ниже, позволяет лучше учесть перечисленные проблемы, т.е. неопределённость, конфликтность, экономический риск, а так же оптимизировать уровень риска.

Неоклассической антагонистической игрой (*НАИ*) будем называть матричную игру с неполной информацией, для которой

1. известно множество $I = \{1;...;i;...;k\}$ всех чистых стратегий первого игрока;

2. известно множество $J = \{1;...;j;...;n\}$ всех чистых стратегий второго игрока;

3. частично известна платёжная матрица $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$ игры.

То, что платёжная матрица известна частично, означает, что среди элементов r_{ij} матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$ имеется хотя бы один элемент, точное истинное значение которого неизвестно. Очевидно, НАИ представляет собой простейшее обобщение КАИ.

Элементы r_{ij} — это, по-прежнему, выигрыши первого игрока в случае, когда в партии игры он применил свою i-ю чистую стратегию, а второй — свою j-ю чистую стратегию, при этом в каждой партии игры значение проигрыша второго игрока совпадает со значением выигрыша первого игрока.

Постановка проблемы

Итак, применение НАИ позволяет адекватно моделировать процесс принятия решений с учётом неопределённости, неполноты информации, конфликтности и экономического риска. Поэтому следует признать целесообразной дальнейшую разработку аспектов теоретико-игрового моделирования экономики, в целом, и разработку аспектов теоретико-игрового моделирования экономики с учётом неопределённости, конфликтности и порождённого ими экономического риска, в частности. Кроме того, необходимо разработать корректные методы принятия решений, основанные на решении антагонистической игры и адекватные имеющей место ситуации.

Решив антагонистическую игру, характеризующую ситуацию принятия решений, можно найти оптимальные стратегии игроков, а также значение цены игры $V_{\mathbf{R}}^*$. Пусть векторы $\mathbf{p}^* = \left(p_1^*;...;p_i^*;...;p_k^*\right)$, $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*;...;q_j^*;...;q_n^*\right)$ характеризуют оптимальные стратегии игроков. Тогда по определению ситуации равновесия [6] компоненты векторов $\mathbf{p} = \left(p_1;...;p_i;...;p_k\right)$, $\mathbf{q} = \left(q_1;...;q_j;...;q_n\right)$, характеризующих произвольные стратегии игроков, и векторов $\mathbf{p}^* = \left(p_1^*;...;p_i^*;...;p_k^*\right)$, $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*;...;q_j^*;...;q_n^*\right)$, характеризующих их оптимальные стратегии, удовлетворяют соотношениям

$$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1, \tag{1}$$

$$p_i \geq 0, \ i = \overline{1, k}, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} q_j = 1, \tag{3}$$

$$q_j \geq 0\,,\;\; j = \overline{1,n}\,, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij}\cdot p_i\cdot q_j^*\right)\leq V_{\mathbf{R}}^* = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij}\cdot p_i^*\cdot q_j^*\right)\leq \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij}\cdot p_i^*\cdot q_j\right), \tag{5}$$

где $V_{\mathbf{R}}^*$ — цена игры.

При этом компоненты векторов, характеризующих оптимальные стратегии игроков, удовлетворяют всем соотношениям (1)-(4). Заметим так же, что именно соотношения (5) и определяют седловую точку антагонистической игры (её оптимальное решение).

С точки зрения корректного применения теории игр в экономике найденное оптимальное решение антагонистической игры должно получить правильную экономическую интерпретацию. К сожалению, в обширной литературе по теоретико-игровому моделированию экономики до сих пор этому важнейшему вопросу уделялось недостаточное внимание. К решённым неполностью частям проблемы экономических приложений антагонистических игр и корректности применения теории игр в экономических исследованиях можно отнести, в частности, следующие вопросы:

1. вопросы методов решения НАИ разных классов;
2. вопросы корректности применения оптимального решения соответствующей антагонистической игры для принятия решений;
3. вопросы совместного применения теории антагонистических игр с другими разделами математики, в частности, с нечёткой математикой;
4. вопросы корректности применения принятого решения, основанного на оптимальном решении соответствующей антагонистической игры.

Простейшие методы решения неоклассических антагонистических игр

Хотя игры с неполной информацией изучаются с середины XX века, методы их решения изучены недостаточно. Поиск оптимального решения НАИ осложнён тем, что игроки вынуждены принимать решения с учётом неопределённости, конфликтности и порождённого ими риска. В рамках теории принятия решений с учётом неопределённости, конфликтности и порождённого ими риска возможны различные концепции поиска оптимального решения НАИ. Ниже будет рассмотрен один из естественных методов поиска оптимального решения НАИ, основанный на корректном приведении её к соответствующей КАИ.

Для оценки значений неизвестных элементов платёжной матрицы возможно использование методов интерполирования, экстраполирования, регрессионного анализа. Решение полученной КАИ можно интерпретировать как оптимальное решение исходной НАИ. Возможные методы преодоления неполноты информации, т. е. методы приведения НАИ к КАИ, зависят от имеющей место информационной ситуации относительно неопределённости истинных значений неизвестных элементов платёжной матрицы.

Информационной ситуацией (*ИС*) I_l будем называть определенную степень градации, характеризующую неопределённость значений элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны.

Классификацию ИС можно представить в таком виде:

1. Нулевая ИС I_0, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, измерены с существенными ошибками.

2. Первая ИС I_1, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями (реализациями) заданных случайных величин (СВ).

3. Вторая ИС I_2, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных функций одной или нескольких переменных.

4. Третья ИС I_3, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, удовлетворяют заданным ограничениям (например, принадлежат заданным множествам).

