

## СИНТЕЗ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ПОЛЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ МАГНІТОЧУТЛИВИХ ДАТЧИКІВ АДАПТИВНИХ РОБОТІВ

*Стаття присвячена синтезу математичної моделі магніточутливого елемента датчика проковзування адаптивного робота для визначення величини магнітної індукції над поверхнею постійного магніту. Двовірна математична модель синтезована на основі застосування теорії поля, наведений порівняльний аналіз результатів математичного моделювання двовірної моделі, регресійної математичної моделі та експериментальних досліджень підтверджують адекватність синтезованої моделі магніточутливого датчика проковзування реальним процесам.*

**Ключові слова:** магніточутливий елемент, датчик проковзування, адаптивний робот, математична модель.

*Статья посвящена синтезу математической модели магниточувствительного элемента датчика проскальзывания адаптивного робота для определения величины магнитной индукции над поверхностью постоянного магнита. Двухмерная математическая модель синтезирована на основе применения теории поля, приведен сравнительный анализ результатов математического моделирования двухмерной модели, регрессионной математической модели и экспериментальных исследований подтверждают адекватность синтезированной модели магниточувствительного датчика проскальзывания реальным процессам.*

**Ключевые слова:** магниточувствительный элемент, датчик проскальзывания, адаптивный робот, математическая модель.

*The article is dedicated to the synthesis of mathematical models of magnet-sensing element of slip displacement sensor of adaptive robot for determining the value of the magnetic induction above the permanent magnet. Two-dimensional mathematical model is synthesized based on the field theory, provided a comparative analysis of the mathematical modelling of two-dimensional models, regression mathematical models and experimental studies confirm the adequacy of the synthesized model of magnet-sensing slip displacement sensor to real processes.*

**Key words:** magnetsensivity element, sliding sensor, adaptive robot, mathematical model.

### ВСТУП

При розробці сучасних адаптивних роботів велика увага приділяється їх сенсорним системам та інформаційним технологіям обробки даних вихідних сигналів датчиків. Саме якісні характеристики сенсорних систем багато в чому визначають здатність адаптивних роботів виконувати поставлені перед ними завдання. Велике значення в сучасній робототехніці мають сенсорні системи на основі датчиків проковзування (ДП) [1, 6, 9, 12-14]. При розробці та дослідженні нових ДП багато уваги приділяється побудові їх математичних моделей, зокрема, для визначення чутливості ДП і мінімально-можливих значень амплітуди спробних рухів роботів. Математична модель ДП  $U_{AE\bar{O}} = f(x)$  являє собою функціональну залежність вихідного сигналу датчика  $U_{AE\bar{O}}$  від величини переміщення  $Q$  об'єкта маніпулювання в захватному пристрої робота [7, 8, 14].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою даної статті є синтез на основі теорії поля та дослідження математичної моделі магніточутливого датчика проковзування, схема якого наведена на рис. 1 [2, 9].

До основних елементів датчика [2, 9] відносяться: стрижень 1, підпружинений наконечник 2, магніт 3, датчик Холла 4 (рис. 1). В основу роботи датчика покладено метод ресстрації кутового відхилення чутливого елемента, зокрема магніточутливого елемента, з використанням постійного призматичного магніту 3 і датчика Холла 4. При захопленні деталі її поверхня контактує з підпружиненим наконечником 2 датчика, після чого адаптивний робот здійснює спробний рух. Якщо величини стискального зусилля недостатньо для надійного утримання деталі, то при спробному русі деталь починає проковзувати між губками захватного пристрою робота, а внаслідок сил тертя між поверхнею деталі та робочою поверхнею наконечника 2 стрижень 1 відхиляється по ходу проковзування деталі на кут  $\alpha$ . Датчик Холла 4, розміщений на кінці стрижня 1, переміщається відносно магніту 3 на величину  $\Delta Y$ . При цьому, пропорційно переміщенню  $\Delta Y$  датчика магнітного поля змінюється магнітний потік, що проходить через нього, а на виході датчика проковзування змінюється рівень вихідного сигналу на величину  $U_{AE\tilde{O}} = f(\Delta Y)$ .

