

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СУШКИ НА ОСНОВЕ МЕХАНИЗМА КАПИЛЛЯРНОГО ТОРМОЖЕНИЯ

**Зыков А.В., канд. техн. наук, доцент, Смирнов Г.Ф., д-р техн. наук, профессор  
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса**

*В статье рассматривается моделирование процессов сушки на основе совместного решения уравнений массоотдачи, фильтрации и диффузии влаги в пористом слое с учетом влияния механизма капиллярного торможения. В работе приведены результаты теоретических исследований первого периода сушки.*

*The drying processes simulation based on the joint solution of equation of mass transfer, filtration and diffusion of vapour through the porous layer considering the influence of capillary declination are overveiwed in the article. The results of the theoretical studies of the 1<sup>st</sup> period of drying are shown.*

Ключевые слова: сушка, термосифон, моделирование, капиллярное торможение, теплоперенос.

### 1. Введение.

В обстоятельной монографии [1] приводится объективный анализ современных взглядов на закономерности процессов сушки. Приведем то, что пишет в [1], на эту тему автор: «Фундаментальные основы теории сушки сложились в середине прошлого столетия и базируются на работах А.В.Лыкова и П.А.Рибиндера [2,3]. Основываясь на этих положениях, развиваются несколько научных направлений в теории сушки. Аналитические исследования посвящаются моделям градиентного переноса и термодинамическим моделям. Феноменологическая модель А.В.Лыкова дополнена Луциком П.П. соотношениями для учёта деформации в материале [4]. Углубленный анализ кинетики сушки проводится в центре сушки ИТТФ под руководством А.А. Долинского [5]. В работах Ю.Ф. Снежкина и Н.И. Никитенко предложена оригинальная модель влагообмена [6]». Такая краткая характеристика дана автором [1] во введении. Далее в нём же приводится перечень многочисленных направлений экспериментальных исследований процессов сушки, их авторов и оценки их значимости. В завершении в этом Введении автор пишет: «В данной монографии [1], не ставилась цель глубокого исследования теории сушки. Стержневым вопросом была энергетика технологии обезвоживания продуктов». Таким образом, опираясь на приведенную информацию и её объективную оценку существующего положения в теоретическом анализе процессов сушки можно считать, что существующие взгляды и концепции на физическую природу и принципиальные внутренние механизмы процессов сушки нуждаются в углубленном подходе, вскрывающем сущность тех механизмов процесса, которыми объясняются главные его особенности. В настоящей работе авторами предпринимается попытка сделать в этом направлении свой шаг. Так как необходимо сравнение с данными опытов для объективной оценки справедливости предлагаемого подхода, то для этого использовались полученные под руководством проф. Бурдо О.Г. данные опытов по сушке зернового слоя. В предлагаемом подходе, как указано в названии, рассматривается сушка нагреваемого, но не деформируемого материала. Принимается, что нагрев осуществляется через контакт греющей поверхности с нагреваемым материалом. Эта схема отвечает реальным условиям опытов, результаты которых используются для сопоставления с расчётами по предлагаемой модели, а условия опытов изложены в [7,8]. Принципиальная схема подхода авторов состоит в следующем:

1. Принимается, что на первом этапе построения математических моделей процессов сушки следует сформировать ту часть общей структуры, в которой, на основе учёта типа источника энергии и тепловых связей с ним объекта сушки решаются проблемы расчёта нестационарных температурных полей в объекте. В рамках этого этапа также записываются условия равновесия на границах раздела фаз, т.е. на поверхностях испарения.
2. На следующем этапе формируются те части моделей, в которых на основе данных о структуре среды (пористость, размеры пор, их стабильность или не стабильность их и т.д.) записываются те уравнения, которые определяют режимы и законы движения массы удаляемой в процессе сушки влаги. При этом принимается, что в зависимости от типа объекта (сплошное пористое тело; слой зёрен; слой порошков; ткань; плёнка и т.д.) выбираются модели движения как для удаляемой влаги из внутренних поверхностей мини – или микро – каналов, так и из внутренних объёмов (в особенности для пищевых продуктов).
3. Далее записываются основные соотношения, связывающие распределения температур с величинами, которыми определяются «движущие силы» локальных процессов переноса массы. Принимается, что в пределах элементарных ячеек или объёмов, для определения массы удаляемой вла-

ги, допустимо использовать известные формулы массоотдачи, в которых присутствуют найденные величины «движущих сил», удельные поверхности испарения и коэффициенты массоотдачи. При этом формулы для расчёта локальных коэффициентов массоотдачи принимаются из известных или принятых критериальных формул. Этот элемент построения общей схемы расчёта содержит наибольший уровень неизвестности. Поэтому, авторы полагают, что вначале допустимы различные формы выбора этих расчётных формул, например, допуская аналогию с процессами переноса тепла и принимая необходимые расчётные формулы и др.

