

13. Пат. US2013126102 (A1) США, МПК В 01 D 1/14. Vacuum-pressure spray-drying method and vacuum-pressure spray-drying device / Kitamura Yutaka, Yamazaki Kazuhiko ; заявник Kitamura Yutaka, Yamazaki Kazuhiko. – № 20130126102; заявл. 07.2010 ; опубл. 23.05.2013.
14. Пат. JP2011055811 (A) Японія, МПК А 23 К 1/16, А 23 К 1/20, А 23 К 1/30. Method for producing plant extract powder / Takabayashi Tei Yamada Yasushi ; заявник Ogawa & Coltd; заявл.14.09.2009 ; опубл. 24.03.2011.

УДК 621.001.2:519.168

## ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Амбарцумянц Р.В., д-р техн. наук, профессор  
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

*Введено понятие  $n$ -дольные графы и доказана теорема о числе простых циклов, позволяющая вести направленный поиск оптимального решения задач проектирования технических систем, независимо от их назначения.*

*The concept of  $n$ -partite graphs has been introduced and the theorem of the prime cycles number, allowing to conduct direct search of the tasks optimal solution of technical systems design, regardless of their function, has been proved.*

Ключевые слова: система, поиск, оптимальный, граф, простые цепи, параметр, оптимизация.

Проектирование различных технических систем предусматривает определение значений некоторых параметров данной системы, обеспечивающих заданные или требуемые их качественные показатели. Например, высокий коэффициент полезного действия, точность позиционирования рабочего органа захвата или точность воспроизведения его кинематических параметров (положение, скорость, ускорение), экологическая безопасность, высокая производительность и др. Зачастую многие из таких параметров являются взаимоисключающими (противоречивыми), поэтому приходится искать некоторое компромиссное решение, удовлетворяющее усредненным (оптимальным) значениям параметров оптимизации. Ранее считалось, что наиболее удачным является точное решение поставленных задач. Однако, как показывает опыт проектирования и конструирования точное решение любой технической задачи может привести проектировщику в тупик, а именно, невозможность разработки работоспособной конструкции устройства по полученным, в результате точного решения задачи, числовым значениям основных ее параметров.

При проектировании сложных технических систем число параметров, определяющих как конструктивные, так и возможные технологические параметры, для реализации чего и проектируется данное устройство, может достигать несколько десятков, а то и сотен. Учитывать в математической модели всех параметров устройства вряд ли удастся. Если такая модель возможна, то она может получиться сложной, численная ее реализация может стать нецелесообразной (с точки зрения затраты времени на ее решение) или невозможной.

Ниже предлагается новый подход для решения различных технических задач, позволяющий найти наиболее приемлемое решение из множества возможных путем направленного поиска значений части параметров.

Известно, что сложность решения задач по оптимизации, и ее продолжительность в основном зависит не только от границ значений варьируемых параметров, но и их шагов варьирования. Поэтому для уменьшения количества вычислительных операций необходимо разрабатывать некоторую стратегию варьирования так называемых свободных параметров математической модели. При этом, необходимо стремиться учесть все варианты возможных сочетания варьируемых параметров. Невзирая на то, что все технические задачи решаются на современных компьютерах, уменьшение времени вычисления имеет, кроме всего, большое экономическое значение, в виду высокой стоимости машинного времени, что иногда может превышать стоимости даже самого устройства.

Отметим, что при математическом моделировании задачи проектирования любой технической системы не всегда удается получить простую адекватную математическую модель, удобной для решения поставленной задачи. Стремление приблизить математическую модель к реальному процессу зачастую приводит к слишком сложным выражениям, иногда не подающим решениям. В таких случаях целесооб-

разно перейти к более упрощенной математической модели с помощью которой можно получить определенную информацию о критерии (критериях) оптимизации, путем вычисления части параметров технической системы, варьируя при этом по определенной стратегии, свободных (варьируемых параметров).

