

Литература

1. Бурдо О.Г. Энергетический мониторинг пищевых производств. Одесса: Полиграф, 2008. – 244 с.
2. Бурдо О.Г., Буйвол С.М., Бандура В.Н. Энергетическая стратегия развития агропромышленного комплекса в условиях кризиса. Problemele energeticii regionale. Chişinău. Academia de ştiinţe a Moldovei, Institutul de energetică 2009, с.7-12
3. Burdo O.G., Terziesv S.G., Peretyaka S.N. Energy-saving Food Technologies on Heat Pipe Exchanger Basis //Proc. 9-th Int. Heat Pipes. Conf.– Albuquerque (New Mexico, USA).– 1995.– P.7–14.
4. Бурдо О.Г., Терзиев В.Г., Зыков А.В., Милинчук С.И. Пути решения проблем энергетики и экологии в пищевых технологиях //Materialy XV11 Miedzynarodowa Konferencja Naukowa "Inzynieria procesowa w ochronie srodowiska". - Opole: Otmuchow, 1999. - P. 33 - 36.
5. Burdo O.G., Hou Zengqi, Miao Yongxiang. Heat Regimes Providing of Apparatus on Heat Pipes Basis.//Proc. Int. Symp. on Heat Pipe Research and Application, Shanghai (China).–1991.–V.1.–P.271–274.
6. Burdo O.G., Terziesv S.G., Zykov A.V. Optimization of Heat Pipes and Mass Recovery // 5-th Int. Seminar "Heat Pipe, Heat Pumps, Refrigerators", September, 8–11, 2003.– Minsk, Belarus.– P.161–166.
7. Бурдо О.Г. Эволюция сушильных установок Одесса: Полиграф, 2010. – 368 с.
8. Бурдо О.Г. Холодильные технологии в системе АПК. Одесса: Полиграф, 2009. – 288 с.
9. Burdo O.G., Bezbah I.V. Rotating heat pipes in devices for heat treatment of the food-stuffs, Applied Thermal Engineering №28 (March 2007), 341-343.
10. Бурдо О.Г., Рыбина О.Б., Сталымбовская А.С. Энергетическая эффективность пищевых нанотехнологий. Интегровані технології та енергозбереження – Харьков: НТУ „ХП” 2006.–№2
11. Бурдо О. Г. Мікро – і нанотехнології – новий напрямок в АПК. Наукові праці. – Випуск 29. - Одеса: Одеська національна академія харчових технологій -2006.-С.3-9.
12. Бурдо О.Г. Нанотехнологии. Флагманские, перспективные и фундаментальные проекты в АПК //Наук. праці Од. націон. акад. харчових технологій. – Одеса: 2006. – Вип.28, Т2. – с.242-251.
13. Бурдо О.Г. Наномасштабные эффекты в пищевых технологиях //Инженерно-физический журнал. Минск, т.78, № 1– 2005.-С.88-93.
14. Бурдо О.Г., Ряшко Г.М. Экстрагирование в системе «кофе – вода». Одесса: «ТЕС», 2007. – 176 с.
15. Бурдо О.Г., Рыбина О.Б. Процессы инактивации микроорганизмов в микроволновом поле. Одесса: Полиграф, 2010. – 200 с.

УДК 532.516:536.24

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД РАСЧЕТА ДИНАМИКИ НЕПРЕРЫВНОЙ СУШКИ

Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сороковая Н.Н.
Институт технической теплофизики НАН Украины, г. Киев

Представлены математическая модель и численный метод расчета динамики тепломассопереноса и фазовых превращений в процессах сушки в аппаратах непрерывного действия. Приведены результаты численных экспериментов, свидетельствующие об адекватности сформулированной математической модели.

A mathematical model and numerical method for calculating the dynamics of heat and mass transfer and phase transformations during the drying process in the apparatus of continuous operation. Shows the results of numerical experiments demonstrating the adequacy of the formulated mathematical model.

Ключевые слова: непрерывная сушка, капиллярно-пористые материалы, интенсивность испарения, площадь контакта жидкой и газообразной сред

Современной тенденцией развития сушильной техники и технологий является поиск путей снижения энергопотребления, интенсификации процесса обезвоживания и получение готовой продукции высокого качества. Повышение эффективности процесса сушки связано с механизацией и автоматизацией технологий обезвоживания материалов. В соответствии с этим для крупномасштабных производств является актуальным переход от сушильных аппаратов периодического, к аппаратам непрерывного действия.

Реализация энергосберегающих режимов сушки, как правило, предполагает проведение обезвоживания при изменяющихся условиях тепло- и массообмена на внешних границах объекта сушки. Осуществление переменных режимов обезвоживания может быть достигнуто путем: изменения параметров, направления, расхода и скорости движения сушильного агента; применения различных способов подвода энергии и их комбинаций; использования прерывистого режима подвода энергии.

