

## О ПРИБЛИЖЕННОЙ МОДЕЛИ СУШКИ ЗЕРНОВОГО СЛОЯ

Смирнов Г.Ф., доктор техн. наук, профессор, Воскресенская Е.В., инженер  
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

*Изложены положения о приближенной модели сушки зернового слоя с предварительными расчетами, представленными в графическом виде. Позиции приближенной модели сушки зернового слоя представлены для условий термомеханического вращающегося агрегата. Ключевые предположения связаны с представлением, что весь процесс может быть представлен из нескольких отдельно проходящих процессов переноса. Другое допущение связано с пониманием ключевой роли процесса нестационарной теплопроводности, в особенности для первой начальной стадии процесса сушки. Результаты статьи получены и представлены только для этой стадии.*

*The seedily layer drying processes approximated model positions are presented for the case, when the process was organized in the new special thermo-mechanical rotating device. The key assumptions were connected with imagination, that the process can be presented as the extremely complex one, containing some different separate transfer process. The other assumption was come clad with understanding, that the unsteady heat conduction process. The part results were obtained and presented only for the first stage.*

**Ключевые слова:** приближенная модель сушки, поровый объем слоя влаги (внутри зерновки), нестационарная теплопроводность.

Проблемы теоретического описания такого сложного процесса, как сушка зерна в слое, традиционно основывались на подходах, в свое время предложенных и развитых школой акад. А.В. Лыкова. При успехах, достигнутых при таком подходе, к сожалению, не достаточно ясно представлялись в нем элементарные процессы тепло – массопереноса в пределах малых объемов слоя, в которых осуществлялся этот процесс. На наш взгляд, также не проявлялась с необходимой ясностью взаимосвязь процессов тепло – и массопереноса, особенности этих связей на различных стадиях процесса сушки.

Изучая в своих опытах экспериментально эти процессы в необычных условиях сушки зернового слоя, перемешиваемого системой вращающихся испарительных термосифонов, авторы предприняли попытку создания иного подхода для теоретического описания этого процесса.

Исходя из понимания, что в этом нестационарном процессе в многом сильно меняются в времени не только основные параметры, но и физические картины процесса, авторы приняли, что в целом весь процесс следует рассматривать как состоящий из нескольких этапов (стадий), каждой из которых соответствует «своя» физическая картина и, отвечающая ей модель.

С учетом сложности построения такой модели, на первом этапе авторы ограничились такими исходными физическими представлениями:

1. Первичным в процессе является прогрев слоя от горячих поверхностей.
2. В процессе прогрева изменяется соотношение между прогретыми частями слоя прогретого и с примерно неизменной температурой. Это соотношение должно учитываться в первую очередь, и оно может быть выполнено из решения соответствующей задачи нестационарной теплопроводности.
3. В модели первого приближения допустимо при использовании решений уравнения нестационарной теплопроводности заменить реальную геометрию трехмерного слоя сложной формы картиной плоского слоя эквивалентной толщины. Использовать для описания в модели эквивалентные физические параметры [2] (удельную теплопроводность, теплоемкость и др.).
4. В этой же модели допустимо для первой стадии считать, что нужна оценка времени, необходимого для выпаривания такого количества влаги, которое нужно для насыщения «начальной части» порового объема слоя влагой до равновесного состояния. Эта «начальная часть» может быть принята условно равной толщине (или ее половине) первого слоя зерен, прилегающего к греющей поверхности.
5. Определение этого интервала времени означает начало парообразования. Т.е. является началом процесса сушки.
6. В рамках первой стадии предполагается, что развивается процесс испарения влаги с внешней поверхности зерен в пределах перегретой части слоя, которая определена ранее. «Движущей силой» этого процесса является перепад парциальных давлений влаги внутри порового объема перегретой части слоя. При этом этот перепад определяется как разность парциального давления на внешней поверхности перегретой части зернового слоя и средним парциальным давлением внутри порового объема этой части слоя.

