4. Промтов М.А. Пульсационные аппараты роторного типа: теория и практика / М.А. Промтов. – М.: Машиностроение, 2001. – 260 с.
5. Литвиненко О.А. Кавітаційні пристрої в харчовій, переробній та фармацевтичній промисловості / О.А. Литвиненко., О.І. Некоз. – К.: РВЦ УДХТ, 1999. – 87 с.
6. Сыротюк М.Г. Кавитационная прочность воды / М.Г. Сыротюк. Труды акустического институту. – 1969. – Вып. 6. – С. 5 – 15.
7. Ультразвуковая технология / под ред. Б.А. Аграната, М.: Металлургия, 1974. – 505 с.
8. Адамсон А. Физическая химия поверхностей / А. Адамсон. – М.: Мир, 1979. – 568 с.
9. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей / Я.И. Френкель. – Л.: Наука, 1975. – 592 с.
10. Кикучи Е. Ультразвуковые преобразователи / Е. Кикучи, пер с англ. И.П. Галяминой. – М.: Мир, 1972. – 424 с.
11. Гатчек Э.Э. Вязкость жидкостей / Э.Э. Гатчек. – М-Л.: ОНТ, 1935. – 312 с.

УДК 532.5.013.4 +534.222.2+536.46

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ И ОЦЕНКА МАСШТАБА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Волков В.Э., доктор техн. наук, доцент
Одесская национальная академия пищевых технологий, м.Одесса

Разработан оригинальный метод оценки масштаба турбулентности на основе решения задачи об устойчивости ламинарного потока. Действенность метода демонстрирует его применение к исследованию неустойчивости и структуры волн горения и детонации.

Original method for estimating of the turbulence scale is worked up on the base of solution for the problem of the laminar flow stability. Efficiency of this method is demonstrated by its application to investigations of instability and structure of the flame waves and detonations.

Ключевые слова: турбулентность, масштаб турбулентности, гидродинамическая неустойчивость, горение, детонация.

В современной науке под турбулентностью (от латинского turbulentus – бурный, беспорядочный) принято понимать явление самопроизвольного случайного образования в потоке жидкости или газа многочисленных нелинейных фрактальных волн и обычных, линейных волн с различными длинами и амплитудами. Турбулентность была открыта экспериментально английским механиком Осборном Рейнольдсом (Reynolds) в 1883 г. при изучении течения воды в круглых цилиндрических трубах [1]. К настоящему времени создано большое количество разнообразных физико-математических (в том числе и полуэмпирических) моделей для расчёта турбулентных течений жидкости и газа, которые отличаются друг от друга как сложностью решения, так и точностью описания течения [2-5]. Практически все эти модели реализованы в современных программах расчёта гидродинамических течений (например, в открытой интегрируемой платформе для численного моделирования задач механики сплошных сред OpenFOAM, последняя версия которой относится к 2013г.). Основная идея всех моделей сводится к предположению о существовании средней скорости потока и среднего отклонения от нее, т.е. к формуле

$$u = \overline{u} + u', \qquad (1)$$

где u – скорость (или компонента скорости) потока,

$\overline{u}$ – средняя скорость,

u' – среднее отклонение.

Важной статистической характеристикой турбулентности является масштаб турбулентности Λ [6,7], который дает представление о пространственной структуре турбулентных возмущений. Указанные выше численные методы моделирования турбулентных течений позволяют рассчитать величину Λ (в ряде случаев – достаточно точно), однако такие расчеты требуют значительных затрат машинного времени. В то же время, для многих практических задач гидро- и газодинамики нет необходимости в расчете величин $\overline{u}$ и u' с последующим вычислением Λ, а требуется лишь приблизительная оценка масштаба турбулентности, произведенная без существенных затрат компьютерных ресурсов. Такой подход представляется наиболее продуктивным для вычислений в режиме реального времени.

Целью настоящей работы является разработка достаточно универсального численно-аналитического метода оценки масштаба турбулентности, позволяющего рассчитывать Λ по упрощенной схеме с минимальным расходом машинного времени (пусть даже в ущерб точности).

Движение сплошной среды (жидкости или газа) описывается уравнениями Эйлера (в случае идеальной среды) или Навье-Стокса (в случае вязкой среды) в совокупности с уравнением неразрывности, выражающим физический закон сохранения массы [1]. Если среда сжимаема, то данная система уравнений дополняется уравнением баланса энергии [1] с учетом уравнения состояния газа. Уравнения дополняются граничными условиями, которые могут быть условиями на жестких стенках (непроницаемость стенки – для идеальной среды, прилипание к стенке – для вязкой среды), на свободных поверхностях, на поверхностях раздела различной природы, на бесконечности и т.п. В подавляющем большинстве случаев задача с начальными условиями (задача Коши) для указанных выше уравнений и граничных условий некорректна в том смысле, что не допускает единственность решения: более того – решений, как правило, бесконечно много, и выделение всех классов этих решений не представляется возможным. Собственно говоря, этот факт и является математическим обоснованием возможности турбулизации ламинарного потока (ламинарному течению соответствует один класс решений уравнений гидродинамики, турбулентному – другой).

