Выводы

1. Основное содержание этой работы составляет обоснование и использование новой методики расширенных термодинамических расчетов промышленного энергоиспользования в форме энергетических и эксергетических балансов производственных процессов, основанных на совместном применении первого и второго законов термодинамики.

2. По материалам технологического регламента сахаро-рафинадного завода количественно оценены потери эксергии различных первичных и вторичных энергоресурсов (свежего и сокового паров, электроэнергии, продуктов производства), обусловленные необратимостью рабочих процессов. Полученные данные позволяют также судить о причинах этих потерь и дают основания для выбора мер по снижению потерь эксергии, что непосредственно связано с экономией первичных энергоресурсов предприятия.

3. В условиях сахаро-рафинадного завода основные потери эксергии (в киловаттах и процентах от эксергии пара ТЭЦ, как первичного энергоресурса) составляют:

— в процессах варки утфелей – 3788 кВт (25 %);
— в оборудовании машзала – 1980 кВт (12 %);
— в барометрическом конденсаторе – 1510 кВт (10 %);
— с неиспользованной барометрической водой – 1405 кВт (9 %).

Этими данными предопределяются основные направления рационализации теплосилового хозяйства завода.

Литература

1. Оптимизация систем энерготехнологии: Учебн. пособие / В.Р. Никульшин, Л.П.Андреев. – К.: НМК ВО, 1993. – 120 с.
2. Андреев Л.П. Обобщенное уравнение связи КПД энергоиспользующей системы и КПД ее элементов // Изв.вузов. Энергетика. – 1982. – № 3. – С. 77-82.
3. Бояринов А.И., Кафаров В.В. Методы оптимизации в пищевой технологии. – М.: Химия, 1989. – 576 с.

УДК 519.873:519.718

АНАЛИЗ СТРАТЕГИИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ (РЕМОНТОВ) ОБЪЕКТОВ ПИЩЕВОГО ПРОИЗВОДСТВА ПРИ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗАХ

Мельник С.И., старший преподаватель
Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса

Проведен анализ восстановления простых систем и оптимальное динамическое планирование профилактических замен, а также оценена эффективность стратегий восстановления.

The analysis of the restoration of simple systems and the optimum dynamic programming of preventive replacements is carried out, and the effectiveness of strategies of the restoration is also evaluated.

Ключевые слова: стратегия восстановления, динамическое планирование, внезапный отказ.

Актуальность проблемы. Задача состоит в исследовании объектов пищевого производства с оборудованием, имеющим ресурс более 20 лет. Данное оборудование обладает свойством периодического (сезонного) применения, позволяющее производить профилактические работы по восстановлению в полном объеме при наличии всех необходимых ресурсов. В то же время оборудование имеет низкое пороговое значение критериев надежности и вероятность отказов при эксплуатации становится выше.

Восстановление при внезапных отказах

Список обозначений

C_k – эксплуатационные затраты

L_k – длина k-го цикла

ξ_τ, η_τ – времена соответственно между двумя последовательными аварийными восстановлениями и между двумя восстановлениями произвольного типа при стратегии 1

R_0, R_1, R_2 – интенсивности эксплуатационных затрат при стратегиях 0, 1 и 2

$H_1(t)$, $H_2(t)$ – среднее число всех восстановлений за время $(0, t)$ при стратегиях 1 и 2

X_k − момент k-го минимального восстановления

$f_k(t)$ − плотность распределения X_k

$Y_k - X_k – X_{k-1}$, $k \geq 1$, $X_0 = 0$

$\{\xi_t, t \geq 0\}$ − нестационарный точечный процесс с параметром $\Lambda(t)$

$P_k(t) \quad P(\xi_t = k)$

$r(\tau)$ − математическое ожидание остаточной наработки для системы, которая проработала время τ

$p\ (t)$, $p(t)$ − вероятности наступления отказа 1-го и 2-го типа

Y − время до наступления отказа 2-го типа

Y_h − продолжительность аварийного восстановления элементов в дублированной системе

$G(t) \quad P(Y \leq t)$, $P(Y_h \leq t)$

Z_x − число отказов 1-го типа, наступивших за время $(0, \min(Y, x))$

Y_p − продолжительность профилактического восстановления элемента в дублированной системе

$D(t)$, $B(t) \quad P(\tau \leq t)$, $P(Y_p \leq t)$

$W_{ij}(t)$ − переходные вероятности

$M(\tau)$ − средняя наработка дублированной системы.

Исследуются восстановления простых систем (элементов). Простейшая по своей структуре стратегия восстановления таких систем известна в литературе как стратегия аварийных замен.

В работе основное внимание сосредоточено на оптимальном динамическом планировании профилактических замен. В качестве критериев оптимальности служат прежде всего средние затраты на восстановление в единицу времени (интенсивность затрат на восстановление) и коэффициент готовности. Сравнение этих критериев с соответствующими критериями для стратегии аварийных замен позволяет оценить эффективность стратегий восстановления.