В настоящее время для расчета процесса сушки в аппаратах непрерывного действия используются приближенные балансные методы моделирования кинетики обезвоживания капиллярно-пористых материалов [1]. Они требуют значительного объема экспериментальной информации и их точность невысока. Погрешность такого моделирования возрастает в случае, когда режим сушки является переменным.

В [2], на базе законов сохранения и основных положений механики деформируемого тела, получено дифференциальное уравнение нестационарного переноса субстанции W (массы, импульса, энергии)

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(W\mathbf{w}) = -\text{div} \mathbf{j}_W + I_W - \frac{W}{1+\varepsilon_V} \left[\frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon_V \mathbf{w}) \right] \quad (1)$$

В нормальных условиях режим работы сушилок непрерывного действия является установившимся. При таком режиме работы в каждой точке сушилки температура и объемные концентрации компонентов высушиваемого материала с течением времени не изменяются, т. е. процессы тепломассообмена являются стационарными ($\partial W/\partial t = 0$, $\partial \varepsilon_V/\partial t = 0$), и скорость перемещения материала \mathbf{w}_L не зависит от времени.

Если скорость движения компонентов пористого материала относительно его скелета равна нулю, т.е. перенос энергии и массы вещества осуществляется диффузионным путем, тогда для таких систем уравнение (1) приобретает вид

$$\mathbf{w}_L \text{div} W = -\text{div} \mathbf{j}_W + I_W - \frac{W}{1+\varepsilon_V} \mathbf{w}_L \text{div} \varepsilon_V \quad (2)$$

При наличии фильтрационного движения компонентов связанного материала – жидкости, пара, воздуха – относительно его скелета со скоростью \mathbf{w}_ψ , $\psi = ж, п, в$, скорость $\mathbf{w} = \mathbf{w}_L + \mathbf{w}_\psi$, и для этого случая уравнение (1) можно записать в виде

$$\mathbf{w}_L \text{div} W + \text{div}(W\mathbf{w}_\psi) = -\text{div} \mathbf{j}_W + I_W - \frac{W}{1+\varepsilon_V} [\mathbf{w}_L \text{div} \varepsilon_V + \text{div}(\varepsilon_V \mathbf{w}_\psi)] \quad (3)$$

При этом функция плотности потоков \mathbf{j}_W представляется в виде суммы диффузионной и фильтрационной составляющих $\mathbf{j}_W = \mathbf{j}_W^d + \mathbf{j}_W^f$. Последняя для жидкости, пара и воздуха находится по выражениям

$$\mathbf{j}_ж^f = U_ж \mathbf{w}_ж, \quad \mathbf{j}_п^f = U_п \mathbf{w}_п, \quad \mathbf{j}_в^f = U_в \mathbf{w}_в \quad (4)$$

Скорости фильтрационного движения жидкой $\mathbf{w}_ж$ и газовой фазы $\mathbf{w}_г$ в данной точке пористого тела находятся по формуле Дарси

$$\mathbf{w}_\psi = -\frac{K_o K_\psi}{\eta_\psi} \nabla P_\psi, \quad \psi = ж, г; \quad (5)$$

где K_o – общая проницаемость среды; K_ψ – относительная проницаемость, η_ψ – динамический коэффициент вязкости, ∇P_ψ – градиент давления фазы ψ .

В качестве аппарата непрерывной сушки часто используется ленточная сушилка. Она представляет собой коридор, в котором помещен ленточный транспортер, несущий с постоянной скоростью w_L высушиваемый материал. Обычно ширина ленты и длина транспортера много больше высоты слоя материала на ленте. Введем неподвижную систему декартовых координат, в которой ось z параллельна вектору w_L , а ось x является нормалью к рабочей поверхности ленты. Для случая, когда перенос энергии и массы вещества при непрерывной сушке осуществляется диффузионным путем и перекрестными эффектами переноса можно пренебречь, уравнение переноса субстанции (2) можно записать в виде

$$w_L \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial x} \left(\lambda_w \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial W}{\partial y} \left(\lambda_w \frac{\partial W}{\partial y} \right) + \frac{\partial W}{\partial z} \left(\lambda_w \frac{\partial W}{\partial z} \right) + I_W - \frac{W}{1+\varepsilon_V} w_L \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial z}, \quad (6)$$

