this procedure requires information only about a molecular mass. It is shown that the data on transfer coefficients of separate homologs may be interpreted as data for the mixtures of the same molecular mass composed of the members of this series.

## Литература

- 1. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982. 592 с.
- 2. Геллер В.З., Запорожан Г.В., Роткоп А.Л. Обобщение данных о теплофизических свойствах нефтепродуктов. Теплопроводность. – ИФЖ, 1981. – Т. 40. – № 5. – С. 912.
- 3. VDI Heat Atlas. Second addition. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2010.
- 4. Мустафаев Р.А. Теплофизические свойства углеводородов при высоких параметрах состояния. М.: Энергия, 1980. 296 с.
- 5. Мухамедзянов Г.Х., Усманов А.Г. Теплопроводность органических жидкостей. М.: Химия, 1971.– 115 с.
- 6. Керамиди А.С. Экспериментальное исследование коэффициента динамической вязкости жидких парафиновых углеводородов и нефтепродуктов. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Одесса, 1972.
- Wada Y., Nagasaka Y., Nagashima A. Measurements and correlation of the thermal condactivity of liquid nparaffin hydrocarbons and their binary and ternary mixtures // Int. J. Thermophys., 1985. – Vol. 6. – N 3. – P. 251-265.
- 8. Пугачевич П.П., Хворов Ю.А. // ЖФХ, 1978. Т. 52. № 6. С. 1560.
- 9. Ducoulombier D., Zhou H., Boned C., Peyrelasse J. // J. Phys, Chem. 1986. Vol. 90. N 8. P. 192-1700
- 10. Poltz H. //Int. Journ. Heat Mass Transfer. 1965. Vol. 8. P. 515-524.
- 11. Геллер В.З., Парамонов И.А., Татевосов Г.Д. Теплофизические свойства жидкостей. М., 1973. С. 93-97.

## УДК 532.13

# ОБЪЕМНАЯ ВЯЗКОСТЬ ФЛЮИДА В ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЖИДКОСТЬ-ГАЗ

### Бошкова И.Л., канд. техн. наук, доц., Кузнецов И.О., канд. техн. наук, доц., Анвар Зеаитер, аспирант, Шамшик И.А., аспирантка Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

Получено, что решение уравнения движения для случая течения сжимаемых флюидов в капилляре позволяет предсказать значения коэффициентов объемной вязкости при различной степени приближения к критической точке. Расчеты показали аномальный рост объемной вязкости в окрестности критической точки, что обусловлено значительным увеличением сжимаемости флюида.

Found that the solution of the equation of motion for the flow of compressible fluids in capillary lyare to predict values of the coefficients of bulk viscosity at a different degree of the approximation to the critical point. Calculations showed abnormal growth of bulk viscosity near the critical point, due to a significant increase in fluid compressibility.

Ключевые слова: капилляр, ламинарный поток, критическая точка, объемная вязкость, сжимае-мость.

Определение коэффициентов объемной вязкости жидкости, термодинамическое состояние которой близко к критической точке жидкость-газ, является сложной задачей, как для теоретиков, так и для экспериментаторов. Здесь требуется особая подготовка к эксперименту для сведения к минимуму влияния внешних сил. Так, при экспериментальном определении критической вязкости силы гравитации Земли приводили к существенной стратификации плотности [1]. Как отмечают авторы, негомогенность плотности составляет 7 % даже при малой высоте экспериментальной ячейки (0,7 мм), что затрудняет определение значений коэффициента вязкости в окрестности критической точки. Подобные ограничения наблюдались и для других термодинамических свойств [1]. Кроме того, особую проблему составляет значительный рост времени температурной релаксации: длительное существование экстремально малых температурных градиентов приводит к тому, что для установления равновесия требуется несколько часов или даже дней. Аномальное поведение объемной вязкости в окрестности критической точки можно аналитически описать при учете сопряжения гидродинамических и термодинамических эффектов в окрестности критической точки, анализе нелинейности тензора напряжений с учетом флуктуаций плотностей энергии и массы, как было осуществлено в работе [2] для процесса адиабатного течения жидкости. В [3] предлагается зависимость для определения коэффициентов объемной вязкости, полученная при учете влияния сжатия жидкости на парную функцию распределения и межатомный потенциал. Применение этой зависимости для расчета коэффициента объемной вязкости в тройной точке Леннард-Джонсовской жидкости хорошо согласуется с результатами, полученными другими методами. Однако, как теоретическое моделирование, так и экспериментальное определение объемной вязкости в канале. Вследствие этого при решении задач гидродинамики часто возникают проблемы определения эффективной вязкости, куда входит как объемная, так и сдвиговая компонента [4].

В предлагаемой работе для количественного определения значений η' при ламинарном течении сжимаемого флюида был использован метод, суть которого состоит в решении задачи расчета профиля скоростей по диаметру капилляра. Выбрав за критерий правильности значений η' условие равенства заданного и расчетного расходов, можно провести корректировку коэффициентов при любой степени приближения к критической точке.