В затраты на восстановление могут в данном случае входить также затраты, связанные с ущербом в результате отказов, причем описание дается в рамках той же модели. Чтобы учесть это обстоятельство, рассматривают не затраты на восстановление, а эксплуатационные затраты (интенсивности затрат) как критерии оптимальности.

Рассматривая простые системы, мы делаем некоторые принципиальные предположения, которые, вообще говоря, в дальнейшем не будем прямо оговаривать:

Система находится всегда в одном из двух состояний: работоспособности или отказа. Переход из состояния работоспособности в состояние отказа наступает в результате внезапного отказа.

Распределение наработки системы принадлежит классу ВФИ. Соответствующая плотность распределения существует и является непрерывной.

Процесс функционирования системы продолжается неограниченно долго (достаточно долго).

Если прямо не оговорено противоположное, то считается, что все мероприятия по восстановлению осуществляются за пренебрежимо малое время, после чего система мгновенно начинает работу.

Общим для всех стратегий восстановления, рассматриваемых в этой главе и частично в следующих, является то, что спустя определенные случайные или детерминированные интервалы времени производится полное обновление системы. Тем самым время функционирования системы разбивается на циклы, т.е. на интервалы, стохастически эквивалентные относительно длины и затрат. Точнее говоря, смысл определения цикла состоит в следующем. Если C_i – эксплуатационные затраты в i-м цикле, имеющем длину L_i, то (C_i, L_i), $i = 1, 2, \ldots$ – независимые одинаково распределенные случайные векторы (через C, L) обозначаем случайную пару с этим же распределением. Таким образом, последовательность $\{(C_i, L_i), i = 1, 2, \ldots\}$ образует процесс восстановления с доходами. Точное определение интенсивности эксплуатационных затрат дается формулой

$$R = \lim_{t \to \infty} E\left(c(t)\right)\Big/t\ .$$

При условии $\lim\limits_{t \to \infty} \dfrac{E\left(C(t)\right)}{t} = \dfrac{E(C)}{\mu}$ для $E(C) < \infty$ и $E(L) < \infty$

$$R = E(C)/E(L)\ . \tag{1}$$

Здесь интенсивность эксплуатационных затрат будем находить с помощью последнего отношения, не делая специальных оговорок.

1. Строго периодическое восстановление

Эта стратегия известна под названием «восстановление в зависимости от возраста».

Стратегия 1. Система восстанавливается после отказа. Если она проработала без отказов заданный интервал времени τ, то проводится профилактическая замена. Восстановления, которые производятся после отказов, называются аварийными. Как профилактические, так и аварийные восстановления являются полными.

Пусть ξ_τ и η_τ – случайные времена, соответственно между двумя последовательными аварийными восстановлениями и двумя последовательными восстановлениями произвольного типа. Тогда

$$P(\xi_\tau < t) = 1 - \left(\bar{F}(\tau)\right)^n \bar{F}(t - n\tau), \quad n\tau \le t < (n+1)\tau, n = 0,1,... \tag{2}$$

$$P(\eta_\tau < t) = \begin{cases} F(t), 0 < t \le \tau \\ \tau < t \end{cases} \tag{3}$$

Если обозначить $M_h(\tau) = E(\xi_\tau)$ и $M(\tau) = E(\eta_\tau)$, то

$$M_h(\tau) = \int_0^\infty P(\xi_\tau \ge 1)dt = \sum_{n=0}^\infty \left(\bar{F}(\tau)\right)^n \int_{n_\tau}^{(n+1)\tau} \bar{F}(t - n\tau)dt$$

откуда следует

$$M_h(\tau) = \frac{1}{F(\tau)} \int_0^\tau \bar{F}(\tau)dt, \ M(\tau) = \int_0^\tau \bar{F}(\tau)dt \tag{4}$$

Моменты, в которые производятся аварийные восстановления, профилактические восстановления или восстановления произвольного типа, задают согласно определению процессы восстановления.