7. Концентрация (масштаб парциального давления) влаги и воздуха внутри этой части порового объема определяются из следующих соображений: С одной стороны происходит «унос воздуха» вместе с испаряемой влагой. Средняя скорость этого уноса определяется условиями «фильтрации пара и воздуха» из порового объема. Эта фильтрация осуществляется под действием некоторого градиента давлений, пропорционального «движущему напору». С другой стороны имеет место диффузия воздуха из внешней среды в поровый объем. Баланс этих «влияний» и определяет динамику изменения соответствующего парциального давления внутри порового объема для активной (существенно перегретой) части слоя.

Сказанное определяется следующими важными уравнениями:

$$W_1 \cdot \left(1 - \frac{P_A}{P_{00}}\right) \cdot \overline{\rho_A} = -D_{PA} \cdot \frac{d[P_{00} \cdot (1 - P_A / P_{00})]}{dZ} \dots \quad (1)$$

$$W_1 = \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{K_f}{\mu_{VG}}; \dots \Delta P_{10} \cong \Delta P_{VH} \quad (2)$$

где

Ниже излагается алгоритм такого расчета и его первые расчетные оценки.

Если установлено распределение температур в объеме зернового слоя его предварительным расчетом и определена та его часть  $K_{10}$ , в которой с первого момента устанавливается начальная температура, близкая к температуре внешней поверхности нагрева:  $T_1 = T_{10}$ , и, начиная с нулевого момента времени  $\tau = 0$ , начинается процесс испарения внутри порового объема с части внешней поверхности зернового слоя, которая покрыта влагой.

В качестве предварительного этапа перед началом стабильного процесса испарения с внутренней поверхности зернового слоя естественно предположить, что в первый момент испаряемая влага будет «насыщать» внутренний объем зернового слоя паром до момента пока плотность внутреннего объема в части перегретой до начальной температуры  $T_1 = T_{10}$  окажется равной равновесному значению при данной температуре, т.е. равной  $\rho''(T_{10} = T_{S0})$ . Это значит, что нужно испарить количество влаги равное

$$\Delta M_{10} = V_{10} \cdot \varepsilon \cdot K(\tau) \cdot [\rho''(T_{S0}) - \rho''(T_{EM0})] \quad (3)$$

где  $V_{10}$  — объем слоя;

$\varepsilon$  — пористость слоя;

$K(\tau)$  — часть, которую составляет уже (в данный момент) перегретая зона зернового слоя, эта часть, естественно, зависит от времени, поскольку с изменением времени изменяется и доля перегретой зоны слоя;

$\rho''(T_{S0})$  — плотность пара в начальный момент;

$\rho''(T_{EM0})$  — плотность пара при температуре окружающей среды.

Для того, чтобы определить время, необходимое, чтобы обеспечить испарение этой массы пара, следует найти коэффициент массоотдачи для условий внутри объема зерновой массы и умножить его на поверхность перегретой части слоя и на движущую силу процесса, т.е. на разность парциальных давлений при тех же температурах:  $T_{S0}$ ;  $T_{EM0}$ . Это означает, что следует рассчитать величину  $\beta_{PI}$  - коэффициент массоотдачи, перейти к этому же параметру  $\beta_{PI}$  по парциальным давлениям, т.е.  $\beta_{PI} = \frac{\beta_I}{RT_I}$ .

Так как все параметры процесса массоотдачи при сушке теснейшим образом связаны с температурами, то неперенным начальным шагом в модели расчета процесса массоотдачи будут соответствующие расчеты нестационарной теплопроводности. Если такого решения пока нет, то вместо него можно принять некий линейный закон (т.е. провести линеаризацию). Например, считать, что

$$K(\tau) = a + b \cdot \tau \quad (4)$$

Коэффициенты в этом уравнении могут быть определены из линеаризации результатов расчета нестационарной теплопроводности.