Предположим, часть элементов технической системы  $(x_1, x_i) \in X_1 \subset X$  определяются в ходе вычислений, а остальная ее часть  $(x_j, x_m) \in X_2 \subset X$  являются свободными и их значениями следует варьировать в ходе вычислений. Естественно предположить, что выше отмечено, объем вычислений и ее продолжительность зависит не только от первой части вычислений, но и от того каким шагом и по какой стратегии варьируются значения свободных параметров. Для решения такой задачи введем понятие  $n$ -дольный граф и докажем следующую теорему.

Если в  $n$ -дольном графе каждая подвершина вершины  $v_i$  содержит  $k_{ij} \quad j=1,2,\dots,n, \quad i=1,2,\dots,k$ , вершин, то число простых цепей длины  $n-1$  равно произведению числа вершин каждого из подмножеств  $n$ -дольного графа

$$Q_{n-1} = \prod_{i=1}^n k_{ij} \quad (1)$$

**Доказательство.** Каждая из вершин первого подмножества  $V_1$  с числом вершин  $k_{1j}$   $n$ -дольного графа, согласно свойству инцидентности [1], соединяется одним ребром с каждой вершиной второго подмножества вершин  $V_2$  с числом вершин  $k_{2j}$   $n$ -дольного графа (рис.1). Число простых цепей длины «1», в чем легко убедиться, равно

$$Q_1 = k_{1j} \times k_{2j} \quad (2)$$

В следующем шаге каждая вершина подмножества  $V_2$  ребрами соединяется с вершинами подмножества  $V_3$  с числом элементов  $k_{3j}$ , образуя простые цепи  $Q_2$  длины «2». В таком случае простые цепи  $Q_1$  преобразуются в  $Q_2 = Q_1 \times k_{3j}$  или, учитывая выражения (2), получим

$$Q_2 = k_{1j} \times k_{2j} \times k_{3j} \quad (3)$$

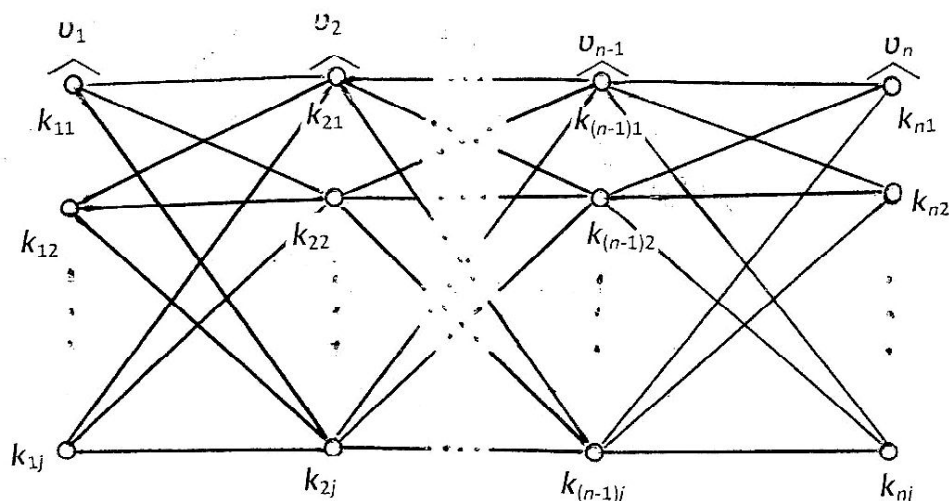


Рис. 1 – Обобщенный  $n$ -дольный граф

Аналогичным образом подмножество вершин  $V_{n-1}$  с числом вершин  $k_{(n-1)j}$  соединяется ребрами с последним подмножеством  $V_n$  с числом вершин  $k_{nj}$ . Следовательно, число маршрутов длины  $n-1$   $Q_{n-1} = Q_{n-2} \times k_{nj}$ . Принимая во внимание выражение (3) можно записать

$Q_{n-2} = k_{1j} \times k_{2jj} \times \dots \times k_{(n-1)j}$ . Для маршрутов длины  $n-1$  окончательно получим

$$Q_{n-1} = k_{1j} \times k_{2jj} \times \dots \times k_{(n-1)j} \times k_{nj} = \prod_{i=1}^n k_{ij}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

Рассмотрим  $3^x$ -дольные графы, в которых для подмножества  $V_1 - j=2$ ; для подмножества  $V_2 - j=3$  и для подмножества  $V_3 - j=4$ .