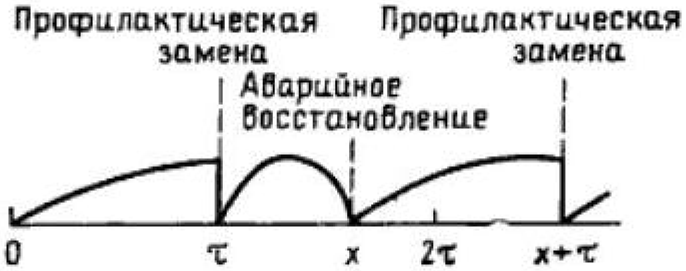

Рис. 1 – Строго периодическое восстановление

Если обозначим через $M_p(\tau)$ математическое ожидание времени между двумя профилактиками, то $I_h(\tau) = 1/M_h(\tau)$, $I_p(\tau) = 1/M_p(\tau)$ и $I(\tau) = 1/M(\tau)$ будут означать среднее число соответственно аварийных восстановлений, профилактик и восстановлений произвольного типа в единицу времени и справедливо соотношение

$$I(\tau) = I_h(\tau) + I_p(\tau).$$

Из (4) следует

$$M_p(\tau) = \frac{1}{\bar{F}(\tau)} \int_0^\tau \bar{F}(t)dt \tag{5}$$

Лемма 1. Пусть функция $F(t)$ непрерывна и принадлежит классу ВФИ.

Тогда при возрастании τ, $\tau > 0$

а) среднее число аварийных восстановлений $I_h(\tau)$ монотонно возрастает,

б) среднее число профилактик $I_p(\tau)$ монотонно убывает.

Доказательство. Докажем 1,а. Доказательство 1,б производится аналогично. Пусть $0 \le x \le y < \infty$. Согласно определению класса распределений ВФИ

$$\frac{F_x(t)}{\int_0^t \bar{F}_x(u)du} \le \frac{F_y(t)}{\int_0^t \bar{F}_y(u)du}$$

или

$$\frac{F(t+x) - F(x)}{\int_0^{t+x} \bar{F}(u)du - \int_0^x \bar{F}(u)du} \le \frac{F(t+y) - F(y)}{\int_0^{t+y} \bar{F}(u)du - \int_0^y \bar{F}(u)du}. \tag{I}$$

Для $x = 0$ и $y = t$ отсюда получаем $I_h(t) \le I_h(2t)$. Если предположить также, что $I_h((n-1)t) \le I_h(nt)$,то

$$I_h\left((n-1)t\right) \le \frac{F(nt)-F\left((n-1)t\right)}{\int\limits_0^{nt}\overline{F}(u)du-\int\limits_0^{(n-1)t}\overline{F}(u)du} \tag{II}$$

Из неравенства (I) при $x = (n-1)\ t$ и $y = nt$ следует

$$F(nt)\int\limits_0^{(n+1)t}\overline{F}(u)du - F\left((n+1)t\right)\int\limits_0^{nt}\overline{F}(u)du \le F\left((n-1)t\right)\left[\int\limits_0^{(n+1)t}\overline{F}(u)du-\int\limits_0^{nt}\overline{F}(u)du\right]-$$

$$-\int\limits_0^{(n-1)t}\overline{F}(u)du-\left[F\left((n+1)t\right)-F(nt)\right]$$

$$R=\lim_{t\to\infty}E\left(C(t)\right)/t\,.$$

Но правая часть этого неравенства не положительна вследствие условия (II).

Отсюда по индукции выводится $I_h(n_t) \le I_h\ ((n+1)_t)$.

Итак, имеет место неравенство

$I_h(k_t) \le I_h((k+1)_t)$, $k = 1, 2, \ldots$.

Поскольку значение t можно выбрать положительным и произвольно малым, утверждение леммы 1 следует из непрерывности функции $F(t)$.

Для доказательства мы не использовали плотность распределения наработки, существование которой обусловлено предположением 2).

2. Интенсивность эксплуатационных затрат

Пусть c_h и c_p – средние затраты на аварийное и профилактическое восстановление соответственно, $0 < c_p < c_h < \infty$.

Если интервал восстановления равен τ, то интенсивность эксплуатационных затрат

$$R(\tau)=c_hI_h(\tau)+c_pI_p(\tau) \tag{6}$$

или

$$R(\tau)=\frac{c_hF(\tau)+c_p\overline{F}(\tau)}{\int\limits_0^{\tau}\overline{F}(t)\,dt} \tag{7}$$

К представлению (7) можно прийти также разложением времени функционирования на циклы и применением формулы (1).

При этом в качестве циклов следует выбирать интервалы между последовательными восстановлениями произвольного типа. Тогда длина цикла имеет распределение (3), а случайные затраты за цикл задаются формулой

$$C=\begin{cases}c_h & c\ \text{âåðîÿòíîñòüþ}\ P(X\le\tau)=F(\tau)\\ c_p & c\ \text{âåðîÿòíîñòüþ}\ P(X>\tau)=\overline{F}(\tau)\end{cases}$$

Лемма 1 в совокупности с выражением (6) наглядно показывают, что при увеличивающемся интервале восстановления τ затраты, вызванные аварийными отказами, увеличиваются, а расходы на профилактику убывают.

