

Література

1. Синайский Э.Г., Лапига Е.Я., Зайцев Ю.В., Сепарация многофазных многокомпонентных систем – М., ОАО «Недра-Бизнесцентр», 2002. – 621 с.
2. Кириш А.А., Будыка А.К., Кириш В.А. Фильтрация аэрозолей волокнистыми материалами / Российский химический журнал. 2008, Т. LI, – № 5, – С. 97–102.
3. Гужов А.И. Сбор, транспорт и хранение природных углеводородных газов / А.И. Гужов, В.Г. Титов, В.Ф. Медведев, В.А. Васильев. – М.: Недра, 1978. – 406 с.
4. Зиберт К.Г., Подготовка и переработка углеводородных газа и конденсата. – М., ОАО «Недра-Бизнесцентр», 2001. – 316 с.
5. Декл. пат. № 69701 А Україна, МПК 7 B01D45/04. Спосіб вловлювання високодисперсної краплинної рідини з газорідного потоку і пристрій для його здійснення / В.І. Склабінський, О.О. Ляпошенко, заявка № 20031110451, заявлено 20.11.2003, надрук. 15.09.2004, Бюл. № 9, 2004.
6. Яламов Ю.И., Голикова Н.Н. Теория движения крупных капель бинарных концентрированных растворов в неоднородной по температуре трехкомпонентной газовой смеси / Журнал технической физики. – 2006, Т. 76, – № 2, С. 30-35.
7. Кочин Н.Е., Теоретическая гидромеханика, Часть 1,2 / Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. – М.: Физматгиз, – 1963. – 584 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 6-е. – М.: Наука, – 1987.
9. Корбут В.П., Паладиенко Ю.В. Движение и теплообмен при естественной турбулентной конвекции в плоском вертикальном канале с ассиметричным нагревом стенок / Тепло- и массообменные процессы и аппараты. – 1992, Т. 14, – № 4-6, С. 55-60.

УДК 664.046

ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ТОНКОГО СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО НАКЛОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КАНАЛЕ С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ

Кирилов В.Х., д-р техн. наук, профессор, Худенко Н.П., канд. техн. наук, доцент
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

Рассматривается ламинарное безволновое течение тонкого слоя жидкости по наклонной поверхности при контактном гидродинамическом взаимодействии с газовым потоком. На основании уравнений пограничного слоя получены распределения скорости и давления в жидкости, а также алгебраическое уравнение третьей степени относительно толщины жидкостного слоя. Представлена графическая информация относительно влияния наклона рабочей поверхности и контактного воздействия потока газа на интегральные характеристики течения плёнки жидкости

We consider the laminar waveless for thin layer of liquid on an inclined surface in contact with the hydrodynamic interaction of the gas flow. On the basis of the boundary layer equations obtained the distribution of velocity and pressure in the liquid, as well as an algebraic equation of the third degree in the thickness of the liquid layer. Graphic information is presented regarding the influence of tilting work surface and contact exposure of the gas flow on the integral characteristics of the flow of a liquid film

Ключевые слова: плёнка жидкости, уравнения пограничного слоя, ламинарное течение жидкости и турбулентное движение газа, касательное и нормальное напряжения, коэффициент гидравлического сопротивления.

1 Теоретические исследования

Одним из прогрессивных способов взаимодействия фаз в контактных теплообменных аппаратах является осуществление контактирования фаз при пленочных течениях жидкостей. Пленочные тепло- и массообменные аппараты получили широкое распространение во всех отраслях пищевой промышленности [2].