Плотность паровоздушной смеси в поровом объеме рассчитывается известным образом [2] при температуре, которую определим из решения уравнения теплопроводности при граничном условии, связанном с теплопередачей:

$$\rho_{VG} = \rho_{H2O} \cdot C_{H2O} + \rho_{AR} \cdot (1 - C_{H2O}) \quad (5)$$

Т.е. это означает, что на поверхности слоя, прилегающей к поверхности нагрева, температура будет вычислена, используя совместное решение уравнения нестационарной теплопроводности и уравнения теплопередачи при известном коэффициенте теплоотдачи. Обозначим

$$Z_{11} = \frac{T(0, \tau) - T_l}{T_\infty - T_l}; \dots Y_{11} = \frac{(\bar{\alpha}) \cdot \sqrt{a \cdot \tau}}{\lambda_E} \quad (6)$$

и для X=0 имеем такую таблицу данных по [1]

**Таблица 1 – Таблица данных по Франку Крейгу [1]**

Z11	0.06	0.11	0.2	0.27	0.33	0.42	0.6	0.8	0.9	1.0
Y11	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1.0	2.0	3.0	∞

В расчетах температур на границе зернового слоя T(0, τ) нужно использовать данные этой таблицы

$$\frac{\bar{\alpha} \cdot \sqrt{a \tau}}{\lambda_E} = Y_{11}$$

или любую корректную их аппроксимацию, в виде зависимости T(0,τ) от параметра:

Если за начало принять тот интервал времени, когда прогревается первый слой зерна у стенки, приняв его среднюю толщину равной примерно половине толщины одного зерна, получим оценку начально-

$$Z_{11} = \frac{T(0, \tau) - T_l}{T_\infty - T_l}$$

го интервала времени 30 – 50 секунд. Для таких времен оценка начальных перегревов

$$\frac{\bar{\alpha} \cdot \sqrt{a \tau}}{\lambda_E} = Y_{11}$$

дает значения 0.51 – 0.65 и тогда по таблице, приведенной выше, имеем для Z11 числа 0.42 и 0.48. Чему будут отвечать температуры T(0, τ) равные, соответственно: T(0, τ) = Z11 · (T<sub>S</sub> – T<sub>EN</sub>) + T<sub>EN</sub> = 52.4 – 58.3C. Этим температурам будут соответствовать равновес-

ные давления насыщения равные: 1.362 · 10<sup>4</sup> · Pα, 1.815 · 10<sup>4</sup> · Pα, плотности пара, им соответствующие будут равны: ρ<sup>"</sup> = 0.091 · кг/м<sup>3</sup>; .. ρ<sup>"</sup> = 0.119 · кг/м<sup>3</sup>.

Для правильного, хотя и приближенного определения парциального давления концентрации паров и воздуха в поровом объеме не достаточно пользоваться только уравнением фильтрации, позволяющей определять скорость фильтрации. Необходимо к этому добавить уравнение массопереноса, при найденной скорости фильтрации, учитывать массовый — диффузионный перенос воздуха из внешней среды в поровое пространство. Общая плотность массового потока воздуха из порового объема в внешнее пространство определяется как разность между фильтрационным потоком, обусловленным скоростью фильтрации и обратным диффузионным потоком и, так как воздух является инертным компонентом, то эта общая плотность должна быть равна нулю. Т.е. это означает, что мы имеем такое уравнение для определения парциального давления в поровом объеме P<sub>VH</sub> :

$$\rho_A \cdot \left(1 - \frac{P_{VH}}{P_0}\right) \cdot W_0 = -D_p \cdot \frac{d[P_0(1 - P_{VH} / P_0)]}{dZ} \quad (7)$$

Здесь:

$$W_0 = \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{K_f}{\mu_{VG}}; \dots \Delta P_{10} \cong \Delta P_{VH}. \quad (8)$$

Однако уравнение (7) может быть представлено в форме, удобной для получения аналитического решения. А именно, в виде:

$$\rho_A \cdot \left(1 - \frac{P_{VH}}{P_0}\right) \cdot W_0 = -D_p \cdot \frac{d[P_0(1 - P_{VH} / P_0)]}{dZ} \quad (9)$$

$$W_0 = \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{K_f}{\mu_{VG}}; \dots \Delta P_{10} \cong \Delta P_{VH}. \quad (10)$$