Задача состоит в том, чтобы выбором надлежащего интервала восстановления оптимально учитывать эти две противоположные в отношении общих затрат тенденции. Таким образом, отыскивается интервал восстановления τ*, обладающий свойством

$$R(\tau^*)=\min_{\tau\in(0,\infty)}\left(R(\tau)\right).$$

При этом τ* является решением уравнения $dR(\tau)\ /\ d\tau = 0$, или

$$\lambda(\tau)\int\limits_0^{\tau}\overline{F}(t)\,dt-F(\tau)=c/(1-c)\,, \tag{8}$$

где $c = c_p/c_h$.

Вследствие приводимой ниже леммы 2 всегда существует однозначно определенное конечное решение, если только

$$\lambda(\infty) = \lim_{t\to\infty} \lambda(t) > 1/(1-c). \tag{9}$$

Это неравенство выполняется, если $\lambda(t)$ неограниченно растет.

При использовании оптимального интервала восстановления τ^* соответствующая интенсивность эксплуатационных затрат

$$R(\tau^*) = (c_h - c_p)\lambda(\tau^*). \tag{10}$$

Лемма 2. Функция $\lambda(t)\int\limits_0^t \overline{F}(x)dx - F(t)$ является строго монотонно возрастающей по t для $t \geq 0$.

Доказательство. Поскольку, по предположению, $\lambda(t)$ монотонно возрастает, для $0 \leq t_1 < t_2$ выполняется неравенство

$$\lambda(t_1)\overline{F}(x) - f(x) \leq \lambda(t_2)\overline{F}(x) - f(x).$$

Левая часть этого неравенства является неотрицательной для $0 \leq x \leq t_1$.

Отсюда следует

$$\lambda(t_1)\int\limits_0^{t_1}\overline{F}(x)dx - F(t_1) = \int\limits_0^{t_1}\left[\lambda(t_1)\overline{F}(x) - f(x)\right]dx \leq \int\limits_0^{t_1}\left[\lambda(t_2)\overline{F}(x) - f(x)\right]dx <$$

$$< \int\limits_0^{t_2}\left[\lambda(t_2)\overline{F}(x) - f(x)\right]dx = \lambda(t_2)\int\limits_0^{t_2}\overline{F}(x)dx - F(t_2)$$

Пример 1. Пусть наработка X равномерно распределена на отрезке $[0,T]$:

$$F(t) = \begin{cases} t/T, 0 \leq t \leq T \\ 1, t > T \end{cases}$$

Тогда для τ такого, что $0 < t < T$, интенсивность эксплуатационных затрат

$$R(\tau) = 2\frac{c_pT + (c_h - c_p)\tau}{(2T-\tau)\tau}$$

в то время как решение уравнения (8) имеет вид

$$\tau^* = \frac{T}{1-c}\left[\sqrt{c(2-c)} - c\right]. \tag{11}$$

Задаваемая этим уравнением зависимость между оптимальным интервалом восстановления τ^* (отнесенным к T) и коэффициентом затрат $c = c_p / c_h$ изображена на рис. 2.

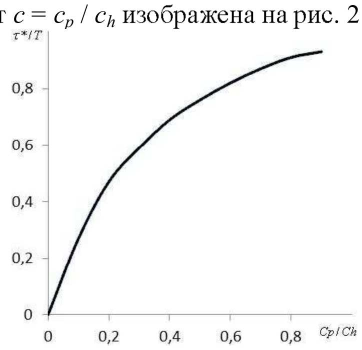

Рис. 2 – Оптимальные интервалы восстановления при строго периодическом восстановлении

3. Восстановление блоками

Если применяется строго периодическая стратегия восстановления, то моменты, в которые осуществляются профилактические мероприятия, не известны, поскольку очередное профилактическое восстановление осуществляется через время τ лишь с вероятностью $\overline{F}(\tau)$.

Это обстоятельство затрудняет организацию процесса технического обслуживания, поэтому обсуждается стратегия восстановления блоками, при которой моменты осуществления профилактик установлены заранее. Эти стратегии особенно пригодны, когда профилактики требуют основательной подготовки или сопряжены со значительными затратами, как, например, при комплексном ремонте большого технического объекта или сложного электронного оборудования.

Стратегия 2. В случае отказа система подвергается аварийному восстановлению. Независимо от возраста системы, в фиксированные моменты времени τ, 2τ, ... планомерно проводятся профилактики (рис. 3).

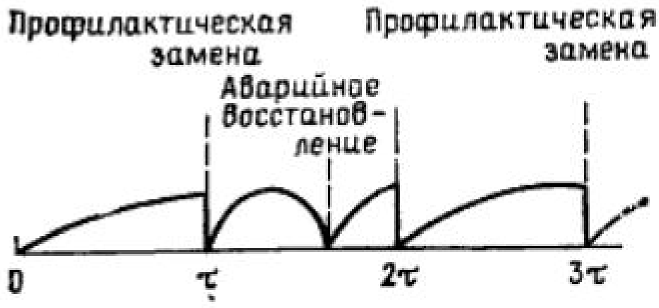

Рис. 3 − Восстановление блоками

Пусть аварийные и профилактические (планомерные) восстановления снова проводятся полностью и требуют затрат соответственно b_h и b_p, $0 < b_p < b_h$.