Расчеты показывают, что при $\frac{w_L X}{\lambda_w} > 10$, где X – толщина высушиваемого слоя, величину $\frac{\partial j_{Wz}}{\partial z}$ можно считать пренебрежимо малой по сравнению с членом $w_L \frac{\partial W}{\partial z}$. Если ширина ленты достаточно велика по сравнению с X , то можно пренебречь также переносом субстанции вдоль оси y . При этом для капиллярно-пористых тел ($\varepsilon_v = 0$) уравнение (6) переходит в уравнение параболического типа

$$w_L \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial x} \left(\lambda_W \frac{\partial W}{\partial x} \right) + I_W \quad (7)$$

Функция \mathbf{j}_W для плотности диффузионного потока массы вещества определяется в общем случае по выражению $\mathbf{j}_\psi^d = -D_\psi (\nabla U_\psi + \delta_\psi^T \nabla T)$, где D_ψ – эффективный коэффициент диффузии компонента ψ , δ_ψ^T – относительный коэффициент термодиффузии для того же компонента, а для диффузионного переноса энергии $\mathbf{j}_\psi^d = -\lambda \nabla T + \sum_\psi E_\psi \mathbf{j}_\psi^d$, где E_ψ – удельная внутренняя энергия компонента ψ .

Коэффициенты диффузии $D_{ж}$, $D_{п}$ и $D_{в}$ для жидкой, паровой и воздушной фаз находятся соответственно по формулам: $D_{ж} = \gamma_{D_{ж}} [\exp(A_D / R_y T) - 1]^{-1}$ и $D_{п} = D_{в} = \gamma_{D_{п}} T^{3/2} / P_T$. Здесь A_D – энергия активации для диффузионного процесса, $\gamma_{D_{ж}}$ и $\gamma_{D_{п}}$ – диффузионные коэффициенты переноса жидкости и пара. Формула Никитенко для $D_{ж}$ [3] в предельных случаях переходит в эмпирическую формулу Аррениуса для твердых тел и в формулу Эйнштейна для жидких сред.

Внутрипоровые давления парогазовой смеси и жидкости определяются по соотношениям:

$P_T = P_{п} + P_{в}$, $P_{ж} = P_T + P_{к}$. Парциальные давления пара и воздуха находятся из уравнения состояния $P_{п} = \rho_{п} RT / \mu_{п}$ и $P_{в} = \rho_{в} RT / \mu_{в}$, где $\rho_{п}$ и $\rho_{в}$ – парциальные плотности пара и воздуха в капиллярах, $\rho_{п} = U_{п} / \Psi_T$ и $\rho_{в} = U_{в} / \Psi_T$. Объемная доля газовой фазы равна $\Psi_T = 1 - \Psi_{ж} - \Psi_{к}$, а объемная доля жидкости $\Psi_{ж} = U_{ж} / \rho_{ж}$. Капиллярное давление $P_{к}$ вычисляется [2] как среднее капиллярное давление жидкости в порах тела по формуле

$$P_{к} = 2\sigma(T) \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{\theta}{r} f(r) dr / \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \theta f(r) dr = \frac{2\sigma(T)}{r^*} \quad (8)$$

Здесь $\sigma(T)$ – коэффициент поверхностного натяжения; r_{\min} , r_{\max} – минимальный и максимальный радиусы капиллярной поры; r^* – характеристический параметр дисперсности размеров пор, $r_{\min} < r^* < r_{\max}$; $f(r)$ – дифференциальная функция распределения пор по размерам, определяемая из условия

$$P = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} f(r) dr; \theta(r, t) = 1 - (1 - \delta / r)^2 - \text{объемная доля жидкости в капилляре радиуса } r \text{ в момент времени } t,$$

δ – толщина конденсата. Выражение для θ получено отношением площади сечения капилляра, занятого жидкостью, к общей площади сечения.

Интенсивность испарения жидкости на внешней границе тела [4] пропорциональна разности потоков испаряющейся и конденсирующейся жидкости

$$I = \gamma_c \left\{ \varphi_T \left(\exp \left[A / (R_y T) \right]_{v=0} \right) - 1 \right\}^{-1} - \varphi_c \left(\exp \left[A / (R_y T_c) \right] - 1 \right)^{-1} \quad (9)$$

где $\gamma_c = \epsilon \rho_{ж} \delta^* / 4$ – коэффициент поверхностного испарения; ϵ – коэффициент излучения; δ^* – средняя длина диффузионного смещения активизированной частицы внутри конденсированного тела; φ_T – влажность парогазовой смеси, которой согласно изотерме сорбции отвечает объемная концентрация $U_{ж}$ в данной точке пористого тела; v – нормаль к граничной поверхности; T_c и φ_c – температура и относительная влажность внешней среды; A – энергия активации; R_y – универсальная газовая постоянная.