#### Математическое описание модели и принятые допущения

Задача расчета распределения скоростей флюида по сечению капилляра решалась для следующих условий и допущений:

1. Жидкость движется в капилляре круглого сечения в термодинамическом состоянии, близком к критической точке, т.е. в условиях высокой сжимаемости потока.

2. Рассматривается изотермический процесс течения.

3. Поток является стационарным, изменением во времени характеристик потока можно пренебречь.

4. Давление в канале зависит только от продольной координаты и по сечению канала не меняется.

5. Силы гравитации не учитываются.

6. Течение является строго аксиальным, радиальные и азимутальные компоненты скорости равны нулю.

В рассматриваемых условиях уравнение движения принимает вид [5]:

$$\rho w \frac{\partial w}{\partial z} - \eta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = -\frac{dp}{dz} + \eta \left( \frac{4}{3} + \frac{\eta'}{\eta} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} .$$
(1)

Принимая, что  $\frac{\partial w}{\partial z} = const$  по сечению капилляра, т.е.  $\frac{\partial \overline{w}}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z}$  (что допустимо для потоков с осе-

вой симметрией и при допущении, что плотность и давление по сечению не меняется), из условия постоянства массового расхода  $G = A\overline{w}/v$  можно определить производную  $\frac{\partial w}{\partial x}$ :

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{G}{A} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \frac{dp}{dz} \,.$$

Для этого случая существует аналитическое решение уравнения (1), полученное авторами с помощью средств Maple V с учетом граничных условий (на стенке капилляра скорость равна нулю и максимальна — в центре):

$$w(r) = \frac{C - D}{k^2} \left( 1 - \frac{I_0(kr)}{I_0(kR)} \right),$$
(3)

где 
$$C = \left(\frac{4}{3} + \frac{\eta'}{\eta}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$
,  $D = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dz}$ ,  $k^2 = \frac{G}{vA} \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dz}$ ,  $I_0$  — функция Бесселя мнимого аргумента.

Уравнение (3) позволяет рассчитать распределение скорости потока по капилляру радиусом *R* при ламинарном режиме с учетом сдвиговой и объемной вязкости и может применяться как для несжимаемых, так и сжимаемых жидкостей. Когда жидкость несжимаема, расчет показывает, что профиль скоростей параболический и полностью совпадает по значениям со скоростями, получаемыми по известному уравнению [6]:

$$w(r) = -\frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dz} \left( R^2 - r^2 \right) \,. \tag{4}$$

13

(2)

Расчеты по уравнению (3) показали, что без правильных значений коэффициентов объемной вязкости можно определить только качественное изменение формы профиля скоростей. Поэтому в качестве критерия достоверности предсказываемых коэффициентов принималось равенство массового расхода на входе массовому расходу в рассчитываемом сечении, который определялся по значениям рассчитываемых скоростей и плотности флюида.

В околокритической области изотермическая сжимаемость  $\beta = -\frac{1}{\upsilon} \left( \frac{\partial \upsilon}{\partial p} \right)_T$  стремительно растет, что

отражается в росте производной  $\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T$ , которая определяется по термодинамическому уравнению со-

стояния исследуемой жидкости. При проведении расчетов для диоксида углерода первоначально принималось уравнение Редлиха-Квонга, однако в исследуемой области правильных количественных значений не удалось получить, что объясняется отклонением хода изотермы в околокритической области от кубической аппроксимации. Наиболее точные значения при расчете свойств диоксида углерода были получены с помощью уравнения состояния в виде зависимостей [7], где основное уравнение выражено в безразмерной форме энергии Гельмгольца с двумя независимыми переменными (плотность и температура). Это уравнение сопряжено с системой зависимостей, которые содержат 42 члена с показателями степеней, определенных с помощью специального процесса (метод эволюции) при использовании критически отобранных экспериментальных данных по давлению, плотности, теплоемкости, скорости звука и др. При выводе особое внимание было сфокусировано на описании термодинамических параметров в непосредственной близости к критической точке. С помощью пакета прикладных программ ThermoC [8], составленного на основе уравнения состояния [7], для окрестности критической точки получено уравнение критической изотермы  $p = p(v)_{T=T_c}$  в виде полинома и далее — определены значения производной

$$\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial p}\right)_{T}$$

При расчете производной  $\frac{dp}{dz}$  предполагалось, что потери давления по длине соответствовали из-

вестным зависимостям для потерь давления при стабилизированном ламинарном течении, с тем отличием, что вместо коэффициента кинематической сдвиговой вязкости в числе Рейнольдса была принята эффективная вязкость в виде комбинации коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости.

В табл. 1 представлены результаты расчета коэффициента объемной вязкости. Исходные данные приближались к условиям проведения эксперимента [9]. Вещество — диоксид углерода CO<sub>2</sub>, процесс идет по критической изотерме  $T_c = 304,19$  К, диаметр капилляра — 8 мм, массовый расход  $G = 2,1843 \cdot 10^{-4}$  кг/с.

