

режим псевдозрідження при одержанні азотно-гумінових добрив із заданими властивостями показав високу ефективність в разі збільшення питомого навантаження α_f у 2,36 рази в порівнянні зі звичайною конструкцією камери гранулятора.

Для визначення впливу технологічних параметрів є доцільним проведення додаткових дослідів, результати можуть бути використані при розробленні нового обладнання.

Література

1. Буевич Ю.А. Струйное псевдооживление / Ю.А. Буевич, Г.А. Минаев. – М.: Химия, 1984. – 136 с.
2. Корнієнко Я.М. Умови стійкої кінетики процесу одержання багатошарових твердих композитів / Я.М. Корнієнко, К.О. Гатілов, Д.О. Науменко // Наукові праці Одеської національної академії харчових технологій (ОНАХТ). – 2010. – Вип. 37. – С. 8-13.

УДК 615. 012. 014

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАСОВІДДАЧІ ВІД НЕОБМЕЖЕНОГО ТОНКОГО ЛИСТКА У ЕКСТРАГЕНТ

Дячок В.В. д-р. техн. наук, професор, Мараховська А.О., аспірант
Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів

Побудовано математичну модель масовіддачі від необмеженого тонкого листка у екстрагент враховуючи анатомічні особливості рослинної сировини, а саме наявність клітинного та міжклітинного середовища. Рішення її дозволяє прогнозувати кінетику процесу екстрагування неподрібненого листя при реалізації її на практиці.

The mathematical model of massreturn is built from an unlimited thin sheet in an extractant, taking into account its anatomical structure, a namely presence of cellular and intercellular environment. The decision of it allows to forecast kinetics of the extraction process of the unground folium up leaves during realization of it in practice.

Ключові слова: математична модель, екстракція, масовіддача, цільовий компонент, міжклітинне середовище, дифузія.

Особливості вилучення цільових компонентів із сировини з клітинною будовою пов'язані з тим, що на шляху до цільового компоненту, який містяться у клітині, знаходиться клітинна стінка, фізіологічний стан якої може бути різноманітним. Пристінний шар протоплазми накладає відбиток на властивості клітинної стінки, як мембрани, яка відокремлює розчин всередині клітини (клітинний сік) від рідини у міжклітинному середовищі. Поки протоплазма жива, клітинна стінка є напівпроникною перепонкою, яка не пропускає назовні речовини розчинні у клітинному соці. У даному випадку можливо лише проникнення екстрагенту всередину клітини. І лише після певного проміжку часу у середовищі екстрагенту, внаслідок денатурації білків, клітинна стінка втрачає характер напівпроникної мембрани та починає пропускати цільовий компонент в обидві сторони. При цьому швидкість дифузії речовини крізь мембрану лімітується градієнтом концентрації і характеристикою самої мембрани. Після виносу цільової речовини із клітини їх дифузія, обмежується вузькими просвітами міжклітинного середовища та довжиною шляху дифузії цільової речовини до зовнішньої поверхні. Крім того, додатковий опір виникає із-за частого співдугу частинок із поверхнею міжклітинного середовища. Увесь цей складний комплекс дифузійних явищ, що протікають всередині шматочків рослинного матеріалу, називається *внутрішньою дифузією* та характеризується коефіцієнтом внутрішньої дифузії D . Величина D буде значно менша, ніж для вільної молекулярної дифузії D^* .

Отже, коефіцієнт внутрішньої дифузії $D_{вн}$ є складною величиною і є функцією коефіцієнту дифузії через клітинну мембрану D_c та коефіцієнту дифузії в міжклітинному середовищі D_m .

$$D = f(D_c; D_m).$$

Поверхню листка (пластини) з обох сторін обтікає потік екстрагенту з однаковими умовами, тобто при постійній, в середньому, гідродинамічній обстановці. В результаті цього цільовий компонент, який екстрагується, від поверхневого шару листка переходить у екстракт, а його місце займають нові порції цільового компоненту, що рухається з глибинних шарів.

Таким чином в основу моделі заложено принцип, - цільовий компонент у товщі листка (пластини) переноситься внаслідок молекулярної дифузії з об'єму клітини в міжклітинне середовище, яке в цілому

являє собою колоїдний розчин, що заповнює “скелет”, дифундує через міжклітинне середовище до поверхні листка, а від поверхні листка в основний потік екстракту – внаслідок конвективної масовіддачі.