5. Четвёртая ИС I_4, когда о значениях всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, нет никакой математической информации.

6. Пятая ИС I_5, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, принимают наихудшие для первого игрока (ЛПР) значения. Пятую ИС следует применять для моделирования экономики в условиях, когда ЛПР считает нецелесообразным рисковать. Например, в условиях жёст-

кой конкуренции, в условиях кризиса, в условиях предкризисной ситуации или в случае, когда отношение ЛПР к риску характеризуется несклонностью к риску.

7. Шестая ИС I_6, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, принадлежат заданным нечётким множествам [7].

8. Седьмая ИС I_7 — смешанная ИС, когда имеются хотя бы два элемента r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, при этом все эти элементы могут быть распределены хотя бы на две группы, для каждой из которых имеет место своя собственная ИС, или когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных объектов двойной природы. К объектам двойной природы можно отнести, например, случайные функции (в т. ч. случайные процессы), которые одновременно представляют собой и совокупность различных СВ, и совокупность различных неслучайных (обычных) функций.

Приведённая классификация ИС представляет собой расширенную (за счёт введения нулевой ИС) и уточнённую (для формулировки понятия седьмой ИС) классификацию, впервые предложенную в работе [8]. Классификация ИС, предложенная в работе [8], в значительной мере повторяла классификацию ИС относительно неопределённости поведения экономической среды, предложенную Р. И. Трухаевым [5, С. 13].

При решении НАИ во многих случаях неизвестные элементы платёжной матрицы могут быть заменены их наиболее типичными (и/или наиболее важными) значениями, после чего следует решать соответствующую КАИ, заданную полученной полностью известной матрицей (или несколько соответствующих КАИ). Кратко перечислим возможные методы преодоления неполноты информации в поле каждой ИС.

1. В поле нулевой ИС I_0 целесообразно проведение дополнительных исследований, позволяющих повысить точность оценок истинных значений неизвестных элементов.

2. В поле первой ИС I_1 все неизвестные элементы можно заменить значениями определённых (одних и тех же) числовых характеристик соответствующих СВ (например, их математическими ожиданиями).

3. В поле второй ИС I_2 все неизвестные элементы можно заменить значениями соответствующих функций для наиболее типичных значений их аргументов.

4. В поле третьей ИС I_3 все неизвестные элементы можно заменить их наиболее типичными с экономической точки зрения значениями, удовлетворяющими заданным ограничениям.

5. В поле четвёртой ИС I_4 все неизвестные элементы можно заменить их наиболее типичными с экономической точки зрения значениями.

6. В поле пятой ИС I_5 все неизвестные элементы можно заменить значениями, минимизирующими значение платёжной функции $V_{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij} \cdot p_i \cdot q_j\right)$ игры, если эта функция ограничена на области допустимых значений неизвестных элементов платёжной матрицы при условии выполнения всех соотношений (1)—(4).

7. В поле шестой ИС I_6 следует применить какой-либо метод дефаззификации, т. е. метод преобразования нечёткого множества в чёткое число. Например, все неизвестные элементы можно заменить значениями соответствующих средневзвешенных величин. В условиях этой ИС неизбежно потребуется совместное применение теории антагонистических игр и нечёткой математики.

8. В поле седьмой ИС I_7 для каждой отдельной группы неизвестных элементов следует применять свой подход, характерный для соответствующей ИС. Если же все неизвестные элементы представляют собой возможные значения заданных случайных функций, то замена всех случайных функций их конкретными сечениями переводит ситуацию из поля ИС I_7 в поле первой ИС I_1, а замена всех случайных функций их конкретными реализациями — в поле второй ИС I_2.

Очевидно, во многих случаях поиск оптимального решения НАИ может включать решение нескольких КАИ. Для окончательного выбора оптимального решения исходной НАИ может потребоваться применение методов исследования операций, распознавания образов, теории ожидаемой полезности. Кроме того, практически всегда целесообразно использовать имеющуюся информацию экономического и другого нематематического характера.

Корректность применения теоретико-игрового подхода для принятия решений

По мнению А. Вальда основной моделью теоретико-игрового принятия решений является статистическая игра. Основные принципы общей теории статистических решений и некоторые её результаты описаны А. Вальдом в [4]. Как отмечалось выше, при теоретико-игровом подходе к принятию решений статистическую игру можно отождествлять с соответствующей антагонистической игрой. Такое отождествление требует от ЛПР определённой осторожности. Корректное применение антагонистических игр в процессе моделирования экономики и управления требует выполнения определённых предпосылок. К предпосылкам корректного применения теоретико-игрового подхода в экономике, в частности, можно отнести [9, С. 20—21]:

1. наличие нескольких сторон (игроков), при этом хотя бы один участник, а именно ЛПР, обязательно должен активно и осмысленно выбирать и реализовывать свои решения;
2. ЛПР должно иметь не менее двух различных вариантов действий (стратегий, альтернатив, управленческих решений), из которых следует выбрать для дальнейшей реализации оптимальное решение;
3. наличие информации и необходимых статистических данных, в том числе сведений об имеющей место ситуации;
4. возможность представления имеющейся информации в виде, позволяющем применять теоретико-игровую модель (например, для возможности применения антагонистических игр информация должна быть представлена в виде соответствующей матрицы);
5. возможность экономической интерпретации оптимального решения соответствующей игры, в частности возможность экономической интерпретации компонент оптимальных стратегий игроков, цены соответствующей антагонистической игры и их найденных значений;
6. возможность реализации оптимального решения соответствующей игры в виде управленческого решения.