Значение φ_T может быть определено по уравнению изотермы десорбции или на основе формулы [4], полученной для равновесной толщины слоя конденсата δ на поверхности твердого тела в среде со степенью насыщения φ и парциальным давлением пара $P_{п}$

$$\delta = \delta^* \bar{\delta} = \delta^* (1 - \sqrt{1 - P_{п} / P_{н}}) = \delta^* (1 - \sqrt{1 - \varphi}), \quad (10)$$

откуда $\varphi_T = \bar{\delta}(2 - \bar{\delta})$, где $\bar{\delta}$ – относительная толщина слоя конденсата, $\bar{\delta} = \delta / \delta^*$ при $0 < \delta < \delta^*$ и $\bar{\delta} = 1$ при $\delta > \delta^*$.

Когда объемная концентрация жидкости в окрестности граничной поверхности слоя стремится к равновесному значению для заданных параметров внешней среды, интенсивность испарения находится из уравнения сохранения энергии для элементарного объема, примыкающего к граничной поверхности при условии, что вся жидкость, подходящая к этой поверхности от внутренних слоев тела, испаряется

$$I = -D_{\text{ж}} \left. \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial x} \right|_{v=0} \quad (11)$$

Интенсивность испарения I_V жидкости в единичном объеме пористого тела равна

$$I_V = IS, \quad (12)$$

где S – суммарная площадь контакта жидкой и газообразной сред в частично заполненных жидкостью капиллярах. Для нахождения функции S получена формула [5]:

$$S = \frac{2\sqrt{1-\phi_T}}{\rho_{\text{ж}}\delta^*} \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial \phi_T} \quad (13)$$

Площадь S может изменяться от минимального значения для влажного тела при $\delta \rightarrow \delta^*$, до максимального значения S_{max} , отвечающего сухому пористому телу при $U_{\text{ж}} \rightarrow 0$. Производная $\partial U / \partial \phi_T$ определяется путем дифференцирования уравнения изотермы десорбции. При отсутствии равновесия в системе ϕ_T отличается от относительной влажности ϕ газа в порах тела.

В соответствии с соотношениями (9), (10) и (13) выражение для интенсивности испарения на поверхностях контакта жидкости и газа в частично заполненных капиллярах при условии, что температуры различных фаз в каждой точке пористого тела совпадают, можно записать в следующем виде

$$I_V = \gamma_c \frac{2\sqrt{1-\phi_T}}{\rho_{\text{ж}}\delta^*} \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial \phi_T} \left[\exp\left(\frac{A}{R_y T}\right) - 1 \right]^{-1} (\phi_T - \phi) \quad (14)$$

Относительная объемная деформация ϵ_V при известных значениях функций температуры T и объемных концентраций жидкости $U_{\text{ж}}$, пара $U_{\text{п}}$ и воздуха $U_{\text{в}}$ находятся на основе уравнения термоконцентрационного деформирования [6]. Для пластины $0 < x_1 < H$, деформированное состояние которой связано с симметричной относительно ее средней плоскости неоднородностью полей концентрации компонентов и температуры вдоль оси x_1 , его аналитическое решение имеет вид

$$\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \frac{1}{H} \int_0^H N dx_1, \quad \epsilon_{11} = \frac{1+v_{\text{п}}}{1-v_{\text{п}}} N - \frac{2v_{\text{п}}}{1-v_{\text{п}}} \epsilon_{22}, \quad \epsilon_{12} = \epsilon_{13} = \epsilon_{23} = 0 \quad (15)$$

Здесь N – термоконцентрационная функция [6], $N = \beta_T (T - T_0) + \sum_{\psi} \beta_{x\psi} (\omega_{\psi} - \omega_{\psi 0})$, где ω_{ψ} и $\omega_{\psi 0}$ те-

кущее и начальное массосодержание жидкости ($\psi = \text{ж}$), пара ($\psi = \text{п}$) и воздуха ($\psi = \text{в}$), β_T и $\beta_{x\psi}$ – коэффициенты линейного термического и концентрационного расширения; $v_{\text{п}}$ – коэффициент Пуассона. После определения компонентов ϵ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) тензора объемной деформации, находим функцию $\epsilon_V = (1 + \epsilon_{11})(1 + \epsilon_{22})(1 + \epsilon_{33}) - 1$. Деформации при сушке капиллярно-пористых тел относительно невелики, и величиной ϵ_V можно пренебречь.