При совместном рассмотрении этих двух формул получим следующее:

$$\rho_A \cdot \left(\frac{P_0 - P_{VH}}{P_0}\right) \cdot \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{K_f}{\mu_{VG}} = -D_p \cdot \frac{d[P_0 - P_{VH}]}{dZ} \quad (11)$$

Это же уравнение может быть представлено так:

$$\frac{d[P_0 - P_{VH}]}{P_0 - P_{VH}} = -\frac{K_f}{\mu_{VG}} \cdot \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{\rho_A}{P_0 \cdot D_P} \cdot dZ; \dots \ln[P_0 - P_{VH}] = -\frac{K_f}{\mu_{VG}} \cdot \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{\rho_A \cdot Z}{P_0 \cdot D_P} + const$$

Постоянная может быть найдена из следующего естественного граничного условия:

когда  $Z = 0; \dots P_{VH} = P_{EN}$ , это значит, что решение имеет такой вид:

$$\ln \frac{P_0 - P_{VH}}{P_0 - P_{EN}} = -\frac{K_f}{\mu_{VG}} \cdot \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{\rho_A \cdot Z}{P_0 \cdot D_P}; \dots P_0 - P_{VH} = [P_0 - P_{EN}] \cdot \exp\left\{-\frac{K_f}{\mu_{VG}} \cdot \frac{\Delta P_{10}}{\Delta L} \cdot \frac{\rho_A \cdot Z}{P_0 \cdot D_P}\right\} \quad (12)$$

Если градиент:  $\frac{\Delta P_{10}}{\Delta L}$  известен или может быть принят, тогда формула (12) позволяет выполнять необходимые расчеты по следующему алгоритму:

1. Проводят все расчеты, схемы которых приведены в исходных положениях и вычисляют:

$$Re; Pr; Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda_E}; \alpha; \dots Nu_D = \frac{\beta \cdot L}{D}; \dots \beta; \dots a_E = \frac{\lambda_E}{\rho_E \cdot C_E}; \dots$$

и переходят к расчетам температурных режимов, используя уравнение нестационарной теплопроводности для приближенно плоского зернового слоя с эффективными теплофизическими параметрами  $a_E; \dots \lambda_E; \dots \rho_E; \dots C_E$  по [2]. Проводят необходимые расчеты температур в первоначальной стадии процесса сушки – прогреве зернового слоя от значений чисел  $Fo = 10^{-4} - 10^{-3}$  и до  $Fo \geq 1 - 3$

2. Переходят к вычислениям начальных температур в пристенном зерновом слое. Приняв характерный размер для этого участка равным главному размеру зерна L (например, его толщине, или длине) вычисляют то значение времени, при котором тепловая волна пройдет это расстояние:

$$Fo \approx \frac{a_E \cdot \tau}{L^2} \approx 1; \dots \tau \approx \frac{L^2}{a_E}; \dots$$

$$\frac{\bar{\alpha} \cdot \sqrt{a_E \tau}}{\lambda_E} = Y11$$

3. Определяют значение комплекса

$$Z11 = \frac{T(0, \tau) - T_I}{T_\infty - T_I}$$

4. Вычисляют перегрев в пристенном слое

, используя приведенную выше таблицу или ее аппроксимацию.

5. Определяют парциальное давление испарения с внутренней поверхности зернового слоя как равновесное давление испарения  $P_s(0, \tau)$  при данной температуре  $T(0, \tau)$ .

6. Определяют ту долю, которую занимает на этой стадии перегретая зона от общей толщины зернового слоя, как  $f_1(\tau) = 0.05 + 25.3 \cdot Fo$ . Можно не использовать эту аппроксимацию для кривой, описывающей зависимость ширины зоны существенного перегрева от числа Фурье, а непосредственно использовать результаты решения задачи нестационарной теплопроводности.