В случае, когда нарушено хотя бы одно из перечисленных требований, применение теории игр для моделирования экономики нецелесообразно, а во многих случаях невозможно. Применение теории игр, когда нарушено хотя бы одно из перечисленных требований, почти наверняка приведёт к неверным выводам, принятию и реализации неоптимального управленческого решения.

Постановка задачи

Совместное применение в экономике теории антагонистических игр и нечёткой математики возможно в условиях следующей ситуации принятия решений. ЛПР необходимо выбрать среди имеющихся объектов (проектов) наиболее надёжные. Наиболее надёжными объектами (проектами) считаются те, которые характеризуются наибольшим уровнем возможности получения от них ожидаемой эффективности (например, наибольшим уровнем возможности получения от них ожидаемой прибыли). Множество всех рассматриваемых объектов (проектов) и задаёт множество $I = \{1;...;i;...;k\}$ всех чистых стратегий первого игрока, т.е. множество всех возможных решений ЛПР.

Множество наиболее надёжных объектов (проектов) будем интерпретировать как нечёткое множество $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_i/i);...;(\mu_k/k)\}$. При этом множество $I = \{1;...;i;...;k\}$ является носителем этого нечёткого множества, а значение μ_i функции принадлежности i-го элемента задаёт оценку надёжности соответствующего объекта (проекта).

Ниже будет рассмотрен метод поиска значений оценок надёжности рассматриваемых объектов (проектов), основанный на теоретико-игровом подходе, а именно на использовании оптимального решения антагонистической игры, характеризующей ситуацию принятия решений. Сначала мы рассмотрим совместное применение теории антагонистических игр и нечёткой математики для принятия кредитных решений, т.е. для упорядочения потенциальных заёмщиков по уровню их надёжности (точнее по уровню их относительной репутации). Затем — совместное применение теории антагонистических игр и нечёткой математики для принятия инвестиционных решений, т.е. для упорядочения рассматриваемых проектов по уровню их надёжности.

Принятие кредитных решений

Банковская и, особенно, кредитная деятельность связана с неопределенностью, конфликтностью, альтернативностью и с порождённым ими экономическим риском. В связи с резким ростом объёмов кредитования в последнее время уделяется особое внимание вопросам управления кредитным риском, особенно при кредитовании физических лиц. В последнее время условия кредитной деятельности банков изменились, как в странах СНГ, так и во всём мире. Как следствие, изменился и уровень кредитного риска, без которого, правда, невозможно получение банками прибыли.

Кредитная деятельность банков адаптируется к условиям интенсивно развивающейся трансформационной экономики стран СНГ и уровню жизни населения. В настоящее время особое значение приобрели устойчивое функционирование каждого отдельно взятого банка и банковской системы в целом. Основой устойчивого развития банка являются качественный и количественный анализы кредитного риска, а также количественная оценка уровня кредитного риска. В банковской деятельности применяется ряд методов анализа, оценки и управления кредитным риском.

Как правило, рассматривая возможность выдачи кредита потенциальному заёмщику, банк или финансовое учреждение изучает различную документацию субъекта предпринимательской деятельности, претендующего на получение кредита. Среди этой документации имеется разнообразная бухгалтерская отчётность данного предприятия, бизнес-план и другие характеристики проекта, если кредит берётся под осуществление некоторого проекта. Одной из применяемых характеристик кредитоспособности потенциального заёмщика, в том числе и физических лиц, является его кредитная история. В экономически развитых странах имеются специальные бюро кредитных историй (БКИ), в которые обращаются банки или финансовые учреждения для получения информации о потенциальном заёмщике: когда и какие кредиты ему выдавались, имелись ли дефолты, просроченные или замороженные кредиты. С развитием рыночных отношений банки и финансовые учреждения стран СНГ при решении вопроса о выдаче кредита всё больше внимания уделяют изучению кредитных историй потенциальных заёмщиков.

Кредитная история — это информация о том, какие кредиты в банках брал потенциальный заёмщик, насколько дисциплинированно были осуществлены возвраты кредитов и выплаты процентов. На деле кредитная история — это обычный электронный файл, содержащий информацию о потенциальном заёмщике и данные, относящиеся к выполнению им кредитных обязательств. Ведёт его БКИ — юридическое лицо, специально созданное для этих целей. Формируется кредитная история не только за счёт данных, предоставляемых банками-кредиторами, но и из сведений, добытых бюро из публичных источников, реестров и баз данных, за исключением баз, содержащих государственную тайну. Наличие у заёмщика просроченных выплат по кредитам, судебных процессов, фактов досрочного погашения также найдёт отражение в его кредитном досье.

Для определённости далее везде будем считать, что банк не выдаёт кредиты потенциальным заёмщикам, имеющим проблемные и/или непогашенные кредиты. Ситуацию принятия решений по совокупности всех потенциальных заёмщиков характеризуют такие составные части:

1. известное множество $I=\{1;\ldots;i;\ldots;k\}$ всех потенциальных заёмщиков, претендующих на получение в данном банке однотипных кредитов, пронумерованных первыми натуральными числами;

2. известное множество $S=\{S_1;\ldots;S_j;\ldots;S_n\}$ величин всех кредитов, полученных ранее хотя бы одним из рассматриваемых потенциальных заёмщиков и упорядоченных, например, по возрастанию их значений;

3. полностью или частично известная матрица $\mathbf{R}=\mathbf{R}_{k\times n}=(r_{ij})$, значения элементов r_{ij} которой равны количеству кредитов величиной S_j, ранее полученных i-м потенциальным заёмщиком.