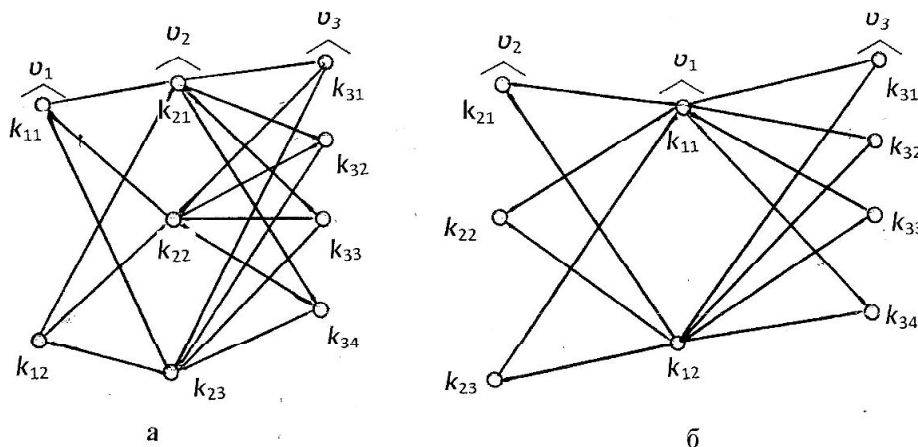


Рис. 2 –  $3^x$ -дольные графы  $G(9,18)$  и  $G(9,14)$ , образованные объединением  $v_1 \cap v_2 \cap v_3$  подвершин –а) и перестановкой подмножеств  $V_1, V_2$  подвершин – б)

На рис. 2а представлен граф, полученный объединением подмножеств  $v_1 \cap v_2 \cap v_3$ , а на рис. 2б – объединением подмножеств  $v_2 \cap v_1 \cap v_3$ . Как и следует из доказанной теоремы, перестановка подвершин в  $n$ -дольном графе не влияет на число простых цепей длины  $n-1$ , число которых в примере равно  $Q_2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 2 \times 4 = 24$ .

**Следствие.** Если число вершин в каждом из подмножеств  $n$ -дольного графа одинаково и равно  $k_{1j} = k_{2j} = k_{3j} = \dots = k_{nj} = k$ , то общее число простых цепей равно

$$Q_{n-1} = k^n. \tag{4}$$

Выражение (4) широко применяется при составлении матрицы при многофакторном планировании экспериментов.

Для математического описания маршрутов можно использовать или матрицу смежности, или матрицу инцидентности [1]. Выбор того или иного способа составления матрицы маршрутов зависит от цели задачи для решения которой синтезирован  $n$ -дольный граф. Если определяющими в поставленной задаче являются ребра между вершинами, то следует пользоваться матрицами инцидентности, например, при структурном синтезе механизмов [2,3], если же определяющими являются вершины графа, то наиболее целесообразным является использование матрицы смежности.

Рассмотрим составление матрицы маршрутов для конечного  $3^x$ -дольного графа по рис. 2,а. Число маршрутов (простых цепей), как ранее установлено, равно 24. Значит, вершины  $(k_{11}, k_{12}) \in V_1$  в маршрутах повторяются в 12 раз, т.е. число повторений равно произведению числа элементов подмножеств  $V_2, V_3$ , а именно  $3 \times 4 = 12$ . Каждая вершина подмножества вершин  $(k_{21}, k_{22}, k_{23}) \in V_2$  повторяется в четыре раза, т.е. столько раз, сколько число вершин в подмножестве  $V_3$ , т.е. в четыре раза. Таким образом, каждое последующее подмножество вершин позволяет определить число повторений вершин соответствующих подмножеств вершин. В таком случае матрицу маршрутов или простых цепей можно представить в виде блочной матрицы

$$Q_2 = \left[ \begin{array}{c|c|c} A_1 & B_1 & C \\ & B_2 & C \\ & B_3 & C \\ \hline & B_1 & C \\ A_2 & B_2 & C \\ & B_2 & C \end{array} \right], \quad (5)$$

где первый столбец соответствует подмножеству вершин  $v_1$  с числом блоков «2», второй столбец соответствует подмножеству вершин  $v_2$  с числом блоков «3», а третий – подмножеству вершин  $v_3$  с числом блоков «6».

