УДК 519-7

О КОРРЕКТИРОВКЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В СТОРОНУ ОПЕРЕЖЕНИЯ ПРИ СОЗДАНИИ ЕГО ОБРАТНОЙ МОДЕЛИ

Клименко А.К., канд. техн. наук, доцент
Бердянский государственный педагогический университет

При решении ряда задач управления и идентификации требуется применение обратной модели. Идеальная обратная модель реального динамического объекта физически неосуществима. Предложено осуществление дискретной обратной модели, отличающейся от идеальной только временным запаздыванием Рассматривается численный метод корректировки математического описания линейного динамического объекта в сторону опережения для обеспечения возможности осуществления его обратной модели.

At solving some problems of management and identification an application of the return model is required. The ideal return model of real dynamic object is physically impracticable. Realization of the discrete return model, differing from the ideal one only by a time delay is proposed. The numerical method of correction of the mathematical description of linear dynamic object aside outstripping for a possibility of realization of its return model is considered.

Ключевые слова: скорректированный динамический объект, обратная модель, конструктивный временной сдвиг.

1. Введение. В решении задач управления и контроля часто возникает проблема создания обратной модели (ОМ) динамического объекта (ДО). Примерами систем, нуждающихся в разработке обратной модели, могут служить инвариантные системы управления, системы регулирования по самоустанавливающейся программе, адаптивные системы и системы идентификации. Идеальная ОМ реального динамического объекта, как известно [1], физически неосуществима. На аналоговых средствах техники удавалось создавать лишь приближенные ОМ для ДО, описываемых уравнениями не выше второго порядка.

Применение средств дискретной вычислительной техники позволило найти технические решения ОМ для ДО, описываемых уравнениями произвольного порядка. В этих ОМ сохраняются свойства идеальных, но за это необходимо платить появлением временного запаздывания. Первым из таких решений явилось корректирующее устройство [2], представляющее собой дискретную ОМ. Теоретическое обоснование работоспособности и свойств этой ОМ изложены в работе [3]. В работе [4] рассматривается новое техническое решение, направленное на улучшение показателей качества создаваемой ОМ. При разработке указанных ОМ корректировалось математическое описание ДО в сторону опережения по времени с обеспечением физической осуществимости скорректированного ДО (СДО). Под осуществимостью дальше будем понимать следующее: сигнал на выходе СДО может появляться не раньше поступления входного. В опубликованных работах методика корректирования ДО в сторону опережения не рассматривалась.

Целью данной работы является обоснование корректировки математического описания ДО в сторону опережения на величину, превышающую дискретность времени, что требуется для улучшения показателей качества создаваемой ОМ.

2. Исходные данные и постановка задачи. Предполагается, что ДО, для которого требуется создать ОМ, линейный, стационарный, устойчив. В качестве исходного математического описания ДО выступает его переходная характеристика (ПХ), именуемая также и кривой переходного процесса. ПХ может быть получена как различными аналитическими способами, так и методами электронного моделирования или технического эксперимента.

В качестве примера ДО в данной работе будет рассматриваться типовая непрерывная следящая система. За математическое описанием ее принимается ПХ $h(t)$ в непрерывном времени. На рис.1 изображен типовой график такой ПХ.

В качестве параметров ПХ будем использовать те, которые приняты в литературе по автоматическому управлению (см., например, [5]). К ним относятся:

h_{ust} – установившееся значение переходного процесса,

τ_0 – чистое временное запаздывание ДО,

Δ – малая величина, принимаемая за допустимую ошибку,

T_1 – время переходного процесса $\left\{ \left| h(t) - h_{ust} \right\|_{t > T_1} < \Delta \right\}$.