В общем случае математическая модель течения пленки жидкости в контакте с газовым потоком (рис.1) представляется следующей системой уравнений и граничных условий [1]:

уравнения движения пленки жидкости

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \sin \beta$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g \cos \beta = 0$$
(1)

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$
(2)

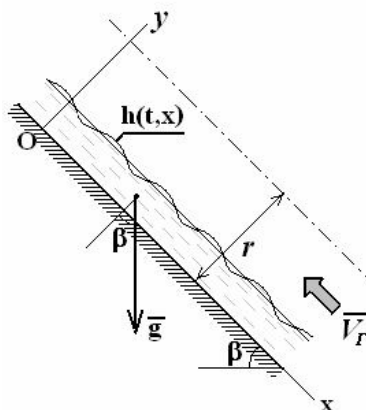


Рис. 1 – Схема течения пѐнки жидкости в контакте с потоком газа

Граничные условия:

1) на наклонной поверхности при $y = 0 - u = v = 0$ (условие прилипания); (3)

2) на свободной поверхности при $y = h(t, x); -$

— кинематическое условие (частицы жидкости остаются на свободной поверхности)

$$v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x};$$
(4)

— динамические условия:

непрерывность нормальных напряжений

$$p + \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = p_0;$$
(5)

непрерывность касательных напряжений

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} = \pm \tau, \text{ («+» –прямоток, «-» – противоток),}$$
(6)

где τ – касательное напряжение на поверхности раздела, Н/м².

В уравнениях (1) – (2) и граничных условиях (3) – (6) приняты следующие обозначения:

$u(t, x, y)$ – продольная скорость жидкости, м/с; $v(t, x, y)$ – поперечная скорость жидкости, м/с;

V_G – средняя по расходу скорость газа, м/с; t – текущее время, с; x, y – соответственно продольная и

поперечная координаты, м; ρ (const) – плотность жидкости, кг/м³; $p = p(t, x, y)$ – давление жидкости в точке

(x, y) , Па; ν (const) – кинематическая вязкость жидкости, м²/с; β – угол наклона рабочей поверхности; $y =$

$h(t, x)$ – уравнение свободной поверхности жидкости, м; $\mu = \rho \cdot \nu$ – динамическая вязкость, Н·с/м²; σ –

коэффициент поверхностного натяжения, кг/с²; p_0 – давление на свободной поверхности $y = h(t, x)$ со сто-

роны газа, Па; r – полуширина канала ($\frac{\delta}{r} \ll 1$), м; δ – средняя толщина пленки жидкости, м; τ – касатель-

ное напряжение на свободной поверхности $y = h(t, x)$ со стороны газа, Н/м².

$$\tau = \frac{\xi \rho_G V_G^2}{8},$$
(7)

где ρ_G – плотность газа, кг/м³;

ξ – гидравлический коэффициент трения, для безволновой поверхности тонкого слоя жидкости определяется по формуле Блазиуса $\xi = \frac{0,316}{Re_r^{0,25}}$.

Число Рейнольдса по газу определяется соотношением

$$Re_r = \frac{DV_r}{\nu_r}, \quad (8)$$

где $D = 4r$, учитывая, что $\frac{r}{H} \ll 1$, $\frac{\delta}{r} \ll 1$.

Для определения нормальных напряжений на свободной поверхности жидкости со стороны газа рассмотрим установившийся поток газа в плоском канале насадки теплообменного аппарата.

Выделим элементарный объём плоского канала с потоком газа размером $dV = dx \cdot 2(r - \delta) \cdot H$, где $2r$ – ширина канала, H – размер плоского канала в направлении оси z (рис. 2)

На рис.2 изображены следующие силы, действующие на элементарный объём газа на участке канала Δx :

Δp_r – перепад давления, действующий на площадку $2(r - \delta) \cdot H$ элементарного объёма;

τ – касательное напряжение на свободной поверхности плёнки жидкости, действующее на площадке $\Delta x \cdot H$.