Блоки  $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, C$  матрицы (4) имеют вид:

$$\begin{aligned} A_1 &= [k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11} \ k_{11}]^T; \\ A_2 &= [k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12} \ k_{12}]^T; \\ B_1 &= [k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21}]^T, \ B_2 = [k_{22} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22}]^T; \\ B_3 &= [k_{23} \ k_{23} \ k_{23} \ k_{23}]^T; \ C = [k_{31} \ k_{32} \ k_{33} \ k_{34}]^T. \end{aligned} \quad (6)$$

Анализируя представленные матрицы – столбцы легко установить их порядок и правила записи их элементов. Порядок матрицы – столбца и число повторяемых элементов определяется произведением числа элементов последующих за ним подмножеств вершин  $n$ -дольного графа. В приведенном примере матрицы  $A_1, A_2$  имеют порядок  $1 \times (k_{2j} \times k_{3j}) = 1 \times 3 \times 4 = 12$ . Порядки матриц  $B_1, B_2, B_3$  одинаковы и он равен  $1 \times (k_{3j}) = 1 \times 4 = 4$ . Аналогичный порядок имеет и матрица  $C$ . Разница заключается лишь в том, что если в предыдущих матрицах их элементы повторяются, то в последнем они перечисляются.

Матрица маршрутов графа, представленного на рис. 2б имеет вид.

$$Q_2 = \left[ \begin{array}{c|c|c} A_1 & B_1 & C \\ & B_2 & C \\ & B_1 & C \\ & B_2 & C \\ A_2 & B_1 & C \\ & B_2 & C \\ & B_2 & C \\ A_3 & B_1 & C \\ & B_2 & C \end{array} \right], \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= [k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21} \ k_{21}]^T; \\ A_2 &= [k_{22} \ k_{21} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22} \ k_{22}]^T; \\ A_3 &= [k_{23} \ k_{23} \ k_{23} \ k_{23} \ k_{23} \ k_{23} \ k_{23} \ k_{23}]^T; \\ B_1 &= [k_{11} \ k_{11} \ k_{11}]^T; \ B_2 = [k_{12} \ k_{12} \ k_{12}]^T; \ C = [k_{31} \ k_{32} \ k_{33} \ k_{34}]^T. \end{aligned} \quad (8)$$

Отметим, что если вершинам графа приписаны некоторые свойства технической системы, то каждая строка матрицы маршрутов представляет определенное состояние этой системы или некоторые ее качественные или количественные показатели.

Для иллюстрации доказанной теоремы рассмотрим задачу синтеза передаточного механизма, применительно к шарнирному четырехзвеннику (рис. 3).

Уравнение взвешенной разности для синтеза передаточной функции  $\psi = \psi(\varphi)$  имеет вид [4]

$$\Delta q = 2ac \cos(\psi - \varphi + \beta - \alpha) + 2a \cos(\varphi + \alpha) - 2c \cos(\psi + \beta) + b^2 - a^2 - c^2 - 1, \quad (9)$$

где  $a, b, c$  – относительные длины звеньев ( $AB$ ), ( $BC$ ) и ( $CD$ ) соответственно при длине стойки ( $AD$ ) = 1;

$\psi, \varphi$  – текущие значения углов поворота выходного ( $CD$ ) и входного ( $AB$ ) звеньев механизма;

$\alpha, \beta$  – углы, определяющие положения звеньев ( $AB$ ) и ( $CD$ ), соответствующие началу приближения заданной передаточной функции  $\psi = \psi(\varphi)$ .