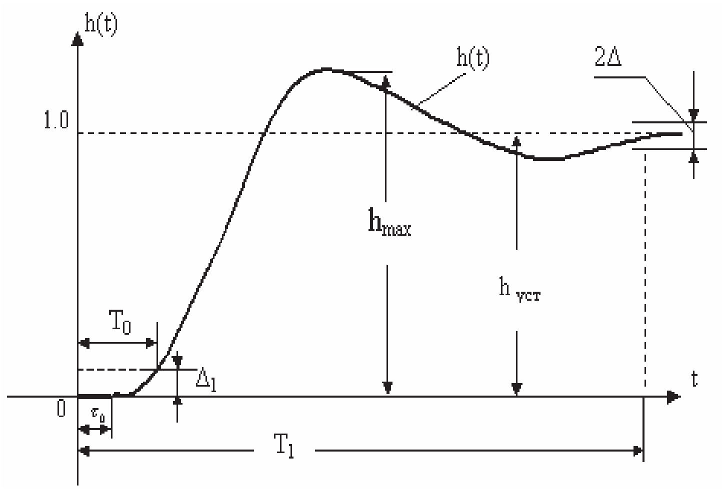

Рис. 1 – Кривая переходного процесса ДО

Для решения задачи конструирования ОМ введем также параметр T_0 – конструктивный временной сдвиг. Величина его превышает чистое временное запаздывание ДО ($T_0 > \tau_0$) и удовлетворяет требованиям:

$$\left| h(t) \right\|_{t=T_0} = \Delta_1 > 0 , \left| h(t) \right\|_{t<T_0} < \Delta_1 , \qquad (1)$$

где Δ_1 – конечная постоянная величина.

В качестве исходных данных при постановке задачи приведём и краткие сведения о техническом решении ОМ, описанном в [3]. ОМ является дискретным устройством, конструктивными параметрами которого выступают дискретность времени T и конструктивный временной сдвиг τ. Для осуществления ОМ составляется математическое описание СДО, который сдвинут относительно исходного ДО в сторону опережения и физически осуществим. СДО описывается импульсной переходной функцией (ИПФ) в дискретном времени. Числовой массив ИПФ может быть получен из кривой переходного процесса ДО $h(t)$:

$$k(n+\tau) = h(t)\Big|_{t=(n+\tau)T} - h(t)\Big|_{t=(n-1+\tau)T} , \qquad n = 0,1,2,\ldots, N , \qquad (2)$$

где t – непрерывное время,

T – дискретность (шаг квантования) времени,

n – дискретное время ($n = \bar{t} / T$, $\bar{t}$ – моменты непрерывного времени, кратные T),

N – время затухания переходного процесса ,

τ – конструктивный временной сдвиг в сторону опережения ($\tau = T_0 / T$).

Для обеспечения физической осуществимости СДО и работоспособности создаваемой ОМ ИПФ (2) должна удовлетворять требованиям:

$$k(n+\tau)\Big|_{n<0} = 0 , \qquad (3)$$

$$k(\tau) = k(n+\tau)\Big|_{n=0} \neq 0 , \qquad (4)$$

$$k(n+\tau)\Big|_{n>N} = 0 , \qquad (5)$$

$$\sum_{n=0}^{N} k(n+\tau) = h_{ust} . \qquad (6)$$

Эти требования совместимы с требованиями (1).

В ОМ [3] реализуется математическая зависимость:

$$c(n) = \left[x(n) - \sum_{m=1}^{N} c(n-m)k(m+\tau) \right] / k(\tau) \quad , \tag{7}$$

$$0 < \tau \le 1, \tag{8}$$

где $x(n), c(n)$) – соответственно входной и выходной сигналы ОМ.

ОМ, описываемая формулой (7), обладает недостатками в области осуществимости, устойчивости и достижимых показателей качества. Эти недостатки объясняются невозможностью осуществить временное опережение на величину более одного такта дискретного времени из-за несовместимости в этом случае условий (3) и (8).

Для устранения указанных недостатков в работе [4] рассматривается техническое решение ОМ с улучшенными показателями качества. При её осуществлении обеспечивается возможность подавления колебательности и сохранения устойчивости и тех в случаях, когда ДО описывается уравнением высокого порядка и/или имеет существенное чистое временное запаздывание.

Математическое описание указанной ОМ имеет вид:

$$c(n) = \left[Bx(n) - \sum_{m=1}^{N} c(n-m)k(m+\tau) \right] / k(\tau) , \tag{9}$$

где τ – конструктивный временной сдвиг, не ограничиваемый выражением (8), но обеспечивающий выполнение условия (3);

B – статический коэффициент, обеспечивающий правильность формулы (9) в случае, когда τ >1.