N₂	Удельный объем	Сжимаемость	Соотношение
	υ, м <sup>3</sup> /кг	β, 1/Πa	η′/η
1	0,0017	1,798.10-5	0,00
2	0,002	$1,63 \cdot 10^{-4}$	0,001
3	0,0020922	$3,331 \cdot 10^{-1}$	0,01
4	0,002092270	2,519	0,29
5	0,002092275	4,743	0,39
6	0,002092276	5,759	0,48
7	0,002092277	7,328	0,81
8	0,002092278	10,072	1,79
9	0,002092279	16,103	2,7
10	0,00209228066	2669,05	128
11	0,00807	$2,1106 \cdot 10^{-8}$	0,00

Таблица 1 – Изменение коэффициентов объемной вязкости при приближении к критической точке по отношению к коэффициентам сдвиговой вязкости

Для случая несжимаемой жидкости объемная вязкость η' равна или приближается к 0 (гипотеза Стокса), и при расчете профиля скоростей по уравнению (3) ее вклад пренебрежимо мал. Из таблицы видно, что к особенностям критической точки следует отнести рост коэффициента объемной вязкости. В отличие от сдвиговой вязкости, на которую медленные процессы установления равновесия при сжатии/расширении жидкости влияния не оказывают [10], объемная вязкость, связанная с деформацией сжимаемых объемов, стремительно растет.

Полученные значения можно сопоставить с имеющимися экспериментальными данными. Соотношение коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости, согласно экспериментальным данным, полученных на воде и органических жидкостях, может находиться в интервале от 1 до 120 [5]. По-видимому, такой разброс значений связан с различной степенью приближения к критической точке.

**Условные обозначения.**  $\rho$ ,  $\upsilon$  — плотность и удельный объем флюида, P — давление, w — скорость потока,  $\overline{w}$  — средняя скорость, G — массовый расход, R, D, A — радиус, диаметр и площадь поперечного сечения капилляра, соответственно;  $\eta$  — коэффициент динамической сдвиговой вязкости,  $\eta'$  — коэффициент объемной вязкости, v — коэффициент кинематической сдвиговой вязкости, r — текущий радиус, z — текущая координата.

### Выводы

Аналитически подтвержден аномальный рост коэффициентов объемной вязкости в окрестности критической точки, что свидетельствует об усилении объемной диссипации энергии и представляется одним из механизмов, компенсирующим рост сжимаемости.

#### Литература

- Berg R.F., Moldover M.R. Critical exponent for the viscosity of carbon dioxide and xenon // J. Chem. Phys. - 1990. - Vol.93. - No.3. - Pp. 1926-1938.
- Onuki A. Dynamic equations and bulk viscosity near the gas-liquid critical point // Physical Review E. 1997. – Vol.55. – No. 1. – Pp. 403-420.
- Ocumura H., Yonezawa F. Approximate formula for bulk viscosity // J. Of Physical Society of Japan. 2002. – Vol.14. – No.3. – P. 685-688.
- 4. Dellar P.J. Bulk and shear viscosities in lattice Boltzman equations // Published as DOI: 10.1103. /PhysRevE.64.031203. 2001. P. 11.
- Van den Berg H.R., ten Seldam C.A., Van der Gulic P.S. Compressible laminar flow in capillary //J. Fluid Mechanic. – 1993. – Vol. 246. – Pp. 1-20.
- 6. Повх И.Л. Техническая гидромеханика. Ленинград: Машиностроение. 1976. 502 с.
- Span R., Wagner W. A new equation of state for carbon dioxide covering the fluid region from the triplepoint temperature to 1100 K at pressures up to 800 MPa // J. Phys. Chem. Ref. Data. – 1996. – Vol.25. – No.6. – Pp. 1510-1594.
- Deiters U.K. A modular program system for the calculation of thermodynamic properties of fluids // Chem. Eng. Technol. – 2000. – Vol. 23. – No.7. – PP. 581-584.
- Levent Sengers J.M.H., Deiters U.K., Klask U., Swidersky P, Schneider G.M. Application of the Taylor dispersion method in supercritical fluids // I.J. of Thermophysics. – 1993. – Vol.14. – No.3. – Pp. 893-921.
- 10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1–986. 736 с.

УДК 532.133

# РАСЧЕТ ВЯЗКОСТИ СМЕСЕЙ КОМПРЕССОРНОГО МАСЛА С ИЗОПРОПИЛОВЫМ СПИРТОМ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ЖЁСТКИХ СФЕР

## Шимчук Н.А., аспирант, Лапардин Н.И., канд. техн. наук, доцент, Геллер В.З., д-р техн. наук, профессор Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

Вязкость смеси смазочного масла и изопропилового спирта были измерены в диапазоне температур от 303 до 343 К при массовой концентрации масла от 80 до 95 %. Модифицированным методом жёстких сфер проведен расчет вязкости в указанном диапазоне температур и состава смеси.

The viscosity of the mixture of the lubrication oil with the isopropyl alcohol have been measured over a temperature range from 303 to 343 K and a range of oil mass fraction from 80 to 95 %. A modified rough hard-sphere method was used to calculate viscosity in the indicated ranges of temperatures and compositions. Ключевые слова: смеси, температура, вязкость, смазочное масло.