Будем интерпретировать множество наиболее надёжных заёмщиков как нечёткое множество вида $\widetilde{I}=\{(\mu_1/1);\ldots;(\mu_i/i);\ldots;(\mu_k/k)\}$. Для каждого элемента i этого множества требуется найти уровень надёжности, т.е. значение функции принадлежности μ_i, где $\mu_i\in[0;1]$, $i=\overline{1,k}$. Если для i-го заёмщика окажется справедливо равенство $\mu_i=0$, то это означает, что по сравнению с другими потенциальными заёмщиками его следует считать ненадёжным. А если для i-го заёмщика окажется справедливо равенство $\mu_i=1$, то это означает, что по сравнению с другими потенциальными заёмщиками его следует считать наиболее надёжным. Отметим, что, с экономической точки зрения, значения величин μ_i функции принадлежности характеризуют относительные репутации потенциальных заёмщиков: они характеризуют относительную (по сравнению с шансами для остальных претендентов) степень убеждённости ЛПР, т.е. банка, в том, что заёмщики своевременно погасят кредиты.

Для вычисления оценок μ_i, $i = \overline{1, k}$, значений функции принадлежности можно решить антагонистическую игру, заданную матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$. Схему принятия кредитных решений на основе совместного применения теории антагонистических игр и нечёткой математики можно представить так:

1. оценка (согласно скоринговой технологии) индивидуальной кредитоспособности каждого отдельно взятого потенциального заёмщика и определение его совокупного кредитного балла;

2. с учётом найденного значения совокупного кредитного балла i-го заёмщика, определение значения его кредитного рейтинга, на основании чего задаётся диапазон $[a_i; b_i]$, которому должно принадлежать значение индивидуальной процентной ставки для этого потенциального заёмщика;

3. определение имеющей место ИС относительно неопределённости поведения экономической среды;

4. если ситуацию принятия кредитных решений характеризует НАИ, то определение имеющей место ИС относительно неопределённости значений элементов платёжной матрицы, точные истинные значения которых неизвестны;

5. решение соответствующей антагонистической игры (для определённости будем считать, что данная антагонистическая игра не содержит седловой точки и имеет решение в смешанных стратегиях игроков);

6. вычисление оценок значений функции принадлежности по формуле $\mu_i^* = C \cdot p_i^*$, где p_i^* — это соответствующая компонента оптимальной смешанной стратегии первого игрока $\mathbf{p}^* = (p_1^*;\ldots;p_i^*;\ldots;p_k^*)$, а множитель $C = \dfrac{1}{\max\limits_i p_i^*}$ (с тем, чтобы $\max\limits_i \mu_i^* = 1$);

7. построение нечёткого множества $\widetilde{I} = \{(\mu_1^*/1);\ldots;(\mu_i^*/i);\ldots;(\mu_k^*/k)\}$ наиболее надёжных потенциальных заёмщиков;

8. вычисление значения c_i индивидуальной процентной ставки i-го заёмщика по следующей формуле

$$c_i = b_i - \mu_i^* \cdot (b_i - a_i) = \mu_i^* \cdot a_i + (1 - \mu_i^*) \cdot b_i, \; i = \overline{1, k}. \qquad (6)$$

Эта схема не исчерпывает всех процедур, которые необходимо выполнить для анализа кредитоспособности потенциальных заёмщиков. Но, именно оценка относительных репутаций потенциальных заёмщиков позволяет сформулировать окончательные аргументы для предоставления кредита или для отказа в его выдаче, а также вычислить значение индивидуальной величины процентной ставки в случае выдачи кредита потенциальному заёмщику.

Если антагонистическая игра, характеризующая ситуацию принятия кредитных решений, содержит седловую точку и имеет решение в чистых стратегиях, то для определения значений чисел p_i^* следует использовать доминирование (в широком смысле) чистых стратегий первого игрока.

Хотя в банковской деятельности проблемам анализа и оценки банковских, в т.ч. и кредитных, рисков посвящена обширная научная литература, вопросам математического моделирования процесса принятия кредитных решений на основе исследования кредитных историй потенциальных заёмщиков до сих пор внимание, можно сказать, не уделялось. На наш взгляд, применение экономико-математического моделирования при рассмотрении кредитных историй потенциальных заёмщиков позволяет уменьшить как уровень риска невозврата выданных кредитов и значение вероятности возникновения других проблем по выданным кредитам, так и уровень экономического риска деятельности данного банка в целом. Данное замечание относится и к методу принятия кредитных решений, основанному на совместном применении теории антагонистических игр и нечёткой математики.

Принятие кредитных решений в условиях полной определённости

Пусть ситуацию принятия решений по совокупности всех имеющихся претендентов на получение в рассматриваемый период времени однотипных и близких по величине кредитов характеризуют такие составные части:

1. множество $I = \{1; 2; 3\}$ всех потенциальных заёмщиков;

2. множество $S = \{S_1; S_2; S_3; S_4; S_5; S_6\}$ величин всех кредитов, полученных ранее хотя бы одним из рассматриваемых потенциальных заёмщиков;

3. матрица $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, где элемент $r_{i\,j}$ — это количество кредитов величиной S_j, ранее полученных i-м заёмщиком.

Сначала найдём оценки значений функции принадлежности нечёткому множеству наиболее надёжных заёмщиков и само это нечёткое множество.

В заданной платёжной матрице седловой элемент отсутствует, т. к.