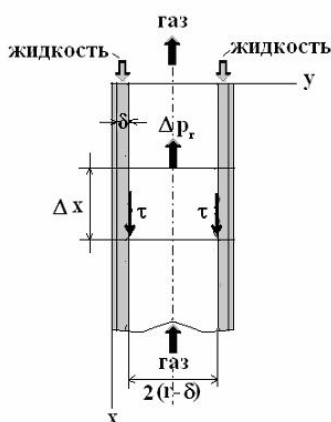


Рис. 2 – Действующие силы на элементарный объём газа

Баланс сил, приложенных к выделенному элементарному объёму газа, представляется следующим уравнением:

$$\Delta p_r \cdot 2(r - \delta) \cdot H = 2\tau H \Delta x, \quad (9)$$

при $\Delta x \rightarrow 0$ получаем

$$\frac{dp_r}{dx} = \frac{\tau}{r - \delta} = \frac{\tau}{r(1 - \frac{\delta}{r})}, \quad (10)$$

Учитывая, что $\frac{\delta}{r} \ll 1$, имеем при $y = h$

$$\frac{dp_r}{dx} = \pm \frac{\tau}{r} \quad (\langle\langle + \rangle\rangle - \text{прямоток}, \langle\langle - \rangle\rangle - \text{противоток}). \quad (11)$$

Таким образом, математическая модель движения тонкого слоя вязкой жидкости по наклонной поверхности в контакте с турбулентным газовым потоком представляется системой уравнений (1) – (11). Данные уравнения описывают движение только одной фазы – жидкостной плёнки, а контактное динамическое воздействие турбулентного газового потока учитывается касательным и нормальным напряжениями на свободной поверхности жидкостной плёнки, определяемыми соотношениями (7) и (11).

2 Расчётная часть

Для ламинарного безволнового течения пленки жидкости, характерно постоянство толщины слоя жидкости $h = h_0 - const$, а также постоянство расхода жидкости в любом сечении $q = q_0 = \int_0^h u \, dy - const$.

В этом случае продольная скорость только от поперечной координаты, а поперечная скорость равна нулю

$$u = u(y), \quad v = 0. \quad (12)$$

Таким образом, математическое описание ламинарного течения жидкости в контакте с газовым потоком представляется следующей дифференциальной задачей:

а) уравнения движения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \sin \beta \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= -g \cos \beta \end{aligned} \quad (13)$$

б) граничные условия:

$$\text{при } y = 0 \quad u = 0; \quad (14)$$

$$\text{при } y = h_0: \quad p = p_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \pm \frac{\tau}{\mu}, \quad (15)$$

где «+» –прямоток, «-» – противоток).

в) условие неразрывности

$$q_0 = \int_0^{h_0} u \, dy \quad (16)$$

Решение задачи (13) – (15) представляются следующими соотношениями:

— распределение давления

$$p(x, y) = \rho g (h_0 - y) \cos \beta + p_{\Gamma} |_{y=h_0}; \quad (17)$$

— распределение скорости

$$u(y) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2, \quad (18)$$

$$\text{где } a_0 = 0, \quad a_1 = \frac{3q_0}{h_0^2} \mp \frac{\tau}{2\mu}, \quad a_2 = \pm \frac{3\tau}{4\mu h_0} - \frac{3q_0}{2h_0^3}.$$

По заданному расходу жидкости q_0 из первого уравнения (13) находим уравнение для определения толщины плёнки жидкости h_0

$$h_0^3 \pm \frac{3}{2} \frac{\tau}{\rho g \sin \beta} h_0^2 - \frac{3\nu q_0}{g \sin \beta} = 0, \quad (19)$$

здесь знаки «+» – прямоток, «-» – противоток.

При неподвижном газовом потоке ($\tau = 0$) толщина пленки жидкости определяется по известной формуле Нуссельта

$$h_N = \sqrt[3]{\frac{3\nu q_0}{g \sin \beta}}, \quad (20)$$

На рис. 3 изображена зависимость $h_N = h_N(\text{Re})$ при $\beta = 30^\circ$.