4. На завершающем этапе предполагается совместное объединение расчётных соотношений в некую единую общую модель и осуществление расчётных упражнений, в которых в качестве основной цели служит величина убыли влаги. При этом возможен различный уровень этой величины, в зависимости от требований технологии: (удаление заданного количества влаги, при котором не достигается полного осушения; более глубокий уровень осушения, при котором удаляется вся или почти вся влага с внутренних поверхностей структуры; полное осушение не связанное с удалением влаги принадлежащей материалу объекта; полное удаление всей влаги, включающей ту, что принадлежит самому материалу объекта и т.д.).
5. По результатам предыдущих этапов может возникнуть необходимость в корректировках соотношений в первоначальных этапах (1, 2 и др.) по результатам конечного этапа (4). Так, например, может оказаться необходимым в исходных уравнениях для расчётов нестационарных температурных полей, учитывать затраты энергии, связанные с испарением влаги и т.д. Проявится необходимость организации соответствующей процедуры последовательных приближений.

Авторы попытались осуществить этот подход, используя в качестве объекта слой зерна, который нагревается путём контакта этого слоя с внешней поверхностью вращающегося испарительного термосифона как [7,8].

## 2. Модели распределений нестационарных температур и связанных с ними «движущих напоров» массоотдачи при заданных условиях сушки.

Уравнение, определяющее изменение средней температуры нагреваемого слоя зерна заданных размеров, может быть получено как уравнение энергии при нестационарном нагреве системы, состоящей из греющего устройства (испарительный вращающейся термосифон имеющий массу и удельную теплоёмкость, а также массу заправки теплоносителя и её теплоёмкость и теплоту фазового перехода), зернового слоя с своей массой и теплоёмкостью, в котором и осуществлялся процесс сушки. Это уравнение, на данном этапе расчёта, не учитывает затраты тепла на сам процесс сушки, так как для этого необходимо знание результата сушки (массы удалённой влаги в динамике), имеет следующий вид:

$$Q = (M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2) \cdot dt_1 / d\tau + \rho_3 \cdot \delta_3 \cdot S_3 \cdot C_3 \cdot dt_3 / d\tau + r \cdot V_2 \cdot d\rho_2 / d\tau \quad (1)$$

Между текущими значениями температур  $t_1; t_3$  существует связь, определяемая условиями тепло – массопереноса в следующем виде:

$$t_1 - t_3 = \rho_3 \cdot \delta_3 \cdot S_3 \cdot C_3 \cdot dt_3 / d\tau / S_3 \cdot \lambda_3 / \sqrt{C_0 \cdot a_3 \cdot \tau} \quad (2)$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$(t_1 - t_3) = (t_1 - t_3)_0 \cdot \exp(-2 \cdot \delta_3 / \sqrt{C_0 \cdot a_3 \cdot \tau}) \quad (3)$$

Здесь  $(t_1 - t_3)_0$  – разность температур в начальный момент времени (температурный напор в начале процесса нагрева зернового слоя) между контактной поверхностью ИТС и прилегающим к нему перемешиваемым за счёт вращения зерновым слоем. Совместное рассмотрение уравнений (1) и (3) приводит к следующей формуле:

$$dt_1 / d\tau = Q / [(M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2) + \rho_3 \cdot \delta_3 \cdot S_3 \cdot C_3] - (t_1 - t_3)_0 \cdot \delta_3 / \sqrt{C_0 \cdot a_3 \cdot \tau} \cdot \rho_3 \cdot \delta_3 \cdot S_3 \cdot C_3 \cdot \exp(-2 \cdot \delta_3 \cdot \sqrt{C_0 \cdot a_3 \cdot \tau}) / [(M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2) + \rho_3 \cdot \delta_3 \cdot S_3 \cdot C_3] \quad (4)$$

Предварительные конкретные расчёты показали, что в начальные моменты времени эта формула может иметь такой вид:

$$dt_1 / d\tau = Q / [(M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2)] \quad (5)$$