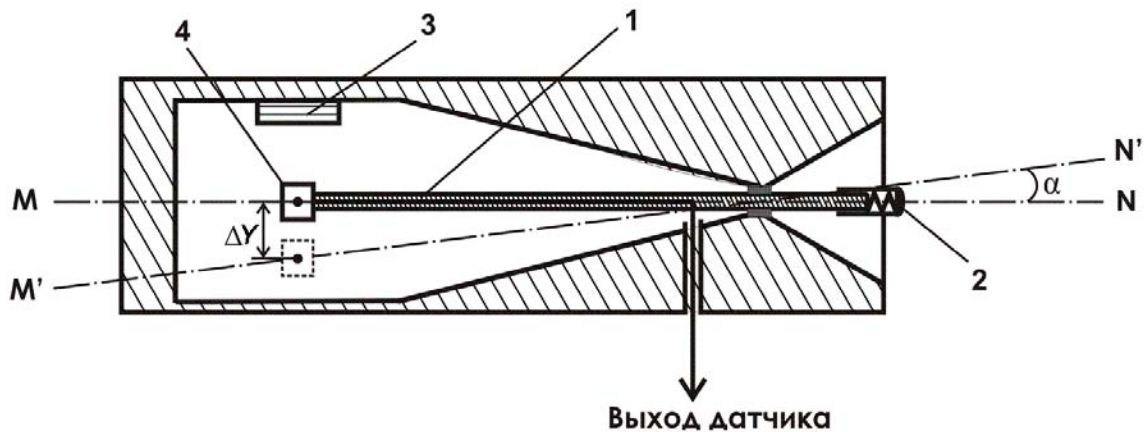


Рис. 1. Магніточутливий датчик проковзування адаптивного робота

### СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Подальші дослідження в даній статті пов'язані з формуванням двомірної аналітичної моделі магніточутливого датчика проковзування  $U = f(\alpha)$  на основі теорії поля.

Для побудови математичної моделі розглянемо магнітну систему, до складу якої входить призматичний магніт з розмірами  $c \times d \times l$ , встановлений на феромагнітній площині з нескінченною магнітною проникністю  $\mu = \infty$  (рис. 2), де  $c$  – ширина,  $d$  – довжина, а  $l$  – висота магніта ( $d \gg l$ ).

Точка  $P(X_p, Y_p)$  є точкою спостереження, яка розташована на осі ординат і може змінювати своє положення щодо осі абсцис  $Ox$  або осі ординат  $Oy$ .

В точці спостереження  $P$  розташовується датчик Холла з лінійною статичною характеристикою, тобто з лінійною залежністю вихідного сигналу від величини магнітної індукції. В подальшому сформуємо математичну модель для визначення величини магнітної індукції  $B$  і вихідної напруги датчика Холла  $U_{AE\tilde{O}}(P)$  стосовно довільного положення точки спостереження  $P$  над поверхнею магніту.

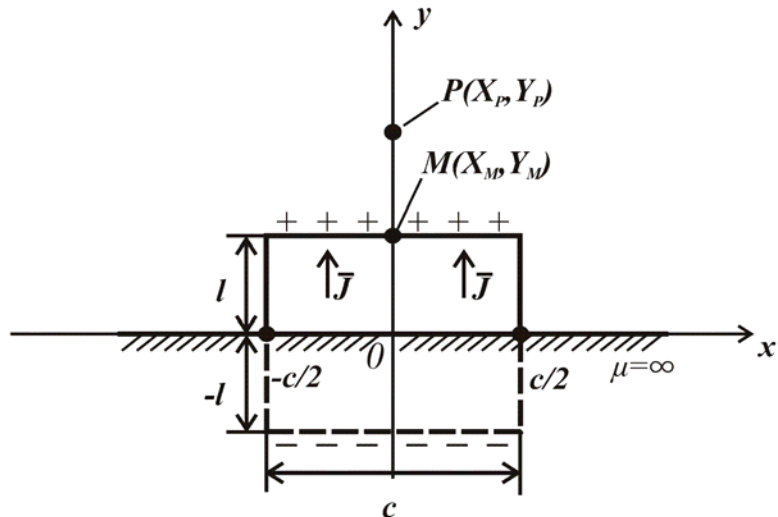


Рис. 2. Імітаційна модель магніточутливого елемента

Поза обсягом магніту значення магнітної індукції складає

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H},$$

де  $\mu_0$  – магнітна постійна;

$\bar{H}$  – вектор напруженості магнітного поля.