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j r_{ij} = \max\{0;\, 0;\, 0\} = 0,$$

$$\beta = \min_j \beta_j = \min_j \max_i r_{ij} = \min\{1;\, 2;\, 1;\, 1;\, 1;\, 1\} = 1,$$

$$\alpha = \max_i \min_j r_{i\,j} = 0 < 1 = \min_j \max_i r_{i\,j} = \beta.$$

Упростить заданную матрицу $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right)$ так, чтобы хотя бы у одного игрока остались только две его чистые стратегии, невозможно. Поэтому для решения КАИ, заданной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right)$, необходимо решить соответствующую симметричную пару взаимно-двойственных задач линейного программирования. Решение КАИ, заданной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right)$, имеет вид: $\mathbf{p}^* = (0{,}2;\, 0{,}4;\, 0{,}4)$, $\mathbf{q}^* = (0{,}4;\, 0{,}2;\, 0{,}4;\, 0;\, 0;\, 0)$, $V_{\mathbf{R}}^* = 0{,}4$, для которых справедливы все соотношения (1)-(5). Следовательно, $C = \dfrac{1}{\max\limits_i p_i^*} = \dfrac{1}{0{,}4} = 2{,}5$, $\mu_1^* = 0{,}5$, $\mu_2^* = 1$, $\mu_3^* = 1$, откуда искомое нечёткое множество наиболее надёжных заёмщиков примет следующий вид:

$$\widetilde{I} = \left\{\left(\mu_1^*/1\right);\, \left(\mu_2^*/2\right);\, \left(\mu_3^*/3\right)\right\} = \left\{(0{,}5/1);\, (1/2);\, (1/3)\right\}.$$

Прокомментируем, полученный на этом этапе, результат. Наименее надёжным оказался первый потенциальный заёмщик. Наиболее надёжными оказались второй и третий потенциальные заёмщики, для которых совпали значения оценок их относительной репутации. Интересно, что именно первый потенциальный заёмщик, оказавшийся наименее надёжным, получил ранее больше всех кредитов: 4 кредита, тогда как другие получили ранее только по 3.

Пусть финансовые ресурсы данного банка не позволяют ему выдать кредиты всем трём потенциальным заёмщикам, но этих ресурсов достаточно для кредитования любых двух потенциальных заёмщиков из трёх рассматриваемых. Тогда согласно найденным оценкам уровней надёжности из трёх имеющихся потенциальных заёмщиков следует рекомендовать выдать кредиты только второму и третьему потенциальным заёмщикам.

Пусть известно, что с учётом найденных оценок их индивидуальных кредитоспособностей диапазоны значений индивидуальных процентных ставок этих потенциальных заёмщиков представляют собой следующие отрезки: $[a_1; b_1] = [12; 14{,}1]$, $[a_2; b_2] = [13; 15]$, $[a_3; b_3] = [14; 15{,}5]$.

Найдём индивидуальные значения c_i процентных ставок каждого из трёх имеющихся потенциальных заёмщиков.

Применяя формулу (6), находим

$$c_1 = \mu_1^* \cdot a_1 + \left(1 - \mu_1^*\right) \cdot b_1 = 0{,}5 \cdot 12 + (1 - 0{,}5) \cdot 14{,}1 = 13{,}05\%,$$
$$c_2 = \mu_2^* \cdot a_2 + \left(1 - \mu_2^*\right) \cdot b_2 = 1 \cdot 13 + (1 - 1) \cdot 15 = 13\%,$$
$$c_3 = \mu_3^* \cdot a_3 + \left(1 - \mu_3^*\right) \cdot b_3 = 1 \cdot 14 + (1 - 1) \cdot 15{,}5 = 14\%.$$

Таким образом, согласно найденному решению КАИ, заданной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{ij})$, нечёткое множество потенциальных заёмщиков, обладающих наибольшей относительной репутацией, имеет вид $\widetilde{I} = \{(0{,}5/1); (1/2); (1/3)\}$. Первый потенциальный заёмщик обладает наименьшим значением оценки относительной репутации по сравнению с другими двумя, относительные репутации которых совпали. Поэтому при ограниченности финансовых средств банк может отказать в кредите в первую очередь первому потенциальному заёмщику (хотя он обладает наибольшим кредитным рейтингом, что можно видеть из приведенных выше диапазонов значений индивидуальных процентных ставок). С учётом кредитных рейтингов данных потенциальных заёмщиков в случае положительного решения о выдаче кредитов каждому из трёх потенциальных заёмщиков банку целесообразно назначить им следующие индивидуальные значения процентных ставок кредитования: $c_1 = 13{,}05$ %, $c_2 = 13$ %, $c_3 = 14$ %.

Принятие кредитных решений, основанное на предлагаемом теоретико-игровом подходе, осложнено рядом нерешённых задач. Во-первых, в странах СНГ сеть БКИ находится лишь на начальной стадии своего формирования, что влечёт повышенный уровень экономического риска. Поэтому соответствующее законодательство стран СНГ требует определённой коррекции, правоприменительная практика практически отсутствует, а информация, предоставляемая БКИ о потенциальных заёмщиках, неполна. Во-вторых, найденное оптимальное решение соответствующей антагонистической игры требует корректной интерпретации. В-третьих, сам поиск оптимального решения соответствующей антагонистической игры может быть существенно осложнён. Например, метод решения НАИ зависит от имеющей место ИС, при этом может потребоваться решить несколько КАИ. В-четвёртых, принятие кредитных решений, основанное на предлагаемом теоретико-игровом подходе, приводит к реализации очень осторожных решений, что может выражаться в отказе выдачи кредита потенциальному заёмщику, ранее активно и много бравшего кредиты.