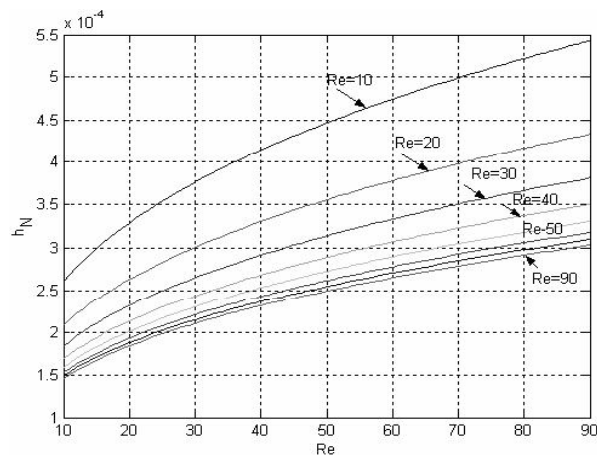


Рис. 3 – Толщина плёнки жидкости $h_N = h_N(\text{Re})$ (h_N – мм)

Приведем уравнение (19) к безразмерной форме относительно безразмерной толщины пленки

$$h_1 = \frac{h}{h_N}. \quad (21)$$

В результате

$$h_1^3 \pm \tau_1 h_1^2 - 1 = 0 \quad (\leftarrow) \text{ – прямоток, } (\rightarrow) \text{ – противоток}, \quad (22)$$

где безразмерное касательное напряжение:

$$\tau_1 = \frac{3\tau}{2\rho g h_N \sin \beta} \quad (23)$$

Решения уравнения (21) для толщины плёнки жидкости $h_1(\tau_1)$ изображены на рисунках 4 (прямоток) и 5 (противоток).

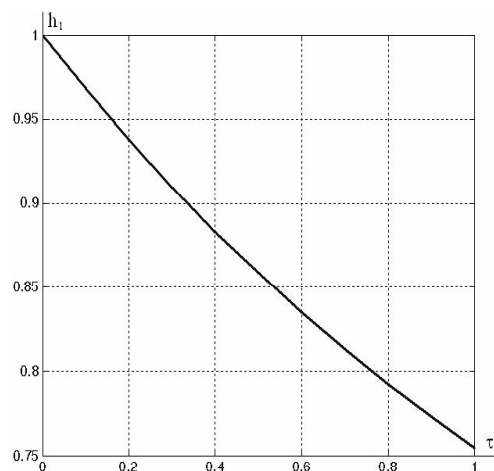
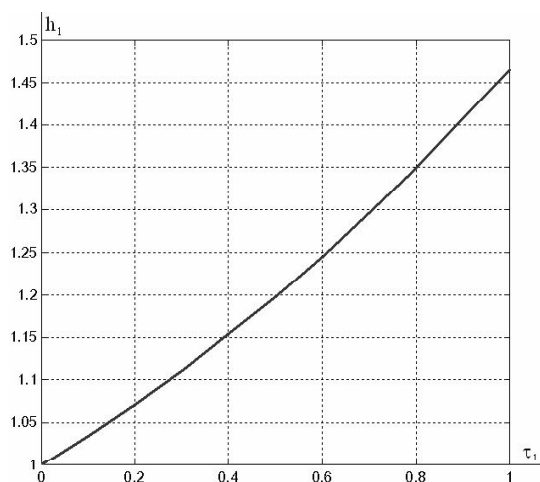


Рис. 4 – Толщина плёнки жидкости (прямоток) Рис. 5 – Толщина плёнки жидкости (противоток)

При слабом гидродинамическом взаимодействии, при $\tau_1 \ll 1$ толщина слоя жидкости определяется соотношением

$$h_0 = h_N \left(1 \mp \frac{\tau_1}{3}\right) = h_N \mp \frac{\tau}{2\rho g \sin \beta} \quad (\leftarrow) \text{ – прямоток, } (\rightarrow) \text{ – противоток}. \quad (24)$$

Из уравнения (19) следует, что в режиме противотока расход жидкости q_0 приобретает отрицательное значение

$$\text{при } \frac{\tau}{\rho g \sin \beta} > \frac{2}{3}, \quad (25)$$

т. е. имеет место «захлебывание».