Вывод этой формулы в работе [4] не приведен и отсутствует аналитическое выражение для коэффициента B . Для доказательства справедливости формулы (9) и нахождения аналитического выражения для коэффициента B нужно создать СДО, в ИПФ которого выполняются условия (3) и (6) при τ >1.

Первой из задач в данной работе является формирование ИПФ СДО, который по своим свойствам, за исключением упреждающего временного сдвига на $\tau > 1$, максимально близок к исходному ДО и обеспечивает возможность конструирования ОМ.

Второй задачей данной работы является нахождение математического описания ОМ, у которой обеспечивается работоспособность при произвольном увеличении конструктивного временного сдвига τ .

ИПФ СДО обозначим символом $\widetilde{k}(n)$. Требования к ИПФ:

$$\widetilde{k}(n)\Big|_{n<0} = 0 , \tag{10}$$

$$\widetilde{k}(0) = \widetilde{k}(n)\Big|_{n=0} \ne 0 , \tag{11}$$

$$\widetilde{k}(n)\Big|_{n>N} = 0 , \tag{12}$$

$$\sum_{n=0}^{N} \widetilde{k}(n) = h_{ust} . \tag{13}$$

Численные значения $\widetilde{k}(n)$ нужно определить через ИПФ исходного ДО (2) при уже выбранных значениях параметров T и τ .

***3.* Решение задачи.** Исходный ДО описывается ПХ $h(t)$, которая имеет начальный временной сдвиг T_0, время переходного процесса T_1 и обладает свойствами:

$$h(t)\Big|_{t\le 0} = 0 \ , \ h(t)\Big|_{t=T_0} \ne 0 \ , h(t)\Big|_{t \phi T_1} = h_{ust} . \tag{14}$$

При переходе на дискретное время с дискретностью T эти свойства получают вид:

$$h(n)\Big|_{n\le 0} = 0 \ , \ h(n)\Big|_{n=\tau} \ne 0 \ , \ h(n)\Big|_{n>N} = h_{ust} \ ,$$

где $\tau = T_0 / T$, $N = T_1 / T$.

Рассмотрим задачу аналитического определения численных значений ИПФ СДО через параметры исходного ДО, которые соответствуют требованиям (3)—(6).

Решение задачи иллюстрируется приведенными на рис.2 графиками ИПФ ДО в исходном, промежуточном и скорректированном состояниях. ИПФ являются функциями дискретного времени, а кривые изображают огибающие их значений. Символами обозначены: $k(n)$ — ИПФ исходного ДО (пунктир), $\widetilde{k}(n)$ — ИПФ СДО (жирная линия), $k(n+\tau)$ — ИПФ промежуточного (физически неосуществимого) ДО.

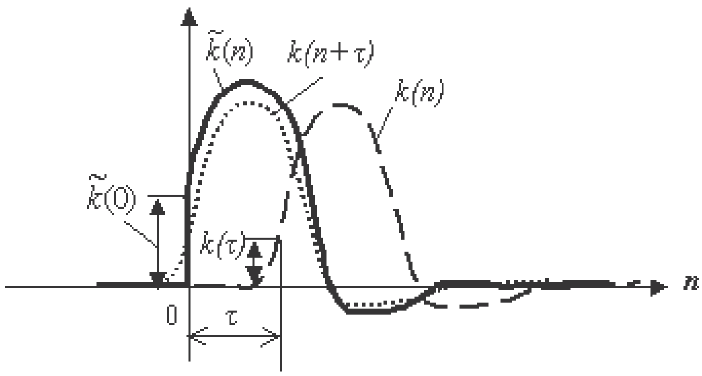

Рис. 2 – Графики ИПФ в исходном, промежуточном и скорректированном состояниях

Последовательность действий при решении задачи.

Формируем массив ИПФ исходного ДО, согласно (2) с уже выбранной дискретностью времени T и равным нулю значением временного сдвига τ: $k(n) = k(n+\tau)\big|_{\tau=0}$. Огибающая дискретных значений ИПФ $k(n)$ изображена на графике пунктиром.

Выбираем конструктивный временной сдвиг τ, удовлетворяющий условию (4), и формируем массив ИПФ промежуточного ДО $k(n+\tau)$, сдвинутого на эту величину опережения. Кривая этого массива изображена точками. ДО с ИПФ $k(n+\tau)$ физически неосуществим по той причине, что начальная часть кривой оказывается в левой полуплоскости, соответствующей отрицательному времени.