Уравнения тепло- и массообмена непрерывной диффузионно-фильтрационной сушки коллоидных капиллярно-пористых материалов имеют следующий вид

$$\frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial z} + \nabla(w_{\text{ж}}U_{\text{ж}}) = \nabla[D_{\text{ж}}(\nabla U_{\text{ж}} + \delta_{\text{ж}}\nabla T)] - I_V - \frac{U_{\text{ж}}}{1-\epsilon_V} \frac{\partial \epsilon_V}{\partial z}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial z} + \nabla(w_{\text{п}}U_{\text{п}}) = \nabla[D_{\text{п}}(\nabla U_{\text{п}} + \delta_{\text{п}}\nabla T)] + I_V - \frac{U_{\text{п}}}{1-\epsilon_V} \frac{\partial \epsilon_V}{\partial z}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial z} + \nabla(w_{\text{в}}U_{\text{в}}) = \nabla[D_{\text{в}}(\nabla U_{\text{в}} + \delta_{\text{в}}\nabla T)] - \frac{U_{\text{в}}}{1-\epsilon_V} \frac{\partial \epsilon_V}{\partial z}, \quad (18)$$

$$c_{\text{эф}} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + w_{\text{эф}} \nabla T = \nabla(\lambda_{\text{эф}} \nabla T) - \sum c_{\psi} D_{\psi} (\nabla U_{\psi} + \delta_{T\psi} \nabla T) \nabla T - LI_V, \quad (19)$$

где эффективные значения теплоемкости, теплопроводности и скорости фильтрации связанного вещества в теле равны

$$c_{\text{эф}} = c_T U_T + c_{\text{ж}} U_{\text{ж}} + c_{\text{п}} U_{\text{п}} + c_{\text{в}} U_{\text{в}},$$

$$\lambda_{\text{эф}} = \lambda_T U_T / \rho_T + \lambda_{\text{ж}} U_{\text{ж}} / \rho_{\text{ж}} + \lambda_{\text{п}} U_{\text{п}} / \rho_{\text{п}} + \lambda_{\text{в}} U_{\text{в}} / \rho_{\text{в}},$$

$$w_{\text{эф}} = [w_{\text{ж}} U_{\text{ж}} + w_T (U_{\text{п}} + U_{\text{в}})] / c_{\text{эф}}.$$

Удельная теплота испарения влаги L внутри пористого материала складывается из удельной теплоты испарения свободной жидкости и удельной энергии десорбции влаги. Вторым членом правой части уравнения (19), обусловленным переносом энергии за счет диффузии, обычно можно пренебречь [1].

Условия тепло- и массообмена на внешних границах тела вдоль нормали ν для системы (16) – (19) записываются следующим образом

$$D_{\text{ж}} \left(\frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial \nu} \Big|_{\nu=0} + \delta_{\text{ж}}^T \frac{\partial T}{\partial \nu} \Big|_{\nu=0} \right) + J_{\text{ж}}^{\Phi} \Big|_{\nu=0} = \gamma_c \left\{ \bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T \Big|_{\nu=0}} \right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_c \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_c} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \quad (20)$$

$$D_{\text{п}} \left(\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial \nu} \Big|_{\nu=0} + \delta_{\text{п}}^T \frac{\partial T}{\partial \nu} \Big|_{\nu=0} \right) + J_{\text{п}}^{\Phi} \Big|_{\nu=0} = -\frac{\gamma_{\text{сп}}}{D_{\text{п}}} (U \Big|_{\nu=0} - \rho_c \Psi_{\text{п}}), \quad (21)$$

$$U_{\text{в}} \Big|_{\nu=0} = \frac{P_c \Psi_{\text{г}} \mu_{\text{в}}}{R_y T \Big|_{\nu=0}} - U_{\text{п}} \Big|_{\nu=0} \frac{\mu_{\text{в}}}{\mu_{\text{п}}}, \quad (22)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} \Big|_{\nu=0} = \alpha (T_c - T \Big|_{\nu=0}) - L \gamma_c \left\{ \bar{\delta}(2 - \bar{\delta}) \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T \Big|_{\nu=0}} \right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_c \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_c} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \quad (23)$$

Нахождение параметров сушильного агента связано с расчетом ленточной сушильной установки. Этот расчет проводится в такой последовательности. По заданной производительности сушилки по сухому продукту $G_{\text{т}}$ и времени сушки $t_{\text{к}}$ определяются: количество материала в аппарате, $g_{\text{т}} = G_{\text{т}} t_{\text{к}}$. По величине загрузки $g_{\text{т}}$ и заданным величинам высоты слоя материала h_1 и его насыпной плотности $\rho_{\text{нс}}$ вычисляется требуемая площадь ленты $S_l = g_{\text{т}} / (\rho_{\text{нс}} h_1)$. Для выбранной ширины B ленты находится длина транспортера $l_{\text{тр}} = S_l / B$ и скорость ленты $w_l = l_{\text{тр}} / t_{\text{к}}$. Задаются удельный расход сухого газа (воздуха), отнесенный к 1 кг сухого материала, $\sigma_{\text{в}} = G_{\text{в}} / G_{\text{т}}$, температура сушильного агента $T_{\text{а0}}$ и его относительная влажность $\varphi_{\text{а0}}$ на входе в аппарат. На базе этих данных находятся все необходимые параметры сушильного агента в сечении $z = 0$, а также площадь сечения $S_{\text{тр}}$ транспортного канала, по которому движется агент, омывая ленту транспортера. Средние значения параметров состояния и скорости движения агента $w_{\text{а}}$ в различных сечениях канала z находятся на базе уравнений баланса массы пара в элементе объема $S_{\text{тр}} dz$ транспортного канала