Из этого следует, что весь начальный период сушки по этой технологии связан с нестационарным режимом нагрева, когда основные температуры греющей поверхности и зернового слоя будут изменяться во времени. Это обстоятельство следует учитывать в расчётах процессов массоотдачи. Следует также

в уравнении энергии учитывать затраты тепла, связанные с его отводом от внешних поверхностей ИТС в окружающую среду. Такой учёт приводит к следующему уравнению:

$$Q = (M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2) \cdot dt_1 / d\tau + \rho_3 \cdot \delta_3 \cdot S_3 \cdot k_3 \cdot C_3 \cdot dt_3 / d\tau + \alpha_3 \cdot [t_1 - t_{oc}] \cdot S_{32} \quad (6)$$

здесь:  $S_{32} = (1 - k_3) \cdot S_3$  – масштаб внешней поверхности ИТС, от которой отводится тепло в окружающую среду. Поскольку, как ранее отмечалось, можно пренебречь вторым слагаемым, то уравнение (6) становится заметно проще. Его решение принимает вид:

$$t_1 - t_{oc} = \frac{A_1}{B_1} \cdot [1 - \exp(-B_1 \cdot \tau)] \quad (7)$$

$$A_1 = Q / (M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2) \quad B_1 = \alpha_3 \cdot S_{32} / (M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2) \quad (8)$$

Следующим важным моментом построения эффективной модели расчёта распределения температур является анализ этого распределения в той части зернового слоя, в пределах которой осуществляется нагрев. Полагаем, что это та его часть, в пределах которой имеет место нагрев с учётом его нестационарного характера. Полагаем, что этому отвечает часть слоя толщиной равной:

$$\delta_0 = \sqrt{C_0 \cdot a_e \cdot \tau_i} \quad (9)$$

Существенным моментом являлась необходимость учёта перемешивания слоя при вращении. Было предположено, что это можно сделать по аналогии тому, как влияет турбулентное перемешивание на интенсивность переноса тепла в жидкостных турбулентных струях [13]. Нужная формула из [13] имеет такой вид:

$$a_e = a_0 + \varepsilon_0 \cdot W_{10} \cdot L \quad (10)$$

Для определяющего размера принято, что он равен полной толщине зернового слоя:  $L = \delta_{30}$ . Последняя рассчитывается как частное от деления всего объёма слоя на поверхность его контакта с греющей поверхностью ИТС. Система расчётных формул процесса нестационарной теплопроводности данной задачи имеет следующий вид:

$$T_{li} = T_{oc} + Z_{1li} \cdot (T_{li} - T_{oc}) \quad (11)$$

$$Z_{1li} = \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2\sqrt{Fo_{0i}}} \right) - \exp \left[ \frac{\alpha_{22}}{\lambda_{эф}} \cdot L_1 \cdot \frac{(a_{22})^2}{(\lambda_{эф})^2} \cdot a_e \cdot \tau_i \right] \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{1}{2\sqrt{Fo_{0i}}} + \frac{\alpha_{22}}{\lambda_{эф}} \sqrt{a_e \cdot \tau_i} \right] \quad (12)$$

Знание температур в местах, в которых возможно испарение, даёт основы для расчётов парциальных давлений и определения «движущих сил» процессов массоотдачи. Ключевым служит следующее уравнение:

$$P_{li} = P_0 \cdot \exp(Z_{li}) \quad Z_{li} = (r/Rl) \cdot \left( \frac{1}{T_{oc}} - \frac{1}{T_{li}} \right) \quad (13)$$

### 3. Модели движения паровоздушной смеси из внутренних объёмов и процесса массоотдачи при испарении, реализующих сам процесс сушки.

Предполагается, что первоначальным источником удаления испарённой влаги является повышение давления в паровоздушной смеси под действием перепада давлений между избыточным давлением, возникающим как следствие испарения с влажной поверхности и давлением в окружающей тело внешней среде. Это движение можно рассматривать как «фильтрацию» паровоздушного потока из внутренних объёмов нагретой зоны, в которых имеет место испарение в окружающую среду. Предлагается при этом использовать известное уравнение фильтрации, отвечающее линейному закону Дарси и имеющему следующий вид:

$$W_{1i} = \frac{\Delta P_{1i} \cdot K_{fi}}{S_{1i} \cdot \mu_{1i}} \quad (14)$$

Для определения проницаемости при известных данных по составу зернового слоя (размер зёрен, пористость слоя и пр.) допустимо пользоваться известными расчётными формулами Кармана – Козени или им подобными, имеющими следующий вид:

$$K_{fi} = \operatorname{const} \cdot \varepsilon_i^3 \cdot D_0^2 / (1 - \varepsilon_i)^2 \quad (15)$$

Для расчётов процессов массоотдачи при испарении внутри слоя необходимо определение коэффициентов массоотдачи. Как правило, такие зависимости не известны, а во многих случаях трудно определяемы. Авторы полагают, что на рассматриваемом ими этапе, зависимости можно найти из [11], используя имеющиеся формулы для процесса внутренней теплоотдачи.