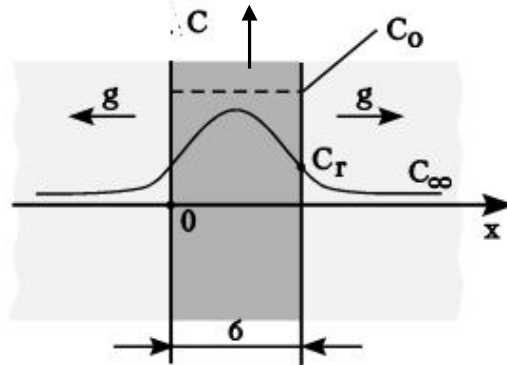


Рис. 1 – Схематичне зображення масовіддачі від пластини

C_0 – концентрація в пластині (у внутрішньому об’ємі клітини) у початковий момент часу; C_r – концентрація в пластині на границі; C_∞ – концентрація в потоці розчину; g – потік маси з поверхні; δ – товщина пластини (листка).

Концентрація цільового компонента біля границі розділу фаз у твердій фазі і у рідині є рівноважними. Оскільки використовується великий надлишок екстракту, то концентрація цільового компонента в ньому практично постійна протягом всього часу екстрагування. Молекулярний перенос у листку описується диференціальним рівнянням нестационарної дифузії, яке для випадку однонаправленого переносу має вигляд:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}; \quad (1)$$

де: D – усереднений коефіцієнт дифузії (коефіцієнт масопровідності) компонента в товщі листка, заповненого екстрагентом, м²/с; C – концентрація цільового компонента в листку, кг/м³; t – час від початку процесу, с; x – просторова координата, перпендикулярна до поверхні листка (початок координат розташований в середині листка (пластини)).

Щоб отримати розв’язок рівняння (1) для конкретного процесу, його необхідно доповнити умовами однозначності, які включають початкові і граничні умови:

Початкові і кінцеві умови, якими визначається розподіл концентрації в листку (за товщиною):

$$\begin{aligned} C(x) &= C_0 && \text{при } t = 0; \\ C(x) &\rightarrow C^*(y_\infty) && \text{при } t \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (2)$$

де: $C^*(y_\infty)$ – концентрація цільового компонента у листку, рівноважна з концентрацією рідини.

Граничні умови на поверхні тіла, з якого виділяється цільовий компонент, виводяться з умови накопичення компоненту на границі розділу фаз. Це означає, що кількість компоненту, яка підводиться з товщі твердого тіла до поверхні розділу фаз, повинна дорівнювати кількості компонента, яка відводиться від поверхні розділу фаз у потік рідини в результаті масовіддачі.

Потік компонента в товщі листка безпосередньо біля границі розділу фаз, спричинений масопровідністю, описується аналогом 1-го закону Фіка:

$$q = -D \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=\delta}; \quad 0 \leq x \leq \delta, \quad (3)$$

Кількість маси, що покидає тверде тіло, можна описати рівнянням масовіддачі. Тоді потік з поверхні твердого тіла в рідинну фазу:

$$q = \beta(y_p - y_\infty);$$

де: β – коефіцієнт масовіддачі, м/с;

У такому випадку граничні умови запишуться у вигляді:

$$-D \frac{\partial C}{\partial x} = \beta(y_p - y_\infty) \quad \text{при } x = +\delta$$

$$D \frac{\partial C}{\partial x} = \beta(y_p - y_\infty) \text{ при } x = -\delta \quad (4)$$

y_p – концентрація компонента в рідині біля границі розділу фаз, кг/м³; y_∞ – концентрація компонента в потоці рідини, кг/м³; δ – половина товщини листка, м.

Для отримання розв'язку, нашу задачу треба перетворити до безрозмірної форми, враховуючи особливості рівноваги при масообміні.

При невеликих концентраціях міжфазна рівновага описується лінійними рівняннями:

$$y = mC; \quad (5)$$

де: m - константа міжфазної рівноваги.

Використовуючи рівняння (5), виключимо з граничних умов величини "у", заміняючи їх еквівалентними значеннями "С".

З рівноваги на границі розділу фаз маємо:

$$y_p = mC_\Gamma; \quad (6)$$

Перетворимо рівняння масовіддачі від границі, домноживши його на m/m :

$$\beta(y_p - y_\infty) \frac{m}{m} = \beta m \left(\frac{y_p}{m} - \frac{y_\infty}{m} \right) = \beta m (C_\Gamma - C_\infty); \quad (7)$$

Введемо значення надлишкової концентрації:

$$\theta = C - C_\infty; \quad (8)$$

Оскільки концентрація екстракту є малою, то $C_\infty = const$, тоді $\partial \theta = \partial C$ і вираз (8) переписеться так:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}; \quad (9)$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \alpha \theta; \quad \text{при } x = +\delta; \\ D \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \alpha \theta; \quad \text{при } x = -\delta; \end{aligned} \quad (10)$$

де: $\alpha = m\beta$.