$$\frac{dG_{\text{па}}}{dz} + h_1 B w_l \frac{d(\bar{U}_{\text{ж}} - \bar{U}_{\text{п}})}{dz} = 0, \quad (24)$$

и баланса энергии сушильного агента в целом для того же элемента

$$\frac{dq_{\text{а}}}{dz} + L h_1 B w_l \frac{d\bar{U}_{\text{ж}}}{dz} + c_{\text{эф}} h_1 B w_l \frac{dT}{dz} + q_{\text{пот}} = 0 \quad (25)$$

В уравнениях (24), (25): $G_{\text{па}}$ – расход пара через сечение канала z , $G_{\text{па}} = S_{\text{тр}} w_{\text{а}} \rho_{\text{па}}$; \bar{T} , $\bar{U}_{\text{ж}}$ и $\bar{U}_{\text{п}}$ – средние значения температуры и объемных концентраций жидкости и пара в сечении z слоя пористого тела; $q_{\text{а}}$ – расход энергии, переносимой сушильным агентом через сечение z , $q_{\text{а}} = (G_{\text{ва}} c_{\text{в}} + G_{\text{па}} c_{\text{п}}) T_{\text{а}}$; $T_{\text{а}}$ – температура сушильного агента; $q_{\text{пот}}$ – потери энергии сушильного агента во внешнюю среду на участке транспортного канала единичной длины.

Перемещение сушильного агента в транспортном канале обычно осуществляется центробежными вентиляторами среднего давления, которые создают давление от 1 до 3 кПа, что составляет 1÷3 % от атмосферного давления. Поэтому без внесения заметной погрешности в результаты расчета можно принять линейный или параболический закон изменения давления по длине транспортного канала. При задании линейного закона изменения давления по длине транспортного канала $P_{\text{а}}(z) = P_0 + (P_0 - P_{\text{к}})z / l_{\text{тр}}$, где $P_0 = P_{\text{а}}(0)$ и $P_{\text{к}} = P_{\text{а}}(l_{\text{тр}})$ – заданные значения давления агента в начальном и конечном сечениях транспортного канала.

Сформулированная математическая модель диффузионно-фильтрационного тепломассопереноса в процессах непрерывной сушки может претерпевать существенные упрощения при ее применении для

описания конкретных задач. Фильтрационный перенос оказывает [2] существенное влияние на динамику сушки при интенсивном нагреве тела, когда испарение жидкости происходит при температуре T , превышающей температуру ее кипения, либо за счет перепада давления между средами, разделенными пористой стенкой. Для случая, когда тело является капиллярно-пористым ($\epsilon_v = 0$), а режим сушки – умеренно интенсивный и влиянием фильтрации на протекание процессов тепло- и массопереноса можно пренебречь, систему уравнений (16) – (19) можно записать в виде

$$\frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial z} = \nabla [D_{\text{ж}} (\nabla U_{\text{ж}} + \delta_{\text{ж}} \nabla T)] - I_V, \quad (26)$$

$$\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial z} = \nabla [D_{\text{п}} (\nabla U_{\text{п}} + \delta_{\text{п}} \nabla T)] + I_V, \quad (27)$$

$$c_{\text{эф}} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = \nabla (\lambda_{\text{эф}} \nabla T) - \sum c_{\psi} D_{\psi} (\nabla U_{\psi} + \delta_{T\psi} \nabla T) \nabla T - LI_V \quad (28)$$

При отсутствии фильтрации $P_{\Gamma} = P_c$, поэтому $P_B = P_c - P_{\Pi}$, где $P_{\Pi} = \rho_{\Pi} R_y T / \mu_{\Pi}$.