Разумеется, что для расчётов массоотдачи изменятся формы и составы соответствующих чисел (критериев) подобия.

Характерная скорость движения в слое, погружённом во вращающейся греющей объём ИТС со скоростью вращения в  $n$  оборотов в минуту равна:  $W_{ср} = \omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_0$

Поток массы в пределах «движущейся нагретой зоны» определяется из известного уравнения массоотдачи:

$$j_{E1} = \beta_p \cdot (P_W - P_{Ei}) \cdot S_y \cdot (2 \cdot \delta_{bi} \cdot \pi \cdot D_t + \delta_{bi}^2) \cdot L_t \quad (16).$$

На основе положений изложенных в параграфах 2 и 3 сформирован алгоритм последовательного расчёта процесса сушки. Существенным дополнительными элементами этого расчёта являются процедуры, учитывающие как в самом процессе сушки, возникают механизмы, подавляющие интенсивность этого процесса, вызывающие **торможение**.

#### 4. Модель формирования «капиллярного механизма торможения» процесса сушки.

Предполагается, что первый такой механизм связан с удалением влаги, находящейся на внутренней, но внешней поверхности испарения. В различных объектах этот механизм проявляется различным образом. В случае, который изучался авторами и относился к сушке слоя зерна, по представлениям авторов, испарение влаги с внешней поверхности зёрен приводит к снижению её объёма и, как следствие, к утонению соответствующей плёнки жидкости, что ведёт к её перемещению к узким местам слоя: к местам контактов отдельных зёрен. Так как это имеет место при испарении, то в этих местах контактов возникают «углубляющиеся» по мере испарения криволинейные границы раздела фаз пар + жидкость. При этом кривизна этих границ раздела возрастает, что ведёт к появлению существенного по величине «капиллярного давления» снижающего «движущую силу» процесса массоотдачи. Исходя из знания остатка поверхностной влаги, и предполагая, что в моменты времени, отвечающие ему, он распределяется, главным образом, в местах контакта элементов (зёрен) слоя, можно сделать оценку радиуса кривизны криволинейной границы раздела фаз, предполагая, что этот радиус связан с масштабом объёмов жидкости в местах её размещения кубическим законом, т.е. между этим объёмом и радиусом кривизны справедливо соотношение:  $R_{0i}^3 \approx const \cdot V_i$ . Знание этого радиуса позволяет вычислить отвечающее ему «капиллярное давление» следующим образом:

$$\Delta P_{\sigma i} = 2 \cdot \frac{\sigma}{R_{0i}} \quad (17)$$

Когда этот радиус кривизны становится близким к радиусам внутренних каналов среды, которая осушается (в данном случае это зёрна), тогда наступает переход к испарению влаги из внутренних каналов, этот процесс авторами не рассматривался по целому ряду причин: 1. В столь малых по размерам каналах движение паровоздушной смеси перестаёт быть сплошным, т.е. оно подчиняется закономерностям молекулярных течений; 2. На внутренних поверхностях этих каналов при испарении должны иметь место скачки температур и давлений; 3. Нам не известна необходимая исходная информация по таким расчётам, включая сведения о размерах этих каналов, их распределении и т.д. В дальнейшем, при необходимости, такие расчёты могут быть выполнены при условии, что нужная исходная информация получена и достаточна надёжна. Понятно, что анализ процесса удаления влаги из внутренних каналов станет источником своего механизма торможения. При этом возможны разнообразные физические причины возникновения и развития таких внутренних каналов. Они могут присутствовать во внутренних объёмах объекта изначально; могут возникать как результаты физических, биологических (для пищевых продуктов), химических или механических или различных комбинаций этих воздействий. Естественно, в каждом таком случае необходимы соответствующие исследования и изучение этих проблем с целью получения нужной исходной информации. Можно предполагать, что результаты названных исследований и развитие, на их основе анализа соответствующих процессов тепло массопереноса, приведут к обнаружению, отвечающих этим формам испарения, своих механизмов торможения процесса сушки. По названным выше причинам авторы ограничились расчётными исследованиями для режимов, в которых имеет место только испарение поверхностной влаги. Развернутый алгоритм и наиболее важные результаты их представлены ниже.