Из-за невозможности корректной постановки задачи с начальными условиями для уравнений гидродинамики вопрос о возможности перехода ламинарного движения в турбулентное обычно сводится к решению задачи об устойчивости ламинарного течения – точнее, об устойчивости стационарного решения уравнений, соответствующего ламинарному течению – и к указанию границы потери этой устойчивости [1].

При всей своей сложности математическая теория устойчивости ламинарных течений в обобщенном виде может быть изложена следующим образом: на одномерное (как правило) стационарное решение уравнений гидродинамики, соответствующее ламинарному потоку среды, налагаются малые нестационарные возмущения; рост этих возмущений со временем означает потерю устойчивости и переход к турбулентности [8].

В двумерном случае возмущения задаются в виде

$$\sim \exp(ihy + \omega t), \tag{2}$$

где

$$h = 2\pi / \lambda , \tag{3}$$

причем $\lambda > 0$ – длина волны возмущения, $h > 0$ – волновое число, i – мнимая единица (i2 = -1), ω – собственное число (вообще говоря, комплексная величина), y – пространственная координата, обозначающая направление, ортогональное невозмущенному потоку. Такой выбор формы возмущений связан с тем, что любое линеаризованное возмущение можно по координате y представить рядом (или интегралом) Фурье, т.е. получить наложением элементарных волн типа $\exp(ihy)$. Непременным граничным условием для возмущений является их ограниченность на бесконечности.

Если в результате решения задачи на собственные значения соблюдено неравенство

$$\mathrm{Re}\, \omega > 0, \tag{4}$$

то имеет место неустойчивость и, как следствие, переход к турбулентности.

Если справедливо неравенство

$$\mathrm{Re}\, \omega < 0, \tag{5}$$

то имеет место устойчивость течения по отношению к возмущениям вида (2), что, вообще говоря, нельзя считать абсолютной гарантией устойчивости.

Случай

$$\mathrm{Re}\, \omega = 0, \tag{6}$$

является нейтральным и требует изменения постановки задачи (как правило – перехода к более сложной модели течения) для выяснения вопроса об устойчивости ламинарного потока и возможности его автотурбулизации.

Таким образом, классическая теория гидродинамической устойчивости позволяет решить вопрос о возможности перехода ламинарного течения в турбулентное. Однако, как показывает ряд проведенных нами исследований в области устойчивости и структуры волн горения и детонации [9-14], развитие теории устойчивости делает возможным оценку масштаба турбулентности Λ.

Характеристическое уравнение для собственного числа ω в самом общем случае имеет вид

$$F(\omega,\lambda) = 0, \tag{7}$$

где F – многопараметрическая функция, как правило – полином или квазиполином от ω.

Если функция F не зависит от длины волны возмущения λ, то соблюдение достаточного условия неустойчивости (4) означает так называемую абсолютную неустойчивость, т.е. неустойчивость по отношению к возмущениям с любыми длинами волн, как это имеет место при решении задачи об устойчивости плоского фронта пламени в идеальной несжимаемой среде [8,15].

Если функция F явно зависит от длины волны возмущения λ, то может иметь место как абсолютная неустойчивость, так и неустойчивость по отношению к ограниченному спектру длин волн – дискретному или непрерывному. При этом число неустойчивых корней уравнения (7) может быть как конечным (например, если F – полином), так и бесконечным (если F – квазиполином). В любом из этих случаев удается, как правило, отыскать длину волны λm максимально быстро нарастающего со временем возмущения, которую можно принять в качестве оценки масштаба турбулентности. Если задача об устойчивости решается для вязкой среды, то по длине волны λm можно вычислить также и критическое число Рейнольдса Re_λ^*, превышение которого означает развитие неустойчивости и переход к турбулентности, причем

$$\mathrm{Re}_\lambda^* = \frac{\lambda_m \nu}{u_1}, \tag{8}$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости, u_1 – характерная скорость процесса (например, скорость постоянного ламинарного течения, скорость нормального горения или скорость детонации).