Принятие кредитных решений в условиях неполной определённости

Пусть ситуацию принятия решений по совокупности всех имеющихся претендентов на получение в рассматриваемый период времени однотипных и близких по величине кредитов характеризуют такие составные части:

1. множество $I=\{1;2;3\}$ всех потенциальных заёмщиков;

2. множество $S=\{S_1;S_2;S_3;S_4;S_5;S_6\}$ величин всех кредитов, полученных ранее хотя бы одним из рассматриваемых потенциальных заёмщиков;

3. матрица $\mathbf{R}=\mathbf{R}_{3\times 6}=(r_{ij})=\begin{pmatrix} 0 & r_{12} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & r_{33} & 0 & r_{35} & 0 \end{pmatrix}$, где элемент r_{ij} — это количество кредитов величиной S_j, ранее полученных i-м заёмщиком, r_{12} — это элемент нечёткого множества $\tilde{R}_{12}=\{(0{,}6/2);(0{,}5/3);(0{,}1/4)\}$, обозначающего нечеткую оценку по первому заёмщику, который получил ранее (и уже полностью погасил) ориентировочно между двумя и четырьмя кредитами величиной S_2 (с соответствующими значениями функций принадлежности, характеризующих уверенность в такой оценке), r_{33} —

элемент нечёткого множества $\widetilde{R}_{33} = \{(0{,}1/1); (0{,}2/2); (0{,}9/3); (0{,}4/4)\}$, а r_{35} — элемент нечёткого множества $\widetilde{R}_{35} = \{(0{,}3/3); (0{,}9/4); (0{,}7/5)\}$.

Имеет место шестая ИС I_6. Полный перебор всех возможных сочетаний значений элементов r_{12}, r_{33}, r_{35} достаточно велик. С учётом заданных нечётких множеств здесь необходимо решить $3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ КАИ. Приведём данную НАИ к КАИ. Для этого элементам матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{i\,j})$, истинные значения которых неизвестны, придадим числовые значения, приблизительно равные соответствующим средневзвешенным величинам: $\bar{r}_{12} = 2{,}8$, $\bar{r}_{33} = 3$, $\bar{r}_{35} = 4{,}2$.

В полученной полностью известной матрице седловой элемент отсутствует:

$$\alpha = \max_i \min_j r_{i\,j} = 0 < 1 = \min_j \max_i r_{i\,j} = \beta .$$

Упростить полученную полностью известную матрицу $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{i\,j})$ так, чтобы хотя бы у одного игрока остались только две его чистые стратегии, невозможно. Поэтому для решения КАИ, заданной полученной полностью известной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{i\,j})$, необходимо решить симметричную пару взаимно-двойственных задач линейного программирования. Решение КАИ, заданной полученной полностью известной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{i\,j})$, имеет следующий вид: $\mathbf{p}^* = \left(\frac{15}{71}; \frac{42}{71}; \frac{14}{71}\right)$, $\mathbf{q}^* = \left(\frac{42}{71}; \frac{15}{71}; \frac{14}{71}; 0; 0; 0\right)$, $V^*_{\mathbf{R}} = \frac{42}{71}$.

Согласно найденному решению исходной НАИ имеем $C = \frac{1}{42/71} = \frac{71}{42}$, $\mu_1^* = \frac{71}{42} \cdot p_1^* = \frac{5}{14}$, $\mu_2^* = \frac{71}{42} \cdot p_2^* = 1$, $\mu_3^* = \frac{71}{42} \cdot p_3^* = \frac{1}{3}$, откуда нечёткое множество наиболее надёжных заёмщиков имеет вид $\widetilde{I} = \left\{\left(\frac{5}{14}\Big/1\right); (1/2); \left(\frac{1}{3}\Big/3\right)\right\}$. Второго потенциального заёмщика следует признать наиболее надёжным. Третьего потенциального заёмщика следует признать наименее надёжным по сравнению с другими двумя (хотя уровень его надёжности почти совпадает с уровнем надёжности первого заёмщика). Поэтому при ограниченности финансовых средств банку следует отказать в кредите в первую очередь третьему потенциальному заёмщику.

Пусть известно, что диапазоны значений индивидуальных процентных ставок этих потенциальных заёмщиков представляют собой следующие отрезки: $[a_1; b_1] = [12; 14{,}1]$, $[a_2; b_2] = [13; 15]$, $[a_3; b_3] = [14; 15{,}5]$.

Применяя формулу (6), находим

$$c_1 = \mu_1^* \cdot a_1 + (1 - \mu_1^*) \cdot b_1 = \frac{5}{14} \cdot 12 + \left(1 - \frac{5}{14}\right) \cdot 14{,}1 = 13{,}35,$$

$$c_2 = \mu_2^* \cdot a_2 + (1 - \mu_2^*) \cdot b_2 = 1 \cdot 13 + (1 - 1) \cdot 15 = 13,$$

$$c_3 = \mu_3^* \cdot a_3 + (1 - \mu_3^*) \cdot b_3 = \frac{1}{3} \cdot 14 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 15{,}5 = 15.$$

Итак, согласно найденному решению НАИ, заданной частично известной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times6} = (r_{i\,j})$, нечёткое множество заёмщиков, обладающих наибольшей относительной репутацией, имеет вид $\tilde{I} = \left\{ \left(\frac{5}{14} \Big/ 1 \right); (1/2); \left(\frac{1}{3} \Big/ 3 \right) \right\}$. Второй заёмщик обладает наибольшим значением оценки относительной репутации по сравнению с остальными, а третий заёмщик обладает наименьшим значением оценки относительной репутации по сравнению с остальными. Поэтому при ограниченности финансовых средств банку следует отказать в кредите в первую очередь третьему потенциальному заёмщику. В случае положительного решения о выдаче кредитов данным потенциальным заёмщикам банку целесообразно назначить следующие индивидуальные значения процентных ставок: $c_1 = 13{,}35$ %, $c_2 = 13$ %, $c_3 = 15$ %.