Численный метод расчета процесса непрерывной сушки. Уравнения переноса (26) – (28), описывающие диффузионные процессы тепломассопереноса и фазовых превращений при непрерывной сушке капиллярно-пористых тел могут быть решены численным методом, который базируется на трехслойной явной разностной схеме Никитенко Н.И. [6]. Эта схема, так же как известные неявные схемы, позволяет выбирать произвольно шаги разностной сетки. Разностная аппроксимация уравнений (26) – (28) в декартовых координатах $x=x_1$, $y=x_2$, $z=x_3$ на равномерной разностной сетке $x_k = kh_x$, ($k = 0, 1, \dots$, $h_x = \text{const}$), $y_m = mh_y$, ($m = 0, 1, \dots$, $h_y = \text{const}$), $z_n = nl$ ($n = 0, 1, \dots$, $l = \text{const}$) имеет вид

$$(1 + \Omega_{\text{ж}}) \delta_z U_{\text{ж}}^n - \Omega_{\text{ж}} \delta_z U_{\text{ж}}^{n-1} = \frac{1}{w_l} \sum_{i=1}^3 [\delta_{x_i} (D_{\text{ж}} \delta_{x_i} U_{\text{ж}}) + \delta_{x_i} (D_{\text{ж}} \delta_{\text{ж}}^T \delta_{x_i} T)] - I_V, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (29)$$

$$(1 + \Omega_{\text{п}}) \delta_z U_{\text{п}}^n - \Omega_{\text{п}} \delta_z U_{\text{п}}^{n-1} = \frac{1}{w_l} \sum_{i=1}^3 [\delta_{x_i} (D_{\text{п}} \delta_{x_i} U_{\text{п}}) + \delta_{x_i} (D_{\text{п}} \delta_{\text{п}}^T \delta_{x_i} T)] + I_V, \quad (30)$$

$$(1 + \Omega_T) \delta_z T^n - \Omega_T \delta_z T^{n-1} = \frac{1}{w_l c_{\text{эф}}} \left\{ \sum_{i=1}^3 [\delta_{x_i} (\lambda_{\text{эф}} \delta_{x_i} T)] - LI_V \right\} \quad (31)$$

В разностных уравнениях (29) – (31) сеточные функции $W_{im_i}^n$ и $W_{im_i}^{n-1}$ ($W = U_{\text{ж}}, U_{\text{п}}, T$) для узловой точки $(x_{m_1}, y_{m_2}, z_{m_3}, t_n)$ записаны для простоты без нижних индексов, т.е. $W = W_{im_i}^n$, $W^{n-1} = W_{im_i}^{n-1}$. Их производные определяются разностными отношениями:

$$\delta_z W = \frac{W_{km}^{n+1} - W_{km}^n}{l}; \quad \delta_x W = \frac{W_{k+1,m}^n - W_{k-1,m}^n}{2h_x}; \quad \delta_y W = \frac{W_{k,m+1}^n - W_{k,m-1}^n}{2h_y};$$

$$\delta_x (D \delta_x W^n) = \frac{1}{2h_x^2} [(D_{k+1,m}^n + D_{k,m}^n) (W_{k+1,m}^n - W_{k,m}^n) - (D_{k,m}^n - D_{k-1,m}^n) (W_{k,m}^n - W_{k-1,m}^n)].$$

Весовой параметр разностного уравнения $\Omega_W \geq 0$ позволяет устранить ограничения на шаг по времени.

Погрешность аппроксимации дифференциальных уравнений (26) – (28) разностными уравнениями (29) – (31) имеет порядок $h_z + h_x^2 + h_y^2 + h_z^2$. Необходимые условия устойчивости разностных уравнений вида (29) и (30) – (32) находятся методом условного задания некоторых искомым функций системы [6].

Условие устойчивости для разностного уравнения (31) имеет вид

$$l \leq (1 + 2\Omega_T) \left[\frac{2\lambda_{\text{эф}}}{w_l c_{\text{эф}}} \sum_{i=1}^3 h_i^{-2} \right]^{-1} \quad (32)$$

Разностные уравнения, аппроксимирующие граничные условия диффузионного тепло- и массообмена (20), (21), (23) приводятся для граничной координатной поверхности $x = 0$

$$D_{\text{ж}} \frac{U_{\text{ж}2m}^{n+1} - U_{\text{ж}1m}^{n+1}}{h_x} = \gamma_c \left\{ \varphi_b \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_{1m}^n} \right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_c \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_c} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (33)$$

$$D_{\Pi} \left(\frac{U_{\Pi 2m}^{n+1} - U_{\Pi 1m}^{n+1}}{h_x} + \delta_{\Pi}^T \frac{T_{2m}^{n+1} - T_{1m}^{n+1}}{h_x} \right) = \frac{\gamma_{\text{пс}}}{D_{\Pi}} (U_{\Pi 1m}^{n+1} - \rho_{\text{пс}} \Psi_{\Gamma}) . \quad (34)$$

$$\lambda \frac{T_{2m}^{n+1} - T_{1m}^{n+1}}{h_x} = \alpha(T_{1m}^{n+1} - T_c) - L\gamma_c \left\{ \varphi_b \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_{1m}^n} \right) - 1 \right]^{-1} - \varphi_c \left[\exp \left(\frac{A}{R_y T_c} \right) \right]^{-1} \right\} , \quad (35)$$