Початкові і кінцеві часові умови наберуть такого вигляду:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 = C_0 - C_\infty \quad \text{при } t = 0; \\ \theta &\rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad (11)$$

Розв'язок рівняння (9) при граничних (10) і початкових умовах (11) має такий вигляд [1]:

$$\theta = \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(\mathcal{G} + 1)Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 - 2\mathcal{G}Bi + \mu_n^2)} e^{\left(-\mu_n^2 \frac{Dt}{R^2}\right)}, \quad (12)$$

де: $\mathcal{G} = -0,5$; для пластини; μ_n - корені характеристичного рівняння $\mu = (2n - 1) \frac{\pi}{2}$; $Bi = \frac{\alpha \delta}{D}$ - модифікований масообмінний критерій Біо (він включає константу міжфазної рівноваги - m). Рівняння (9) має безліч розв'язків (коренів), які можна знайти одним з наближених числових методів, наприклад методом дихотомії. Корені μ_n лежать в інтервалах, кратних π : μ_1 - в інтервалі $(0, \pi)$; μ_2 - $(\pi, 2\pi)$; μ_3 - $(2\pi, 3\pi)$ і т.д. Для крайніх випадків:

$$\begin{aligned} 1) \text{ при } Bi \rightarrow \infty \quad \mu_1 &= \pi/2, \mu_2 = 3\pi/2, \dots, \mu_n = (2n - 1)\pi/2; \\ 2) \text{ при } Bi \rightarrow 0 \quad \mu_1 &= 0, \mu_2 = \pi, \dots, \mu_n = (n - 1)\pi. \end{aligned} \quad (13)$$

Починаючи з деякого моменту часу, рівняння (12) обмежується першим членом ряду і при $Bi \rightarrow \infty$ константа $Bi = 8/\pi$; $\mu_1 = \pi/2$ для небмеженої пластини [1].

Вводячи систему безрозмірних величин:

$$\tau = \frac{D_M t}{R^2}; \chi = \frac{D_c R^2}{D_M R_c^2}; R_c^2 = \frac{V_c \delta_c}{F_c}; \quad (14)$$

де: R_c - розмірів рослинної клітини, м; R - розмірів екстрагованої пластинки листка, м.

Розв'язок рівняння (9) при граничних (10) і початкових умовах (11) з врахуванням системи величин (14) має такий вигляд:

$$\theta = \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{(-\mu_n^2 \chi \tau)}; \quad (15)$$

де: $B_n = \frac{8}{(2n-1)^2 \pi^2};$

При таких обставинах процес лімітується виходом компоненту із клітин, а кінетика залежить від розміру частинок екстрагованої сировини:

$$\chi \tau = \frac{D_c R^2}{D R_c^2} \cdot \frac{Dt}{R^2} = \frac{D_c F_c t}{V_c \delta_c} = \frac{D_c t}{R_{екв} \delta_n} = k_c t; \quad (16)$$

де: k_c - коефіцієнт масопереносу через клітинну мембрану, м/с; δ_c - товщину клітинної оболонки, м; V_c - внутрішній об'єм клітини, м³; F_c - площа поверхні клітини, м²; $R_{екв} = \frac{V_c}{F_c}$ - еквівалентний радіус клітини, м.

Із (16) слідує, що ізбільшенням числа χ кінетика все більше залежить від розміру частинок. Хоча визначальним є дифузія цільового компоненту через клітинну оболонку D_c , на кінетику все ж таки, суттєво впливає опір міжклітинного середовища, який визначається коефіцієнтом дифузії в міжклітинному середовищі D_M . Про явище досягнення певних максимальних значень цільового компоненту в міжклітинному середовищі детально йшлося в роботі [2]. В даній роботі зроблена спроба конкретизувати завдання, а саме застосувати теорію дифузії цільової речовини через клітинну оболонку в міжклітинний простір, тоді в міжклітинному просторі до границі поділу фаз, для випадку екстрагування листя, як моделі необмеженої пластини. Описана вище модель справедлива для необмеженого листка з постійною товщиною і постійним коефіцієнтом масопровідності. Згідно правила адитивності сумарний опір масопереносу визначається:

$$k = \frac{1}{\frac{\delta_c}{D_c} + \frac{R}{D_i} + \frac{s}{D} + \frac{1}{\beta_1}} \quad (17)$$

де: s - товщина дифузійного пограничного шару; β_1 - коефіцієнт конвективної дифузії.

На рисунку 2 представлена кінетика екстрагування листя подорожнику подрібненого до $0,5 \cdot 10^{-3}$, $1,5 \cdot 10^{-3}$, $2,5 \cdot 10^{-3}$, $5 \cdot 10^{-3}$ м водою знесоленою при температурі 20 °С. Як видно із рисунку розмір екстрагованих частинок листка суттєво впливає на тривалість часу досягнення рівноваги. Із збільшенням розміру збільшується час досягнення рівноваги.