Принятие инвестиционных решений

Экономическая эффективность деятельности инвестора определяется комплексом оценок. Система оценок экономической эффективности проектов основана на иерархической системе расчётов эффективности с позиций всех участников инвестиционного процесса. Эта система должна учитывать динамику финансовых потоков, возникающих в процессе реализации проекта, а также инфляцию, неопределённость, конфликтность, экономический риск.

Оценка экономической эффективности проектов в постсоветских странах требует учёта различных методических особенностей. Учёт этих особенностей современной экономики постсоветских стран, а также учёт последствий и, особенно, причин мирового кризиса, начавшегося в 2008 году, требуют привлечения новых методов и моделей, позволяющих из всех рассматриваемых проектов выбрать наиболее надёжные проекты, подлежащие реализации инвестором. Само множество наиболее надёжных проектов будем трактовать как нечёткое множество вида $\tilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_i/i);...;(\mu_k/k)\}$, где μ_i — степень принадлежности i-го проекта нечёткому множеству $\tilde{I}$, $i = \overline{1, k}$. Множество $\tilde{I}$ — это нечёткое подмножество универсального множества $I = \{1;...;i;...;k\}$ всех проектов, рассматриваемых инвестором в настоящий момент времени. В данном случае, универсальное множество I — это обычное (не нечёткое) конечное множество, а главная задача инвестора — это корректное оценивание значений надёжности проектов, т.е. значений степени принадлежности μ_i, $i = \overline{1, k}$, каждого проекта нечёткому множеству $\tilde{I}$.

Наиболее применяемыми количественными оценками экономической эффективности проектов в условиях стационарной экономики являются такие классические показатели, как чистый дисконтированный доход NPV, внутренняя норма доходности IRR, индекс доходности PI, срок (период) окупаемости без учёта дисконтирования PP и срок (период) окупаемости с учётом дисконтирования DPP. Разрешающая способность этих показателей, т. е. возможность их корректного применения для оценки экономической эффективности проектов и их упорядочивания, не одинакова. Кроме того, в процессе принятия инвестиционных решений невозможно своевременно получить все необходимые точные данные об условиях реализации проектов. В частности, наперёд неизвестны точные истинные значения таких факторов, как, например, предстоящие темпы инфляции, будущие цены и будущий спрос. Для учёта неопределённости, конфликтности и порождённого ими экономического риска в данном случае целесообразно воспользоваться сценарным подходом. Применяя разные показатели оценки экономической эффективности проектов, методы многокритериальной оптимизации, выдвигая разные сценарии реализации проектов, можно осуществить анализ возможных инвестиционных стратегий и найти оценки значений уровней надёжности проектов. При этом для разных сценариев проекты упорядочиваются по-разному.

В развёрнутой форме ситуацию принятия инвестиционных решений в условиях неопределённости, конфликтности и экономического риска можно охарактеризовать теоретико-игровой моделью $\langle I, J, \mu \rangle$, где $I = \{1;\ldots;i;\ldots;k\}$ — множество всех проектов, рассматриваемых инвестором в настоящий момент времени, $J = \{1;\ldots;j;\ldots;n\}$ — множество всех сценариев (состояний экономической среды), $\mu = \mu_{k \times n} = (\mu_{ij})$ — платёжная матрица игры, μ_{ij} — значение степени принадлежности i-го проекта нечёткому множеству $\tilde{I}$ в условиях j-го сценария, $i = \overline{1,k}$, $j = \overline{1,n}$. Вообще говоря, данная игра представляет собой статистическую игру. Однако для предлагаемой модели упорядочивания проектов по уровню их надёжности эту игру можно отождествить с соответствующей антагонистической игрой. Предлагаемая модель упорядочивания проектов, основанная на совместном применении теории игр и нечёткой математики, состоит из выполнения следующих этапов.

1. Формирование инвестором множества I всех рассматриваемых проектов.

2. Формирование инвестором множества J всех возможных сценариев.

3. Оценка экономической эффективности всех проектов в условиях каждого сценария на основе расчётных значений классических показателей.

4. Оценка значений μ_{ij} степени принадлежности i-го проекта нечёткому множеству $\tilde{I}$ наиболее надёжных проектов в условиях j-го сценария. На этом этапе оценка значений μ_{ij} основывается на оценках экономической эффективности проектов, вычисленных для условий данного сценария.

5. Определение имеющей место ИС относительно неопределённости поведения экономической среды.

6. Если ситуацию принятия инвестиционных решений характеризует НАИ, то определение имеющей место ИС относительно неопределённости значений элементов платёжной матрицы, точные истинные значения которых неизвестны.

7. Решение антагонистической игры, заданной матрицей $\mu = \mu_{k \times n} = (\mu_{ij})$.

8. Вычисление числа $C = \frac{1}{\max\limits_i p_i^*}$, где p_i^* — компонента оптимальной стратегии первого игрока, $i = \overline{1,k}$, и оценок значений степени принадлежности проектов нечёткому множеству $\tilde{I}$ по формуле

$$\mu_i^* = C \cdot p_i^*, \ i = \overline{1,k}. \quad (7)$$

Предлагаемая модель упорядочивания проектов по уровню их надёжности обладает рядом особенностей. Во-первых, если соответствующая антагонистическая игра не содержит седловую точку, т. е. значения чистых цен не совпадают $\alpha = \max\limits_i \alpha_i < \min\limits_j \beta_j = \beta$, где $\alpha_i = \min\limits_j \mu_{ij}$, $i = \overline{1,k}$, $\beta_j = \max\limits_i \mu_{ij}$, $j = \overline{1,n}$, то в формуле (7) в качестве значений чисел p_i^* следует использовать компоненты оптимальной смешанной стратегии первого игрока.