Распределение продольной скорости плёнки жидкости при ламинарном течении определяется формулой

$$u_0(y) = \frac{3q_0 y}{h_0^2} \left(1 - \frac{y}{2h_0}\right) \mp \frac{\tau y}{2\mu} \left(1 - \frac{3y}{2h_0}\right) \quad (\leftarrow) \text{ – прямоток, } (\rightarrow) \text{ – противоток}. \quad (26)$$

Приведём данное соотношение к безразмерному виду, учитывая что

$$u_1 = \frac{u_0 h_0}{q_0}, \quad y_1 = \frac{y}{h_0}, \quad h_1 = \frac{h_0}{h_N}, \quad \tau_1 = \frac{3\tau}{2\rho g h_N \sin \beta} \quad (27)$$

В результате получим

$$u_1(y_1) = 3y_1 \left(1 - \frac{y_1}{2}\right) \mp \tau_1 h_1^2 y_1 \left(1 - \frac{3}{2} y_1\right) \quad (28)$$

В случае прямотока

$$u_1 = (3-b)y_1 - \frac{3}{2}(1-b)y_1^2, \quad b = \tau_1 h_1^2 \quad (29)$$

Учитывая решение уравнения (22) при изменении величины τ_1 от 0 до 1, толщина пленки жидкости h_1 и величина b изменяются монотонно в пределах $0 \leq h_1 \leq 1,4656$; $0 \leq b \leq 2,1480$ (рис. 6)

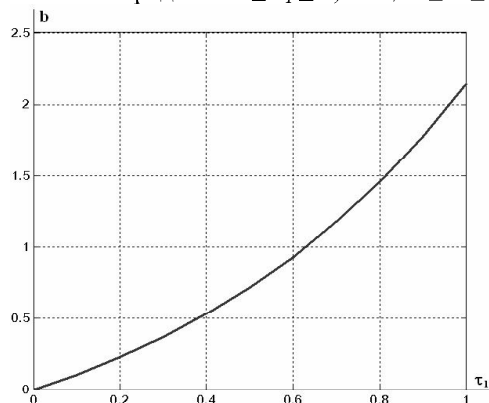


Рис. 6 – Изменение величины $b = b(\tau_1)$ (прямоток)

причем при $\tau_1 = 0,645$, $h_1 = 1,2704$, $b = 1$ распределение скорости – линейное

$$u_1(y_1) = 2 y_1. \quad (30)$$

В случае противотока

$$u_1(y_1) = (3+b)y_1 - \frac{3}{2}y_1^2(1+b). \quad (31)$$

Учитывая решение уравнения (22) при изменении величины τ_1 от 0 до 1, толщина пленки жидкости h_1 и величина b изменяются монотонно в пределах $0,7549 \leq h_1 \leq 1$; $0 \leq b \leq 0,5699$ (рис.7)

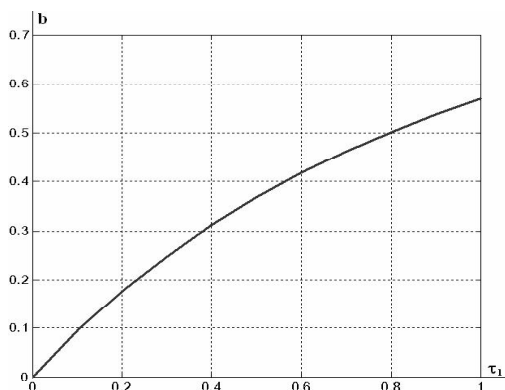


Рис. 7 – Изменение величины $b = b(\tau_1)$ (противоток)

Выводы

Таким образом, при ламинарном безволновом режиме течения жидкости по наклонной поверхности в контакте с газовым потоком соотношения (17), (18) и (19) в полном объёме определяют распределение давления и скорости, а также толщины слоя жидкости при заданном её расходе.

Литература

1. Капица П.Л. Волновое течение тонких слоёв жидкости. – ЖЭТФ. 1948, т. 18, вып. 1, с. 3 – 28.
2. Марценюк А.С., Стабников В.Н. Пленочные тепло- и массообменные аппараты в пищевой промышленности. – М.: Легкая и пищевая пром-сть, 1981.– 160 с.