Процесс функционирования системы разбивается на стохастически эквивалентные циклы $[n\tau, (n+1)\tau]$, $n = 0, 1, ...$.

Средние эксплуатационные затраты на цикл составляют $E(C) = b_p + b_h H(\tau)$, где $H(\tau)$ означает математическое ожидание числа аварийных восстановлений (отказов), происшедших на интервале $(0, \tau)$. Функция восстановления $H(\tau)$ соответствует $F(t)$.

Отсюда интенсивность эксплуатационных затрат

$$R(\tau) = \frac{b_p + b_h H(\tau)}{\tau}. \tag{12}$$

Оптимальный интервал восстановления $\tau = \tau^*$ удовлетворяет уравнению

$$\tau h(\tau) - H(\tau) = b \tag{13}$$

где $b = b_p / b_h$, $h(t) = H'(t)$ есть плотность восстановления.

Если интервал τ^* существует, то минимальная интенсивность эксплуатационных затрат

$$R(\tau^*) = h(\tau^*). \tag{14}$$

Пример 2. Пусть снова $F(t) = \left(1 - e^{-\alpha t}\right)^2$, $t \geq 0$. Преобразование Лапласа соответствующей плотности $f(t) = 2\alpha e^{-\alpha t}\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$ имеет вид

$$\hat{f}(s) = \frac{2\alpha^2}{(s+\alpha)(s+2\alpha)}.$$

Получаем преобразование Лапласа соответствующей плотности восстановления:

$$\hat{h}(s) = \frac{2\alpha^2}{s(s+3\alpha)}.$$

Обратное преобразование дает

$$h(t) = \frac{2}{3}\alpha\left(1 - e^{-3\alpha t}\right). \tag{15}$$

Интегрированием выражения (15) получаем функцию восстановления

$$H(t) = \frac{2}{3}\alpha\left[t + \frac{1}{3\alpha}\left(e^{-3\alpha t} - 1\right)\right]. \tag{16}$$

Подстановка выражений (15) и (16) в (13) приводит к уравнению для оптимального интервала восстановления τ^*:

$$(1 + 3\alpha\tau)e^{-3\alpha\tau} = 1 - 9b/2. \tag{17}$$

Однозначное решение существует, если $b < 2/9$.

Для диапазона $b \geq 2/9$ более выгодной с точки зрения затрат является стратегия аварийных замен. На рис. 4 показано поведение величины $\alpha\tau^*$ в зависимости от $b \in (0, 2/9)$.

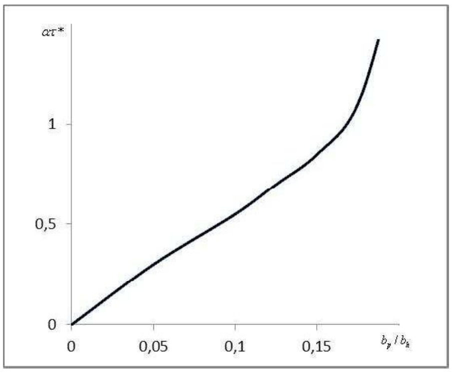

Рис. 4 – Оптимальные интервалы восстановления при восстановлении блоками

4. Сравнение строго периодического восстановления и восстановления блоками

Сравним эффективность стратегий 1 и 2 относительно интенсивности эксплуатационных затрат. Пусть при этом, как и раньше, $c = c_p/c_h$ для строго периодического восстановления и $b = b_p/b_h$ для восстановлений блоками. Без ограничения общности полагаем $c_h = b_h = 1$. Сравнение основывается на критериях (7) и (12), которые в дальнейшем для различимости большей точности обозначим через $R_1(\tau,c)$ и $R_2(\tau,b)$:

$$R_1(\tau,c) = \left(F(\tau) + c\overline{F}(\tau)\right) \Big/ \int_0^\tau \overline{F}(t)\,dt\,,\ R_2(\tau,b) = \left(H(\tau) + b\right)\big/\tau\,.$$