#### 5. Алгоритм расчета процесса с учетом механизма капиллярного торможения

Алгоритм расчета основан на определении для каждого момента времени толщины прогретого слоя, в пределах которого происходит испарение, по формуле (9) и решении системы уравнений материального баланса, учитывающей следующие материальные потоки в прогретом слое — испарение с поверхности, фильтрация сквозь слой материала, молекулярная диффузия водяного пара и воздуха:

$$\begin{cases}
 \frac{dG1}{d\tau} = \beta [P_n - (P_{pv} + dP_{pv})] \cdot V \cdot S_y \\
 \frac{dG2}{d\tau} = \frac{K_f}{\delta_{30} \cdot \mu} \cdot [(P_{sl} + dP_{sl}) - P_0] \cdot \rho_a \cdot S_y \cdot V \\
 \frac{dG3}{d\tau} = \frac{D_{op}}{R_v T1} \cdot \frac{(P_{pv} + dP_{pv}) - P_{pv0}}{D_t - \frac{\delta_e}{2}} \cdot \pi \cdot L_t \cdot (D_t + 2\delta_e) \\
 \frac{dG4}{d\tau} = \frac{D_{op}}{R_a T1} \cdot \frac{(P_{pv} + dP_{pv}) - P_{pv0}}{D_t - \frac{\delta_e}{2}} \cdot \pi \cdot L_t \cdot (D_t + 2\delta_e) \\
 dM = dG1 - dG2 - dG3 + dG4 \\
 dM = dM_a + dM_v \\
 dM_a = -\frac{1}{1+x} dG2 + dG3 \\
 dM_v = dG1 - \frac{x}{1+x} dG2 - dG3
 \end{cases} \quad (18)$$

Учитывая, что:  $P_{sl} = P_{pv} + P_{pa}$   $dP_v = \frac{R_v \cdot T1}{V_a} \cdot dM_v$   $dP_a = \frac{R_a \cdot T1}{V_a} \cdot dM_a$   $dP_{sl} = dP_a + dP_v$ , система (18) может быть преобразована к виду

$$ZX28 \cdot dM_a^4 + ZX33 \cdot dM_a^3 + ZX34 \cdot dM_a^2 + ZX35 \cdot dM_a + ZX36 = 0 \quad (19)$$

корнем которого является изменение массы сухого воздуха в слое за время  $\Delta t$ . Решение уравнения 26 позволяет определить изменение массы водяного пара в прогретом слое и количество удаленной влаги

$$dG1 = \left[ dG3 + dM_v - \frac{dM_a \cdot (M_v + dM_v)}{M_a + dM_a} \right] \quad (20)$$

Так как, изменение массы слоя происходит только за счет удаления влаги ( $\Delta M = dG1$ ), то, используя зависимости 17-20 можно определить снижение движущей силы процесса испарения влаги с поверхности за счет капиллярного торможения. Это снижение движущей силы учитывается при расчете процессов в прогретом слое в следующий момент времени.

### 6. Основные результаты моделирования.

Результаты моделирования представлены на графиках. Как можно заметить, количество влаги на внешней поверхности уменьшается, что приводит к уменьшению радиуса кривизны на границе фаз, а это