В применении к исследованию структуры турбулентного фронта пламени [16-19] или ячеистой детонации [16-18] приведенный выше метод оценки масштаба турбулентности приводит к совпадению полученных теоретически результатов [9-14] с данными экспериментов [16,20,21]. Например, удается с высокой степенью точности оценить размер детонационной ячейки [16,17] (Рис. 1), а также рассчитать спиновую детонацию [16,17] (Рис. 2).

Рис. 1 – Фотография следов, оставленных фронтом волны детонации на закопченной пластине, помещенной в торце трубы

Детонация смеси водорода с кислородом (2H2+02) прошла в трубе при начальном давлении 300 мм рт. ст.

Рис. 2 – Фотография распространяющейся по трубе спиновой детонации (в газовой смеси)

Фотографирование производилось через щель, параллельную оси трубы, на движущуюся пленку. Вращающийся по винтовой линии излом на фронте волны периодически появлялся перед щелью.

Приведенный выше метод оценки масштаба турбулентности является достаточно универсальным. Однако в каждом конкретном случае при решении задачи об устойчивости необходимо, по крайней мере, получить в явном виде характеристическое уравнение (5), которое затем может быть решено либо аналитически (как это сделано, например, в работах [9,10,12]), либо численно (см., например, [11]). Впрочем, машинное время для численного решения алгебраических уравнений вида (5) составляет для современных компьютеров доли секунды, что более чем достаточно для практических целей.

Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: ГИТТЛ,1957. – 785 с.
2. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч.1. – М.: Наука, 1965. – 639 с.
3. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч.1. – М.: Наука, 1967. – 720 с.
4. Турбулентность. Принципы и применения /Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
5. Методы расчета турбулентных течений /Под ред. В.Кольмана. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
6. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса //Докл. АН СССР, 1941. – Т.30, №4. – С. 299-303.
7. Брэдшоу П. Введение в турбулнтность и ее измерение. – М.: Мир, 1974. – 278 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т.: Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.– 1986. – 736 с.
9. Асланов С.К., Волков В.Э. Интегральный метод анализа устойчивости ламинарного пламени //Физика горения и взрыва, 1991, №5. – С. 160-166.
10. Aslanov S., Volkov V. On the Instability and Cell Structure of Flames. //Archivum combustionis, 1992, Vol.12, Nr. 1–4. – P. 81-90.
11. Асланов С.К., Волков В.Э., Царенко А.П. Математический анализ структуры детонационных волн в различных средах //Вісник Одеського державного університету. Сер.: фіз.-мат. науки, 1999. – Т. 4, вип.4. – С. 134-140.
12. Волков В.Э., Рыбина О.Б. Об устойчивости плоской стационарной волны медленного горения в сжимаемой среде. //Дисперсные системы. XXI научная конференция стран СНГ 20-24 сентября 2004 г., Одесса. Тезисы докладов. – Одесса: "Астропринт", 2004. – С. 75-76.
13. Aslanov S.K., Volkov V.E. Dispersion of Drops and Theory of Aerosol Detonation //Seventh International Symposium on Hazards, Prevention and Mitigation of Industrial Explosions: Thirteeenth International Colloquim on Dust Explosions & Eighth Colloquium on Gas, Vapor, Liquid, and Hybrid Explosions. St. Petersburg, Russia. July 7-11, 2008. – St. Petersburg, 2008. – Vol.2. – P.250-254.
14. Volkov V.E. Instability of Flames in Cylindrical Tubes and Combustors // Nonequlibrium Processes: Plasma, Combustion and Atmospheric Phenomena. Third International Symposium of Nonequlibrium Processes, Plasma, Combustion and Atmospheric Phenomena. Abstracts of presentations. – Moscow: TORUS PRESS, 2007. – P.46.
15. Ландау Л.Д. К теории медленного горения //Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1944. – Т.14, №6. – С. 240-244.
16. Щелкин К.И., Трошин Я.К. Газодинамика горения. – М.: Изд-во АН СССР.– 1963.–256 с.
17. Зверев И.Н., Смирнов Н.Н. Газодинамика горения. – М.: Изд-во МГУ.– 1987.–307с.
18. Щетинков Е.С. Физика горения газов. – М: Наука, 1965. – 739 с.
19. Кузнецов В.Р., Сабельников В.А. Турбулентность и горение. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 288 с.
20. Трошин Я.К., Щелкин К.И.Структура фронта шаровых пламен и неустойчивость нормального горения //Изв. АН СССР. ОТН, 1955. – № 9. – С. 160–166.
21. Гуссак Л.А., Спринцина Е.Н., Щелкин К.И. Исследование устойчивости фронта нормального пламени – Физика горения и взрыва, 1968. – Т. 4, №3. – С. 358-366.