Пусть соответствующие оптимальные интервалы восстановления $\tau_1^* = \tau_1^*(c)$ и $\tau_2^* = \tau_2^*(b)$. Можно легко показать, что при $b \geq c$ оптимальная строго периодическая стратегия восстановления всегда выгоднее, чем оптимальное восстановление блоками. Однако на практике обычно $b < c$, поскольку профилактики при использовании восстановления блоками носят детерминированный, плановый характер. В таких случаях нельзя сразу ответить на вопрос, какую из двух стратегий, 1 или 2, следует применять. Наша цель – указать в единичном квадрате (b, c), $0 \leq b \leq 1$, $0 \leq c \leq 1$ области, в которых оптимальна та или иная стратегия. При этом оказывается, что в этом квадрате может также существовать область, в которой всегда выгоднее применять стратегию аварийных замен, чем каждую из стратегий, 1 и 2. Поскольку $d_h = 1$, то интенсивность эксплуатационных затрат R_0 для стратегии аварийных замен (последнюю будем называть также стратегией 0)

$$R_0 = 1/\mu\,. \tag{18}$$

Положим

$$R_1^*(c) = \inf_\tau R_1(\tau,c)\ \ R_2^*(b) = \inf_\tau R_2(\tau,b)$$

$$c_0 = \sup\left\{c : R_1^*(c) < R_0\right\},\quad b_0 = \sup\left\{b : R_2^*(b) < R_0\right\}.$$

Тогда $R_1^*(c) = R_0$ и $R_2^*(b) = R_0$ соответственно для $c \geq c_0$ и $b \geq b_0$. Из выражения (8) (соответственно из (7)) следует: если интервал восстановления $\tau_1^*(c)$ $\left(\tau_2^*(b)\right)$ конечен, то все $\tau_1^*(c')$ $\left(\tau_2^*(b')\right)$ для $c' < c\,(b' < b)$ конечны. Отсюда $R_1^*(c) < R_0$ $\left(R_2^*(b) < R_0\right)$ для, так что сравнение эффективности стратегий 1 и 2 требуется лишь в прямоугольнике ($0 \leq c \leq c_0$, $0 \leq b \leq b_0$).

Лемма 3. Функция $R_1^*(c)$ $(R_2^*(b))$ строго монотонно возрастает по c (по b), $0 \leq c \leq c_0$ $\left(0 \leq b \leq b_0\right)$.

Доказательство. Покажем, что функция $R_1^*(c)$ монотонно возрастает. (Доказательство подобного утверждения для функции $R_2^*(b)$ проводится аналогично).

Для $0 \leq \overline{c} \leq \overline{\overline{c}} \leq c_0$

$$R_1^*(\overline{c}) = R_1\left(\tau_1^*(\overline{c}), \overline{c}\right) \leq R_1\left(\tau_1^*(\overline{\overline{c}}), \overline{c}\right). \tag{19}$$

С другой стороны, поскольку функция $R_1(\tau,c)$ для произвольных, но фиксированных $\tau < \infty$, строго монотонно возрастает по c, то

$$R_1\left(\tau_1^*(\bar{\bar{c}}),\bar{c}\right) < R_1\left(\tau_1^*(\bar{\bar{c}}),\bar{\bar{c}}\right) = R_1^*(\bar{\bar{c}}).$$

Отсюда, а также из выражения (19) следует, что $R_1^*(\bar{c}) < R_2^*(\bar{\bar{c}})$.

Для произвольного фиксированного с из интервала (0, c_0) обозначим через $b^*(c)$ такое однозначно определенное значение b, которое удовлетворяет условию

$$R_2(b) = R_1^*(c). \tag{20}$$

Согласно лемме 3 и равенству $R_0 = R_1^*(c_0) = R_2^*(b_0)$ величина $b^*(c)$ обладает следующими свойствами:

она строго монотонно возрастает по c;

$$b^*(c) \le b_0 \text{ для } c<c_0;$$

$$R_2^*(b) >< R_1^*(c) \text{ для } b \lesseqgtr b^*(c).$$

Эти свойства подытоживает следующее утверждение, которое дает принципиальные указания относительно выбора наивыгоднейшей стратегии.

Теорема 2. При заданном $c\in[0,c_0]$ оптимальной является стратегия 1 (2), если $b > b^*(c)$ ($b < b^*(c)$). При заданном $c > c_0$ оптимальной является стратегия 2 (0), если $b < b_0$ ($b > b_0$).

Значение b^*(c) может быть вычислено следующим образом. Для заданного $c\in[0,c_0]$ с помощью формулы (10) вычисляется $R_1^*(c)$. Согласно (14) уравнение (20) для $b^*(c)$ эквивалентно равенству

$$h\left(\tau_2^*(b)\right) = R_1^*(c) \tag{21}$$

Если функция $h(t)$ строго монотонно возрастает по t, то существует однозначное решение τ2*(b). Подставив его в уравнение (13), получим непосредственно значение $b^*(c)$. Уравнение (21) может иметь несколько решений $\tau_2^*(b)$. Каждому из них соответствует значение b, полученное из уравнения (13) и минимизирующее функцию $R_2(\tau,b)$ С помощью леммы 4 легко убедиться, что все эти значения совпадают и равны $b^*(c)$.