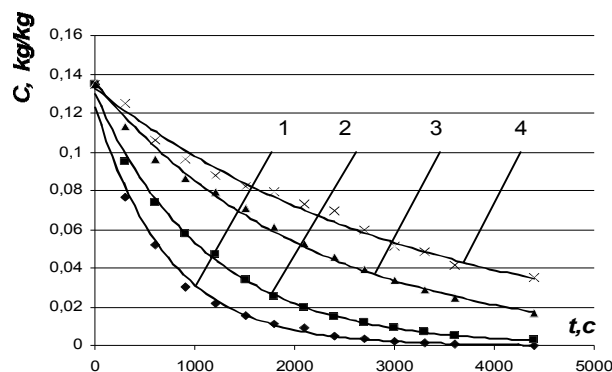


Рис. 2 – Кінетика екстрагування листя подорожнику подрібненого до розмірів: $0,5 \cdot 10^{-3}$, $1,5 \cdot 10^{-3}$, $2,5 \cdot 10^{-3}$, $5 \cdot 10^{-3}$ м

Одержані експериментальні криві кінетики екстрагування листя подорожнику подрібненого до відповідних розмірів добре описуються отриманим рівнянням (15). Логарифмуючи (15) отримуємо рівняння:

$$\ln \frac{\theta}{\theta_0} = \ln B - \chi \tau \quad (18)$$

Отримане рівняння (18) в координатх: $\ln \frac{\theta}{\theta_0} = f(\tau)$; описує лінію, яка дозволяє визначити величину - χ , як тангенс кута нахилу прямого участку. Як показує експеримент із збільшенням розміру пластинки листка, абсолютна величина коефіцієнту - χ зменшується, рис. 3.

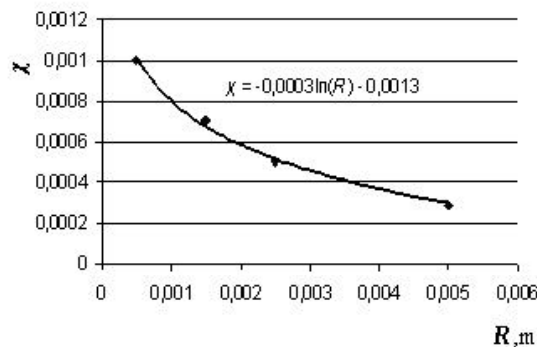


Рис. 3 – Залежність χ від розміру екстрагованої пластинки листка

Залежність величини - χ від розміру екстрагованої пластинки описується рівнянням (рис. 3):

$$\chi = -0,0003 \ln R - 0,0013 \quad (19)$$

Підставив середньостатистичний радіус рослинної клітини $25 \cdot 10^{-5}$ м [4] у вираз (19) отримуємо значення величини $\chi = 0,0018$.

З іншого сторони, беручи до уваги припущення (14) та за умови, що розмір пластинки екстрагованого листка рівний розміру рослинної клітини, $R_c = R$, відношення значення коефіцієнту дифузії через клітинну оболонку до значення коефіцієнту дифузії в міжклітинному просторі становить:

$$\chi = \frac{D_c R^2}{D_M R_c^2} = \frac{D_c}{D_M} = 0,0018 ; \quad (20)$$

Коефіцієнт дифузії через клітинну оболонку D_c для листя визначені в роботі [3] та становлять $2,5 \cdot 10^{-14}$ м²/с. Тоді коефіцієнт дифузії в міжклітинному середовищі згідно виразу (20) має порядок $D_M = 1,4 \cdot 10^{-11}$ м²/с.

Висновок. Побудовано математичну модель масовіддачі від платини (рослинного листка) в процесі екстрагування враховуючи його анатомічну будову, а саме наявність клітинного та міжклітинного простору. Рішення її дозволяє визначити кінетичні коефіцієнти – D_c , D_M , режим процесу та прогнозувати кінетику при реалізації процесу екстрагування на практиці.

Література

1. Аксельруд Г.А. Экстрагирование (система твердое тело - жидкость) / Г.А. Аксельруд, В.М. Лысянский. - Л.: Химия, 1974.-254 с.
2. Dyachok V. Extraction process of intracellular substance / Chemistry & chemical technology. – 2010. - Vol. 4, №2.- P. 163-167.
3. Dyachok V. Some kinetic regularities of intracellular substance extracting/ V. Dyachok, M. Malovanyu, I. Ilkiv // Chemistry & chemical technology. – 2011. - Vol. 12, № 4 .- P. 163-167.
4. Hopkins W.G. Introduction to Plant Physiology. 2ad ed. John Wiley & Sons / W.G. Hopkins. - Inc.: New York, 1999. – 512 p.