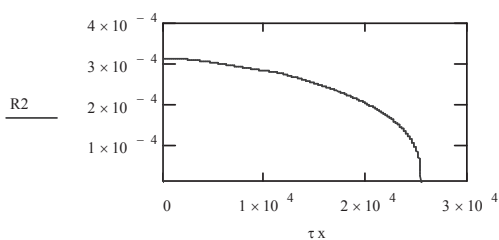


Рис. 1 – Изменение радиуса кривизны за время  $\tau x$

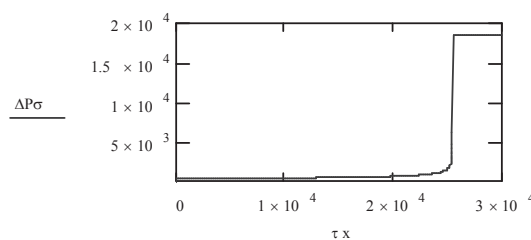


Рис. 2 – Изменение капиллярного давления за время  $\tau x$

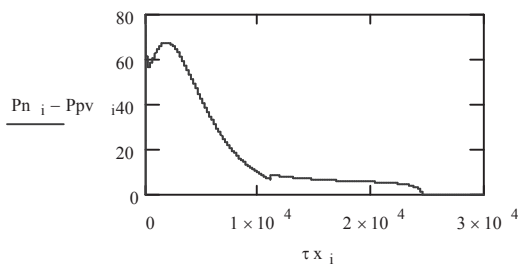


Рис. 3 – Изменение движущей силы за время  $\tau x$

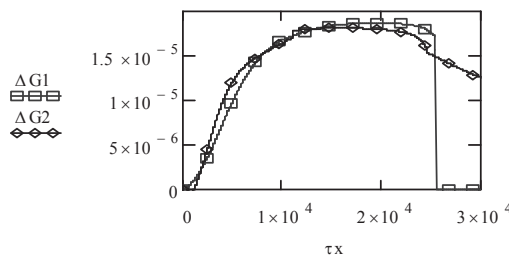


Рис. 4 – Изменение потока испарения  $\Delta G1$  и фильтрационного потока  $\Delta G2$  за время  $\tau x$



сопровождается увеличением капиллярного давления и соответствующим снижением "движущей силы" переноса массы в этот момент. Это в свою очередь приводит к резкому сокращению скорости удаления влаги.

#### **Выводы**

1. Предложенный подход является новым шагом в описании внутренних механизмов процесса сушки. Он полезен для более глубокого анализа внутреннего механизма сушки.
2. Необходимо разработать подходы, связанные с испарением внутри некоторых внутренних мини или даже микро каналов в твердых средах.
3. Различные проблемы развития этого подхода и требуют проведение специальных экспериментов. Это может быть связано, например, с рядом важных проблем, таких как определение распределения количества влаги внутри материала, определение размеров внутренних микроканалов и их распределения по поверхности и так далее.
4. Основной целью исследования является не получение формул для технических расчетов, но, попытка лучшего понимания многих особенностей процессов сушки и на этой основе улучшение характеристик процесса.
5. Авторы также считают, что такой подход является новым способом построения общей теории различных процессов сушки.

#### **Литература**

1. Бурдо О.Г. «Эволюция сушильных установок», Одесса., 2010, — 368с.
2. Лыков А.В. «Теория сушки». М., Энергия, 1968г., — 472 с.
3. Ребиндер П.А. «О формах связи влаги с материалами в процессе сушки.», В кн. Всесоюзное научно – техническое совещание по сушке.,Проф.,1958, — С.286.
4. Луцик П.П. «Массопроводность деформируемого в процессе сушки твердого пористого тела.» Промышленная теплотехника.1987.Т.9.№5, С.29-34.
5. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. «Оптимизация процессов распылительной сушки», Киев. Наукова думка. 1984. – 240 с.
6. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н. «Математическая модель и метод расчёта тепло-массопереноса и фазовых превращений в процессах сушки»././ «Промышленная теплотехника», 2001, Т.23,- №3. – С.65- 73.
7. Безбах И.В., Бурдо О.Г. Термомеханический агрегат для дисперсных продуктов // Наукові праці ОДАХТ. – 1999. Вип. 21. – С. 234–237.
8. Воскресенская Е.В. Особенности кинетики процесса сушки в термосифонно-механическом агрегате // – Одеса, – Наукові праці, –вип.37, –2010р., С.–81–84
9. Н.Ф. Smirnov, E.V. Voskresenskaya THE GRAIN LAYER DRYING APPROXIMATED MODEL // 8th Minsk International Seminar\_Heat Pipes\_Heat Pumps\_Refrigerators\_Pover Sources\_,–September12-15, – 2011, –Belarus, –Vol.2, –2011, – P.203-208
10. Станкевич Г.М., Страхова Т.В., Атаназевич В.И. «Сушіння зерна», Из –во «Либідь», 1997,352стр.
11. Горбис З.Р.«Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков»,Из – во «Энергия», Мос. 1970г. 424с.
12. М. Гинзбург А.С. и др. «Влага в зерне» 1969г. –224 с.  
В.П.Исаченко «Теплообмен при конденсации»,Изво «Энергия», Мос. 1977 год. – 240 с.