В уравнении (10) пять неизвестных параметров, для вычисления которых можно использовать один из существующих методов приближения функций [4]. Наиболее простым является метод простого интерполирования функций, при котором в узлах интерполирования взвешенная разность  $\Delta q$  равна нулю. Отметим, что линейную систему уравнений можно получить только при вычислении значений трех параметров. Увеличение числа вычисляемых параметров значительно усложняет решения системы уравнений [4] и более целесообразно вычислить значения трех параметров, а значениями углов  $\alpha, \beta$  варьировать.

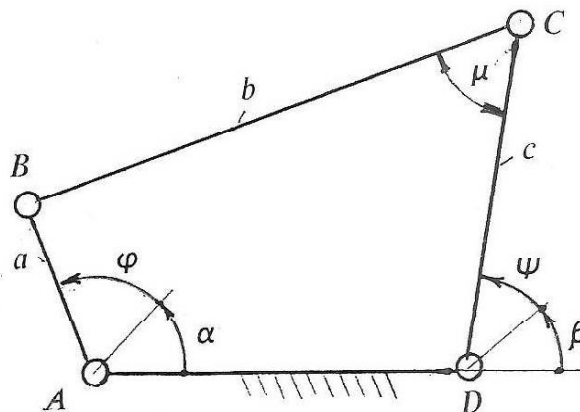


Рис.3 - Расчетная модель шарнирного четырехзвенника

В рассматриваемой задаче можно получить линейную систему уравнений относительно параметров  $a, b, c$ . Тогда, путем целенаправленного варьирования значения углов  $\alpha, \beta$  в границах  $[0...360^\circ]$  можно найти наиболее оптимальное решение. Имеем:

$$AX = B, \quad (10)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} f_1(\varphi_{11}) & f_2(\varphi_{21}) & 1 \\ f_1(\varphi_{12}) & f_2(\varphi_{22}) & 1 \\ f_1(\varphi_{13}) & f_2(\varphi_{23}) & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}, B = - \begin{bmatrix} F(\varphi_{11}) \\ F(\varphi_{12}) \\ F(\varphi_{13}) \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$f_{1i}(\varphi_{1i}) = -\cos \varphi_{1i}, f_2(\varphi_{2i}) = \cos \varphi_{2i}, F(\varphi_i) = -\cos(\varphi_{2i} - \varphi_{1i}), i = 1, 2, 3.; \quad (12)$$

$$P_1 = \frac{1}{a}, P_2 = \frac{1}{c}, P_0 = \frac{g}{2ac} = \frac{1 + a^2 + c^2 - b^2}{2ac}. \quad (13)$$

Из решения системы уравнений (11) определяем значения коэффициентов  $P_0, P_1, P_2$ . Тогда из соотношений (14) находим значения  $a, b, c$ . После того как параметры механизма известны, используя уравнение (10), находим текущие значения взвешенной разности в границах изменения аргумента  $\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_m$  и выделяем максимальное значение  $\Delta q_{\max}$ . Заметим, что в уравнение (9) необходимо подставить действительное значение угла поворота

$$\psi_D = 2 \arctg \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - C^2 - CB}}{C}, \quad (14)$$

где

$$A = ac \sin(\varphi + \alpha); B = 2c(1 - a) \cos(\varphi + \alpha); C = 1 + a^2 + c^2 + 2a \cos(\varphi + \alpha). \quad (16)$$

Вторым критерием оптимизации на исследуемом участке можно принимать коэффициент полезного действия (КПД), значения которого существенно зависят от угла передачи  $\mu$  между шатуном ( $BC$ ) и ведомым звеном ( $CD$ ). Текущие значения этого угла находим из зависимости

$$\mu = \arccos \frac{b^2 + c^2 - (BD)^2}{2bc} \geq [\mu], \quad (15)$$

где  $(BD)^2 = a^2 + 1 - 2a \cos(\varphi + \alpha)$ ,  $[\mu]$  – минимально допустимое значение угла передачи движения (обычно принимается или задается).