Отсекаем часть ИПФ $k(n+\tau)$ в левой полуплоскости и корректируем ее оставшиеся числовые значения в правой полуплоскости для сохранения установившегося значения ПХ h_{ust}. Полученный после правки числовой массив и составит ИПФ СДО. Этот массив мы ищем и уже обозначили символом $\widetilde{k}(n)$. Он должен удовлетворять требованиям (10)—(13). На рис.2 кривая этого массива изображена жирной линией.

А теперь перейдем к определению значений ИПФ СДО, если известны значения ИПФ ДО при заданных конструктивных параметрах T и τ.

Полагаем, что выбранный нами параметр τ удовлетворяет условию (4) и, в общем случае, существенно превосходит дискретность времени T. Он может быть записан в виде:

$$\tau = j + \Delta\tau, \tag{15}$$

где j – целое положительное число ($j \geq 1$), а $\Delta\tau$ – дробная часть ($0 \leq \Delta\tau < 1$).

Если выполняются условия (3)—(6) и не выполняется условие (8), то для установившегося значения ПХ промежуточного ДО справедливы соотношения:

$$\sum_{m=-j}^{N} k(m+\tau) = \sum_{m=-j}^{-1} k(m+\tau) + \sum_{m=0}^{N} k(m+\tau) = h_{ust}, \tag{16}$$

где

$$\sum_{m=-j}^{-1} k(m+\tau) \neq 0, \quad \sum_{m=0}^{N} k(m+\tau) \neq h_{ust}. \tag{17}$$

Сумма $\sum_{m=-j}^{-1} k(m+\tau)$ в выражении (16) равна последнему значению ПХ промежуточного ДО в отрицательной области времени. Обозначим её символом:

$$h_{-1} = \sum_{m=-j}^{-1} k(m+\tau) = h(t)\Big|_{t=T_0-T} . \tag{18}$$

Для компактности дальнейших выкладок введём также параметр с обозначением

$$D=(h_{ust}-h_{-1})/h_{ust}. \tag{19}$$

Используя зависимости (18) и (19), преобразуем выражение (16) к виду:

$$\sum_{m=0}^{N} \frac{k(m+\tau)}{D} = h_{ust} \tag{20}$$

Заменив в (20) переменную суммирования m на символ дискретного времени n, мы получаем искомую ИПФ СДО :

$$\widetilde{k}(n) = \frac{k(n+\tau)}{D}, \quad n = 0,1,2,...,N . \tag{21}$$

Из (21) очевидно, что в ИПФ СДО выполняются все требования (10)—(13). Кроме того, СДО близок к исходному ДО. Численные значения ИПФ СДО повторяют численные значения ИПФ ДО с упреждающим временным сдвигом τ, а символ D представляет собой лишь постоянный поправочный коэффициент для выполнения требования (13).

Таким образом, мы получили СДО, для которого можно конструировать ОМ.

Числовой массив ИПФ СДО (21) может быть преобразован, с учетом соотношения (19), к виду:

$$\widetilde{k}(n) = \frac{h_{ust}}{h_{ust} - h_{-1}} k(n+\tau) , \; n = 0,1,2,...,N . \tag{22}$$

Используя зависимость (22), получим окончательное математическое описание создаваемой ОМ в функции параметров исходного ДО:

$$c(n) = \left\{ \frac{h_{ust} - h_{-1}}{h_{ust}} x(n) - \sum_{m=1}^{N} c(n-m)k(m+\tau) \right\} / \, k(\tau) . \tag{23}$$

Формула (23) аналогична уже известной формуле (7) , но отличается от последней тем, что неизвестный ранее коэффициент B становится известным и определяется следующим выражением:

$$B = D = \frac{h_{ust} - h_{-1}}{h_{ust}} .$$

Формула (23) является обобщающей и может быть использована при создании ОМ для широкого круга ДО, в том числе для обладающих чистым временным запаздыванием или описываемых уравнением сколь угодно высокого порядка. Используемый в формуле конструктивный временной сдвиг τ теперь может изменяться в широких пределах. Если же $\tau \le 1$, то параметр h_{-1} обращается в нуль и формула (23) упрощается до уже известной формулы (7).