Дифференциальные уравнения (24), (25) аппроксимируются разностными уравнениями

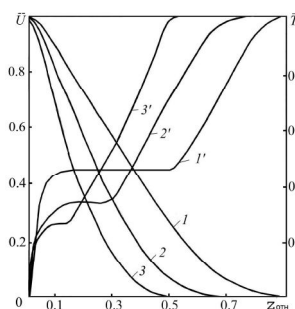
$$G_{\text{па}}^{n+1} = G_{\text{па}}^n + h_l B w_l^n (\bar{U}_{\text{ж}}^{n+1} - \bar{U}_{\text{ж}}^n - \bar{U}_{\Pi}^{n+1} + \bar{U}_{\Pi}^n) , \quad (36)$$

$$q_a^{n+1} = q_a^n + L h_l B w_l^n (\bar{U}_{\text{ж}}^{n+1} - \bar{U}_{\text{ж}}^n) + c_{\text{эф}}^n h_l B w_l^n (\bar{T}^{n+1} - \bar{T}^n) + q_{\text{пот}}^n \quad (37)$$

Средние значения $\bar{U}_{\text{ж}}^{n+1}$, \bar{U}_{Π}^{n+1} и \bar{T}^{n+1} вычисляются через найденные по уравнениям (29) – (31) значения сеточных функций $U_{\text{ж}}^{n+1}$, U_{Π}^{n+1} и T^{n+1} например, с помощью формулы трапеций.

После вычисления $G_{\text{па}}^{n+1}$ и q_a^{n+1} определяется температура $T_a^{n+1} = q_a^{n+1} / (G_{\text{ва}} c_{\text{в}} + G_{\text{па}}^{n+1} c_{\text{п}})$. По уравнениям состояния пара и воздуха находятся объемные концентрации $\rho_{\text{па}}^{n+1}$ и $\rho_{\text{ва}}^{n+1}$. В заключение расчетов для слоя z_{n+1} вычисляется скорость сушильного агента $w_a^{n+1} = (G_{\text{ва}} / \rho_{\text{ва}}^{n+1} + G_{\text{па}}^{n+1} / \rho_{\text{па}}^{n+1}) / S_{\text{тр}}$, расход пара $G_{\text{па}}^{n+1} = S_{\text{тр}} w_a^{n+1} \rho_{\text{па}}^{n+1}$ и поток энергии $q_a^{n+1} = (G_{\text{ва}}^{n+1} c_{\text{в}} + G_{\text{па}} c_{\text{п}}) T_a$.

На рис.1 представлены результаты численных экспериментов, которые свидетельствуют об адекватности представленной математической модели и эффективности метода расчета.



1, 1' – $T_c = 55^{\circ}\text{C}$; 2, 2' – $T_c = 65^{\circ}\text{C}$; 3, 3' – $T_c = 80^{\circ}\text{C}$

Рис. 1 – Зависимость относительных средних значений температуры материала $\bar{T} = (\bar{T}(z,t) - T_0) / (T_c - T_0)$ и объемной концентрации жидкости $\bar{U} = \bar{U}_{\text{ж}}(z,t) / U_{\text{ж}0}$ от относительной длины ленты $\bar{z} = z / z_{\text{max}}$.

Литература

1. Рудобашта С.П. Массоперенос в системах с твердой фазой. –М.: Химия. –1980. –248 с.
2. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сороковая Н.Н. Математическое моделирование тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки с целью оптимизации процесса сушки термолabileльных материалов // ИФЖ. 2005. – Т. 78, – № 1. – С. 74– 87.
3. Никитенко Н.И. Проблемы радиационной теории тепло- и массопереноса в твердых и жидких средах // ИФЖ. 2000, – Т. 73, – № 4. – С. 851 – 860.
4. Никитенко Н.И. Исследование динамики испарения конденсированных тел на основе закона интенсивности спектрального излучения частиц// ИФЖ. 2002. – Т.75, – № 3, – С. 128 – 134.
5. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сороковая Н.Н. Развитие теории и методов расчета динамики сорбции и десорбции. // ИФЖ. 2010. – Т. 83 , – № 3, – С. 779–789.
6. Никитенко Н.И. Теория тепломассопереноса. –Киев: Наук. Думка. –1983. –352 с.