Во-вторых, если соответствующая антагонистическая игра содержит седловую точку, т. е. чистые цены игры совпадают $\alpha = \max\limits_i \alpha_i = \min\limits_j \beta_j = \beta$, то для определения значений чисел p_i^* следует использовать доминирование (в широком смысле) чистых стратегий первого игрока. Например, пусть у первого игрока нет чистой стратегии, строго доминирующей все остальные его чистые стратегии, а его чистая стратегия l является его максиминной стратегией, т. е. $\alpha_l = \alpha = \beta$. Тогда $p_l^* = 1$, при этом значения всех остальных компонент вектора $\mathbf{p}^* = \left(p_1^*;...;p_i^*;...;p_k^*\right)$ следует оценить на основе решения антагонистической игры, заданной матрицей $\mu' = \mu'_{(k-1)\times n}$, получаемой из матрицы μ вычёркиванием строки l.

В-третьих, для окончательного выбора наиболее надёжных проектов, подлежащих реализации, инвестору следует задать минимально допустимый уровень надёжности C^* (например, $C^* = 0{,}25$ или $C^* = 0{,}75$), при этом инвестору следует реализовывать i-й проект тогда и только тогда, когда для оценки его уровня надёжности справедливо соотношение $\mu_i^* \geq C^*$.

В-четвёртых, если для платёжной матрицы μ известны точные истинные значения всех её элементов μ_{ij}, то имеем КАИ, а если точные истинные значения известны не для всех её элементов μ_{ij}, то имеем НАИ.

В-пятых, предлагаемую модель упорядочивания проектов по уровню их надёжности целесообразно применять крупномасштабным инвестиционным компаниям, рассматривающим одновременно несколько крупных проектов.

В-шестых, предлагаемая модель упорядочивания проектов по уровню их надёжности обладает как рядом достоинств (например, возможностью сочетания индивидуального проектного анализа для каждого, отдельно взятого, проекта с портфельным подходом, позволяющим осуществить сравнительный анализ проектов по всей их совокупности), так и рядом недостатков (например, чрезмерной осторожностью). Данную модель упорядочивания (ранжирования) проектов, основанную на совместном применении теории игр и нечёткой математики, целесообразно применять в условиях, когда инвестор считает, что ему нецелесообразно рисковать.

Выводы

1. В случае теоретико-игрового моделирования экономики для учёта неопределённости, конфликтности и экономического риска целесообразно применять неоклассические антагонистические игры, представляющие собой матричные игры с неполной информацией.

2. Для поиска значений оценок уровней надёжности рассматриваемых объектов (проектов) целесообразно использовать модель упорядочивания (ранжирования), основанную на совместном применении теории антагонистических игр и нечёткой математики.

3. Принимая решение о кредитовании или инвестировании, для анализа и оценки рассматриваемых объектов (проектов) следует применять как индивидуальный подход, так и портфельный (по совокупности всех рассматриваемых объектов (проектов)). Индивидуальный анализ должен быть комплексным (по многим признакам) и основан на качественном и количественном анализах статистической информации.

4. Анализ и оценка не исключенных из рассмотрения объектов (проектов) целесообразно проводить портфельно, т. е. следует проводить сравнительный анализ всех объектов (проектов) по их совокупности.

5. Одним из признаков кредитоспособности потенциальных заёмщиков, изучение которых следует признать обязательным, является изучение их кредитных историй. Совместное применение теории антагонистических игр и нечёткой математики при принятии кредитных решений позволяет уменьшить как уровень риска невозврата выданных кредитов и значение вероятности возникновения других проблем по выданным кредитам, так и уровень экономического риска деятельности данного банка в целом.

6. Совместное применение теории антагонистических игр с нечёткой математикой при принятии кредитных и инвестиционных решений обладает как достоинствами (например, возможностью анализа надёжности по всей совокупности рассматриваемых объектов (проектов), численным упорядочиванием уровней их надёжности), так и недостатками (например, чрезмерной осторожностью).

Литература

1. *Neumann J. von.* Theory of Games and Economic Behavior / *J. Von Neumann, O. Morgenstern.* — Princeton: Princeton University Press, 1944. — 625 p.

2. *Aumann R. J.* Repeated Game with Incomplete Information / *R. J. Aumann, M. Maschler*. — Cambridge: MIT Press. 1995. — 360 p.

3. *Harsanyi J. C.* Games with Incomplete Information Played by «Bayesian» Players. Parts I-III / *J. C. Harsanyi* // Management Science. — 1967—1968. — No. 14. — P. 159—182, 320—334, 486—502.

4. *Wald A.* Statistical Decision Functions / *A. Wald* // Ann. Math. Statist. — 1949. — Vol. 20. — No. 2. — P. 165—205.

5. *Трухаев Р. И.* Модели принятия решений в условиях неопределенности / *Р. И. Трухаев*. — М.: Наука, 1981. — 258 с.

6. *Nash J. F.* The Bargaining Problem / *J. F. Nash* // Econometrica. — 1950. — 18. — P. 155—162.

7. *Zadeh L. A.* Fuzzy Sets / *L. A. Zadeh* // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — P. 338—353.

8. *Сигал А. В.* Антагонистическая игра, заданная в условиях частичной неопределенности / *А. В. Сигал, В. Ф. Блыщик* // Экономическая кибернетика: Международный научный журнал. — 2005. — № 5—6 (35—36). — С. 47—53.

9. *Линь Сэнь* Оптимизация уровня экономического риска на основе теоретико-игрового моделирования: диссертация кандидата экономических наук : 08.00.11 / *Линь Сэнь*. — Запорожье, 2010. — 186 с.

Стаття надійшла до редакції 03.10.2012