7. Приняв в качестве первого приближения по порядку величин градиент давления  $\frac{\Delta P_{10}}{\Delta L}$ , обеспечивающий фильтрацию паровоздушной среды из порового объема к внешней поверхности слоя, используя формулу (12д), определяют расчетное парциальное давление в поровом объеме  $P_{VH}$ .

8. Проводят расчет потока выпаренной влаги в пределах установленной зоны перегрева  $f_1(\tau)$ , по следующей формуле массоотдачи:

$$\Delta M_1 = \beta_P \cdot S_V \cdot V \cdot f_1(\tau) \cdot [P_s(0, \tau) - P_{VH}] \cdot \Delta \tau$$

где  $\Delta M_1$  — величина выпаренной влаги, в предположении поверхностного испарения из всей внутренней поверхности зернового слоя;

$S_V$  — удельная поверхность в кв.м на куб.м слоя;

$V$  — полный объем слоя;

$\Delta\tau_1$  — інтервал времени, в пределах которого предполагаются все рассчитанные величины примерно неизменными.

9. Повторяют этот расчет  $\Delta M_2$  для следующего интервала времени  $\Delta\tau_2$ .

Для оценки адекватности предложенной модели первой стадии сушки были использованы результаты экспериментальных исследований, представленных в [3] для различных условий сушки разных зерновых культур. Там же описаны условия экспериментальных исследований, основные результаты в виде графиков зависимостей температуры зернового слоя и его влагосодержания от времени, методика экспериментальных исследований, установка производства опытов и т.д.

Так как обсуждаемая модель предложена, с учетом принятых допущений только для первой (начальной) стадии сушки, то и сопоставление с опытными данными проводилось только для начальной стадии, ограниченной 10 – 20 минутами. Ниже представлены результаты расчетов без введения в них эмпирических (корректирующих) коэффициентов. Авторы изначально понимают, что при принятых допущениях невозможно в принципе получить количественное согласование, в лучшем случае, какое – то качественное даже для начальной стадии. Условия расчетов и их конечные результаты приводятся и обсуждаются ниже.

Так как обсуждаемая модель предложена с учетом принятых допущений только для первой (начальной) стадии сушки, то и сопоставление с опытными данными проводилось только для начальной стадии, ограниченной 10-20 минутами. Ниже представлены результаты расчетов без введения в них эмпирических (корректирующих) коэффициентов. Авторы изначально понимают, что при принятых допущениях невозможно в принципе получать количественное согласование, в лучшем случае, какое-то качественное даже для начальной стадии. Конечные результаты приводятся в графической форме и обсуждаются ниже.