4. Экспериментальная часть. Для проверки полученных результатов была разработана инструментальная схема, состоящая из последовательно соединенных ОМ и ДО. ОМ была реализована с использованием формулы (23).

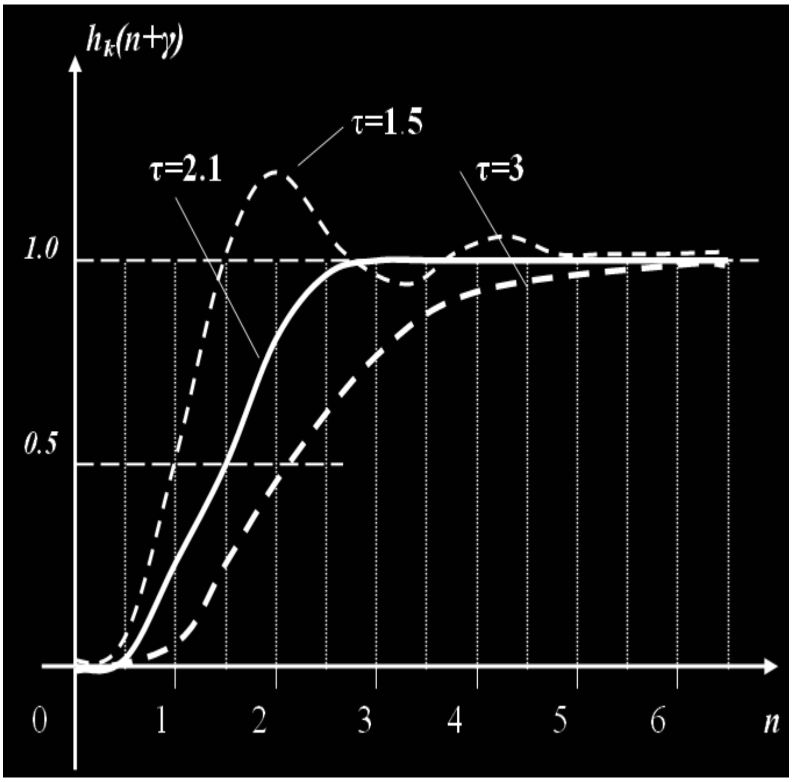

Рис. 3 – Временные характеристики комплекса «ОМ-ДО» при различных значениях τ

Эксперимент заключался в построении ПХ комплекса «ОМ-ДО» $h_k(n+\gamma)$ при различных значениях конструктивного временного сдвига τ с оценкой получаемых показателей качества ОМ. Если бы ОМ была идеальной, то получаемая ПХ представляла бы собой единичную ступенчатую функцию. Это невозможно, но можно найти такое значение $\tau > 1$ (на рисунке $\tau = 2.1$), при котором ПХ максимально приближается к оптимальной (имеет минимальное время переходного процесса и не имеет перерегулирования).

4. Заключение. Предложена численная методика корректировки математического описания динамического объекта в сторону опережения с обеспечением возможности конструирования для него ОМ с получением желаемых показателей качества. При конструировании самой ОМ можно отказаться от промежуточного конструирования СДО и использовать вместо этого уже полученную обобщающую формулу (23).

Литература

1. Зайцев В.Г., Костюк В.И., Чинаев П.И. Основы автоматического управления и регулирования. – Киев: «Техніка», 1975. – С. 235-239.
2. Клименко А.К., Клименко В.Г. Корректирующее устройство. — Авт. свид. СССР 1406563, Бюлл. изобр., 24. – 1988.
3. Клименко А.К. Обратная модель для решения задач управления и контроля качества / Методы менеджмента качества // Надежность и контроль качества. – 1999. – №8. – С. 32-39.
4. Клименко А.К. Обратная модель с улучшенными показателями качества // Надёжность и качество 2003: Труды международного симпозиума / Под ред. Н.К.Юркова.– Пенза: Информационно-издательский центр Пенз. гос. ун-та, 2003. – С.237-239.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. Изд. третье, исправленное. – М.: Наука, 1975. – С. 267-269, 426.