Выражение (15) позволяет определить текущие значения угла передачи на интервале  $\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_m$  и выделить параметры механизма, при котором обеспечивается неравенство  $\mu_{\min} \geq [\mu]$ . Естественно предположить, что параметры механизма при  $\Delta q_{\max}$  и при  $\mu_{\min} \geq [\mu]$  отличаются. Поэтому для выбора окончательного решения можно воспользоваться суммой

$$\lambda = [(\Delta q_{\max})_{\min} + (\mu_{\min})_{\max}]_{\min}. \quad (16)$$

Таким образом, минимальное значение  $\lambda = \lambda_{\min}$  определит наиболее оптимальный вариант механизма по двум критериям оптимизации.

Заметим, что продолжительность расчета зависит от выбранного шага варьирования значений свободных параметров. Например, пусть шаг варьирования  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 1^0$ . Согласно доказанной теореме, число систем уравнений (10), подлежащих решению, равно  $Q_1 = 360^2 = 12,96 \cdot 10^4$ . Если предположить, что решение системы (10) с учетом зависимостей (12), (13), а также нахождение взвешенной разности  $\Delta q_{\max}$  и минимального значения  $\mu_{\min} \geq [\mu]$  с помощью зависимостей (9), (14), (15), (16) занимает одну секунду на компьютерах (что маловероятно), то время выбора одного наиболее оптимального варианта составит  $T = \frac{Q_1 \cdot 1}{60} = \frac{12,96 \cdot 10^4}{60} = 2160$  мин. или 36 часов. При односменной работе потребуются 4,5 суток, а при трехсменной – 1,5 суток работы компьютера. Такой подход слишком расточительно для современных компьютеров и для уменьшения времени вычислений предлагается на первом этапе принимать большой шаг варьирования, например,  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 15^0$ . Тогда  $Q_1 = 24^2 = 576$  и время  $T=9,6$  мин. Получив оптимальные значения параметров механизма можно, оставляя неизменным шаг варьирования, изменить начальное значение углов на некоторую постоянную величину. Из полученных значений варьируемых параметров выбираем оптимальные значения  $\alpha_{opt}, \beta_{opt}$  и начинаем другой этап расчета. Задаемся границами варьирования

$$(\alpha_{on})_1 \leq \alpha_{on} \leq (\alpha_{on})_2 \text{ и } (\beta_{on})_1 \leq \alpha_{on} \leq (\beta_{on})_2. \quad (17)$$

В границах (17) задаемся новым шагом варьирования, продолжаем приведенную выше процедуру и находим оптимальное решение уже в выбранном участке варьирования. Если принять число шагов на первом этапе пять при условии  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 15^0$ , то для нахождения значений  $\alpha_{opt}, \beta_{opt}$  потребуются  $9,6 \times 5 = 48$  мин. Если на последнем этапе шаг варьирования принимать  $\Delta\alpha = \frac{(\alpha_{on})_1 \leq \alpha_{on} \leq (\alpha_{on})_2}{24} = \Delta\beta = \frac{(\beta_{on})_1 \leq \beta_{on} \leq (\beta_{on})_2}{24}$ , то полное время для синтеза равно  $48 + 9,6 = 57,6$  мин., т.е. все расчеты завершаться в течение одного часа. Таким образом, выбор определенной стратегии варьирования свободных параметров данной технической системы существенно сокращает времени выбора наиболее оптимального решения (в примере почти в 36 раз).

Выводы. Предложенная методика проектирования может применяться как для технических систем, так и для других систем, особенно при экспериментальных исследованиях. Она позволяет запланировать время расчета для получения наиболее оптимального варианта технической системы.

#### Литература

1. Сикорский В.П. Математический аппарат инженера. – Киев: «Техника», 1977. – 788 с.

2. Амбарцумянц Р.В. Структурный синтез плоских рычажных механизмов с помощью графов. // Сб. теория механизмов и машин. – Харьков, – № 30, – 1981, – С. 13–21.
3. Амбарцумянц Р.В. Некоторые вопросы проектирования плоских рычажных генераторов функций. // М.: Механика машин, – Вып. 60, 1983, – С. 45–56.
4. Артоболовский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.. Синтез плоских механизмов. – М: Изд. физ-мат. лит. – 1959. – 1084 с.