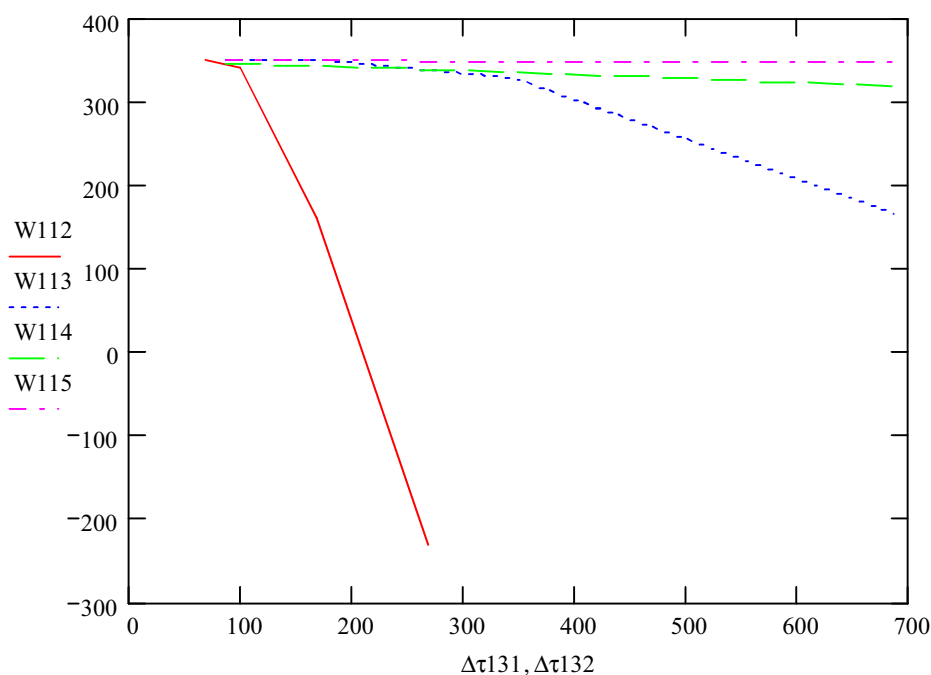


Рис. 1 – Изменение количества влаги в первой стадии сушки

График получен по результатам расчетов при принятым постоянным и равным 10 Па на метр градиенте давления и максимальной оценке парциального давления W112, тоже при минимальной его оценке W113, тоже для градиента давления, равного 20 Па на метр W114, W115 аппроксимация экспериментальных данных. На оси ординат – количество влаги в слое зерна в граммах, на оси абсцисс – время первой стадии процесса сушки этого слоя в секундах.

Важными моментами данного подхода и результатами его реализации являются предварительные расчеты таких величин как: коэффициенты массоотдачи с внешней поверхности зернового слоя и с внутренней пор слоя; коэффициент проницаемости порового объема, теплофизические свойства паро – воздушной смеси в функции от температуры в слое. В предлагаемых результатах принимались следующие оценки: одинаковость коэффициентов массоотдачи с внешней поверхности слоя и внутри его; расчет

коэффициента проницаемости перемешиваемого зернового слоя по формуле Кармана – Козени в виде:

$$K_f = \frac{\varepsilon^3 \cdot d_0^2}{(1-\varepsilon)^2 \cdot 140}$$

при принятой пористости  $\varepsilon = 0.7$  и размере пор  $d_0$  равном 0.3 мм; в расчетах не учитывались изменения теплофизических свойств паро – воздушной смеси, связанные с изменением температуры и другие. Авторы понимают, что при последующих шагах по отработке «технологии» данного подхода необходимо устранить названные приближенные оценки или, в крайнем случае, проводить расчеты на границах диапазонов приближенно определяемых величин, что предполагается сделать в дальнейшем.

Отдельной задачей, подлежащей решению, является установление количественной связи градиента давления, обеспечивающего фильтрацию, от других параметров процесса. Важно определение внутреннего коэффициента массоотдачи и динамики изменения доли поверхности испарения.

В дальнейшем необходимо будет организовать правильный учет отвода влаги при сушке из внутренних объемов зерен, включая появление дополнительных массообменных сопротивлений.

Авторы предполагают в последующем перейти к решению этих задач и тем самым улучшить свой подход. Понимая всю условность своих предложений, авторы, тем не менее, считают его полезным для развития углубленного понимания физической природы такого сложного процесса, каким является сушка.

### Литература

1. Frank Kreith; Mark S. Bohn «Principles of Heat Transfer». 5th Edition, 1993. West Publishing Company, 720pp and 78pp Appendixes.
2. Г.М.Станкевич, Т.В. Страхова, В.И.Атаназевич «Сушіння зерна», Из – во “Либідь”, 1997, 352стр.
3. Воскресенська О.В. “Кінетика процесу сушіння зернових культур в термосифонно – механічному агрегаті”, - Одеса, - Наукові праці ОНАХТ, - вип.36, - том 1, - 2009р., - 79-82 с.
4. Лыков А.В. «Теория сушки», 1968г. Изд. 2-ое. Москва. «Энергия», 472 стр.
5. Безбах И.В., Воскресенская Е.В., Марачева С.А. «Сушка вареного гороха в аппарате с вращающимся термосифоном», - Одеса, - Наукові праці ОНАХТ, - вип.30, - том 1, - 2007р., - 226-229 с.