Значение $b^*(c)$, при заданном c находится, вообще говоря, численными методами. В следующих частных случаях можно получить точные выражения для функции $b^*(c)$, $0 \le c \le c_0$.

Пример 3. Пусть X равномерно распределена на интервале (0, T). Тогда для $0 < t < T$ имеем

$$\lambda(t) = 1/(T-t),\quad h(t) = \frac{1}{T}e^{t/T},\quad H(t) = e^{t/T} - 1.$$

Согласно формулам (10) и (11) для $0 \le c \le 1$

$$R_1^*(c) = \frac{1}{T}\left(1+\sqrt{c(2-c)}\right) < R_0 = 2/T. \tag{22}$$

Отсюда $c_o = 1$. Далее из уравнения (13) следует

$$R_2^*(b) = R_2\left(\tau_2^*,b\right) = \frac{1}{T}e^{\tau_2^*/T}.$$

Таким образом, неравенство $R_2^*(b)<R_0$ эквивалентно неравенству $\tau_2^*(b) < T\ln 2$. Левая часть уравнения (13) монотонно возрастает по τ. Вследствие этого $R_2^*(b)<R_0$ тогда и только тогда, когда $b < 2\ln 2 - 1$. Поэтому $b_0 = 2\ln 2 - 1 \approx 0{,}386$. Учитывая (21), получаем, наконец, из (13)

$$b^*(c) = 1 - TR_1^*(c)\left[1-\ln\left(TR_1^*(c)\right)\right],$$

где величина $R^*_1(c)$, $0 \le c \le c_0$ задана с помощью формулы (22).

На рис. 5 проиллюстрирован критерий выбора стратегии восстановления, сформулированный в теореме 2.

Пример 4. (см. рис. 6). Пусть $F(t) = (1 - e^{-\alpha t})^2$, $t \ge 0$. В этом случае $R_0 = 2\alpha/3$, $c_0 = 1/3$, $b_0 = 2/9$, величина $R^*_1(c)$ задана для $0 \le c \le 1/3$ в виде

$$R_1^*(c) = \frac{2\alpha(1-c)\left(c+\sqrt{(4-3c)c}\right)}{2-c+\sqrt{(4-3c)c}}. \tag{23}$$

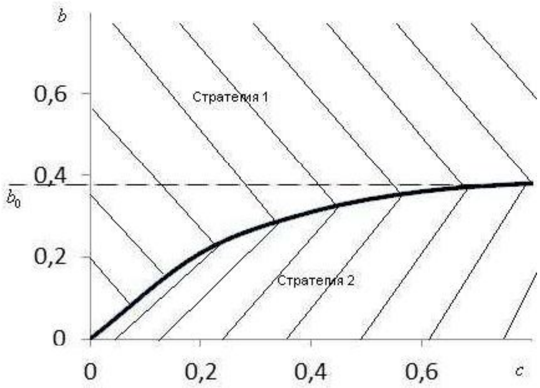

Рис. 5 – Сравнение эффективности стратегий 0, 1 и 2 (пример 3)

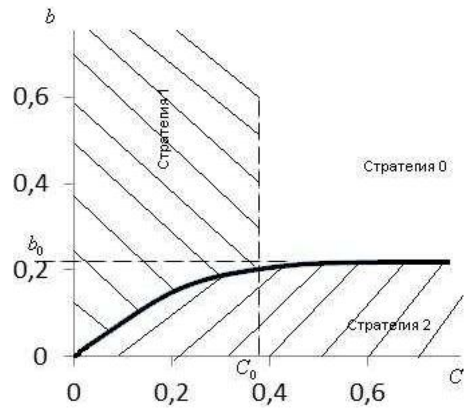

Рис. 6 – Сравнение эффективности стратегий 0, 1 и 2 (пример 4)

Согласно выражению (15) функция $h(t)$ строго монотонно возрастает по t, поэтому $\tau_2^*(c)$ является однозначным решением уравнения (21) для $0 \le c \le c_0$:

$$\tau_2^*(c) = -\frac{1}{3\alpha}\ln\left(1-3R_1^*(c)/2\alpha\right)$$

Подстановка $\tau_2^*(c)$ в уравнение (13) для $0 \le c \le c_0$ дает

$$b^*(c) = \frac{R_1^*(c)}{3\alpha} - \frac{2\alpha-3R_1^*(c)}{9\alpha}\ln\left(\frac{2\alpha}{2\alpha-3R_1^*(c)}\right),$$

где величина $R_1^*(c)$ задана с помощью соотношения (23) (рис. 11).

В то же время стратегии 1 и 2 сравнивались относительно математического ожидания соответствующего числа восстановлений. Эти результаты следует здесь привести, поскольку они интересны сами по себе и, кроме того, с их помощью легко построить оценки для функции восстановления $H(t)$ простого процесса восстановления с ВФИ-распределением наработки.