УДК 621.001.66(035)

## КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ РЫЧАЖНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УСИЛИЙ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ФРИКЦИОННЫХ МУФТ

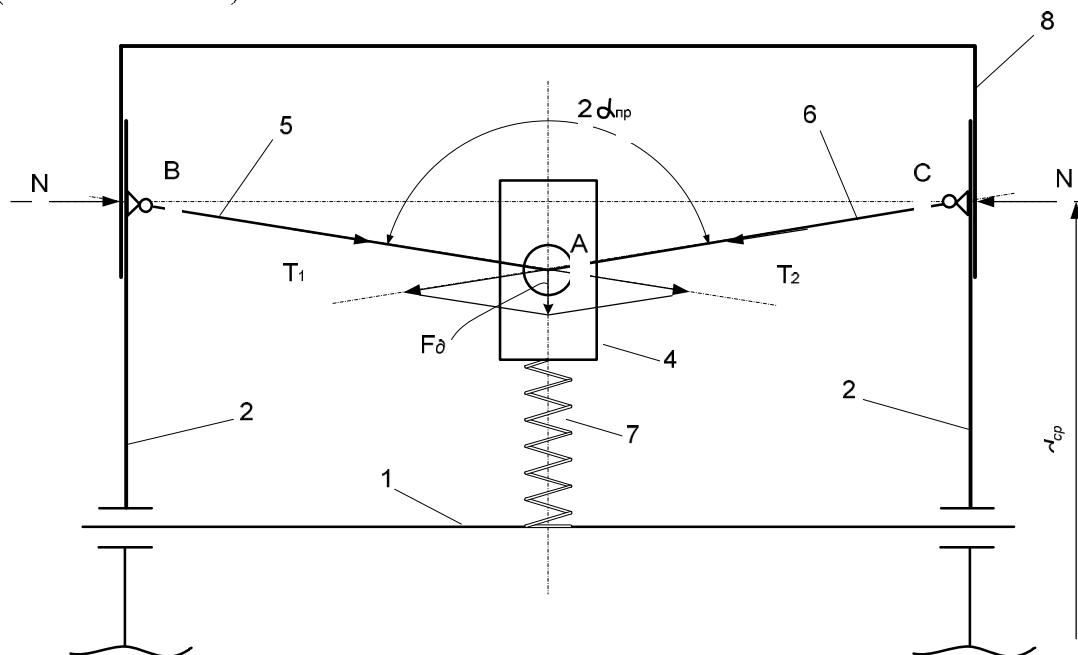
Амбарцумянц Р.В., д-р техн. наук, профессор, Дели И.И., аспирант  
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

*Установлено, что критерием работоспособности является предельное значение угла между рычагами преобразующего механизма, а также получено выражение для его определения.*

*Found that the criterion of efficiency is the limiting value of the angle between the arms transforming mechanism, and an expression for its definition.*

Ключевые слова: муфта, фрикционный, угол, заклинивание, сила, момент, механизм.

Центробежные фрикционные муфты нашли широкое применение в машинах с большим инерционным моментом [1]. Тем не менее, к настоящему времени в технической литературе почти отсутствуют методы их расчета и проектирования. Среди центробежных фрикционных муфт особое место занимают муфты с рычажным преобразователем усилий. В работе [2] авторами предложены методы расчета такой муфты. На рис. 1 представлена принципиальная расчетная схема такой муфты, где 1 – ведущий вал; 2 – прижимные диски, образующие поступательную пару с ведущим валом; 4 – грузик, создающий центробежную силу инерции; 5,6 – рычаги одинаковой длины, образующие подвижные соединения с грузиком 4 и прижимными дисками 2; 7 – пружины растяжения, необходимые для возвращения груза 4 в исходное положение после остановки ведущего вала 1; 8 – ведомая полумуфта, жестко соединенная с ведомым валом (на схеме не показан).



**Рис. 1 – Расчетная схема центробежной фрикционной муфты с преобразователем усилий в продольном положении**