Пусть $H_1(t)$ и $H_2(t)$ означают среднее число всех восстановлений за время $(0, t]$, а $H_1^h(t)$, $H_1^p(t)$, $H_2^h(t)$, $H_2^p(t)$ — среднее число всех аварийных восстановлений за это же время соответственно для стратегий 1 и 2.

Пусть интервал восстановления τ одинаков для обеих стратегий, произволен, но фиксирован. Очевидно, справедливы соотношения

$$H_1(t) = H_1^h(t) + H_1^p(t)$$
$$H_2(t) = H_2^h(t) + H_2^p(t) \tag{24}$$

Доказано, что при постоянном предположении о наличии ВФИ-распределения у наработки справедливы неравенства

$$H_1(t) \le H_2(t); \tag{25}$$
$$H_2^h(t) \le H_1^h(t). \tag{26}$$

Согласно соотношениям (24) из них следует, что $H_1^p(t) \le H_2^p(t)$. Из выражений (4) вытекает, что для стратегии 1 интеграл $\int_0^\tau \bar{F}(t)dt$ равен математическому ожиданию интервала между двумя произвольными последовательными восстановлениями, поэтому по элементарной теореме восстановления

$$\lim_{t\to\infty}\frac{H_1(t)}{t} = \frac{1}{\int_0^\tau \bar{F}(t)dt}. \tag{27}$$

Непосредственно из определения стратегии 2 следует

$$\lim_{t\to\infty}\frac{H_2^h(t)}{t}=\frac{H(\tau)}{\tau},\ \lim_{t\to\infty}\frac{H_2(t)}{t}=\frac{H(\tau)+1}{\tau}. \quad (28)$$

Отсюда с учетом неравенств (25) и (26)

$$\frac{1}{\int_0^\tau \bar{F}(t)dt}-1\le H(\tau). \quad (29)$$

Далее работают элементарная теорема восстановления и формула (3):

$$\lim_{t\to\infty}\frac{H_1^h(t)}{t}=\frac{F(\tau)}{\int_0^\tau \bar{F}(t)dt}. \quad (30)$$

Наконец из неравенства и соотношений (26) и (28)…(30) получаем

$$\frac{\tau}{\int_0^\tau \bar{F}(t)dt}-1\le H(\tau)\le\frac{\tau F(\tau)}{\int_0^\tau \bar{F}(t)dt}. \quad (31)$$

Выводы

1. Характер применения рассмотренных стратегий зависит от экономических показателей, обеспечивающих данную стратегию. Адаптация стратегии 1 и стратегии 2 с точки зрения экономики вопроса будет произведен в дальнейшем.

2. Данные стратегии могут применяться в равной степени как на производстве с единым технологическим циклом, так и раздельным (при восстановлении блоками может быть рекомендован останов оборудования в пределах одного цеха либо другой элементарной производственной единицы.

3. Данные стратегии хорошо коррелируются на предприятиях консервной промышленности.

Литература

1. Чепурин Е.В. О статистических выводах для процессов восстановления // Статистические методы в теории надежности и контроле качества. – М.: Изд-во МГУ, 1973. – Вып. 43. – С. 9-25.
2. Франкен П., Хойзер К.П. Оценка показателей надежности для резервированных систем с восстановлением// Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. −1977. − № 4. − С.100-105.
3. Де Грот М. Оптимальные статистические решения: Пер. с англ. −М.: Мир, 1974. − 491 с.
4. Вопросы математической теории надежности / Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов и др.; Под ред.Б.В. Гнеденко. − М.: Радио и связь, 1983. − 376 с.
5. Ллойд Д., Липов М. Надежность: организация и следования, методы, математический аппарат: Пер. с англ./ Под ред. И.А.Ушакова. − М.: Сов. Радио, 1964. – 686 с.
6. Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. Надежность систем энергетики. − М.: Наука, 1986. − 251 с.

УДК 602.4 : 637.142.2 : 613.3

РАЗРАБОТКА РЕЖИМОВ ХРАНЕНИЯ НЕФЕРМЕНТОВАННЫХ АЦИДОФИЛЬНЫХ СЫВОРОТОЧНЫХ НАПИТКОВ С ЭКСТРАКТАМИ ЭХИНАЦЕИ И СОКОМ

Могилянська Н.О., канд. техн. наук, ас., Волкова А.В., магистр
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

В роботе приведены результаты исследований режимов хранения прохладительных неферментированных сывороточных напитков с экстрактами эхинацеи и соком.

Basic design of the mode of storage of non-fermented whey drink with extracts of Echinacea and juice times are resulted in work.

Ключевые слова: эхинацея, хранение, сывороточные напитки, кислотность, органолептические показатели, антиоксидантная активность