В середині магніту значення магнітної індукції визначається залежністю

$$\bar{B} = \mu_0 (\bar{J} + \bar{H}),$$

де  $J$  – значення намагніченості.

При цьому значення намагніченості визначається виразом

$$J = J_0 + \chi H,$$

де  $\chi$  – магнітна сприйнятливість;

$J_0$  – значення залишкової намагніченості.

Отримаємо вираз для значення магнітної індукції  $B$  всередині магніту

$$B = \mu_0 J_0 + \mu_0 (1 + \chi) H \text{ або } B = \mu_0 J_0 + \mu_0 \mu_r H,$$

де  $\mu_r$  – реверсивна магнітна проникність, що виражається у відносних одиницях (відносно  $\mu_0$ ).

На підставі опублікованих результатів досліджень [3,4,5] постійний магніт можна представити імітаційною моделлю у вигляді поверхневих «магнітних» зарядів, рівномірно розподілених по полюсним граням магніту з поверхневою щільністю  $J_T$ . Зображена на рис. 2 імітаційна модель представляє собою модель магніту в плоско-паралельній магнітній системі (довжина магніту  $d$  в напрямку, перпендикулярному площині рисунка 2, набагато більше його ширини  $c$  і висоти  $l$ ).

При цьому  $y$  – складова напруженості магнітного поля  $H_y$  системи магнітних зарядів визначається формулою:

$$H_y = -\frac{J_T}{2\pi} \left[ \left( \arctg \frac{X_p + c/2}{l - Y_p} - \arctg \frac{X_p - c/2}{l - Y_p} \right) - \left( \arctg \frac{X_p + c/2}{-l - Y_p} - \arctg \frac{X_p - c/2}{-l - Y_p} \right) \right] \quad (1)$$

Відповідно вираз для  $y$ -складової магнітної індукції  $B_y$  можна представити у вигляді

$$B_y = -\frac{J_T \mu_0}{2\pi} \left[ \left( \arctg \frac{X_p + c/2}{l - Y_p} - \arctg \frac{X_p - c/2}{l - Y_p} \right) - \left( \arctg \frac{X_p + c/2}{-l - Y_p} - \arctg \frac{X_p - c/2}{-l - Y_p} \right) \right].$$

Для визначення параметра  $J_T$  необхідно вимірювати індукцію в центрі полюсної грані  $B_y \Big|_{\substack{x=0 \\ y=l+}}$ . Значення  $y = l +$  показує, що вимірювання  $B_{\tilde{a}\tilde{e}\tilde{i}}$  проводиться ззовні обсягу магніту. В силу безперервності магнітного потоку і ліній магнітної індукції її значення в точці з тими ж координатами на внутрішній стороні полюсної грані можна вважати рівним значенню індукції з зовнішньої сторони грані, тобто

$$B_y \Big|_{\substack{x=0 \\ y=l+}} = B_y \Big|_{\substack{x=0 \\ y=l-}}$$

Отже, можна записати:

$$B_y \Big|_{\substack{x=0 \\ y=l+}} = B_{\tilde{a}\tilde{e}\tilde{i}} = \mu_0 J_T + \mu_0 H_y \Big|_{\substack{x=0 \\ y=l-}},$$

де  $B_{\tilde{a}\tilde{e}\tilde{i}}$  – значення магнітної індукції, що вимірюються в геометричному центрі верхньої грані призматичних магніту.

На підставі (1) отримаємо

$$B_{\tilde{a}\tilde{e}\tilde{i}} = \mu_0 J_T \left[ 1 - \lim_{Y_p \rightarrow l-} \frac{2}{2\pi} \left( \arctg \frac{c/2}{l - Y_p} + \arctg \frac{c/2}{l + Y_p} \right) \right] = \mu_0 J_T \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \frac{c}{4l} \right).$$

При цьому поверхнева щільність  $J_T$  визначається наступним чином

$$J_T = \frac{2\pi B_{изм}}{\mu_0 \left( \pi + 2 \arctg \frac{c}{4l} \right)}$$

Для у-складової магнітної індукції  $B_y(P)$  в точці спостереження  $P$  отримаємо наступний вираз

$$B_y(P) = - \frac{B_{изм}}{\left( \pi + 2 \arctg \frac{c}{4l} \right)} \left[ \left( \arctg \frac{X_p + c/2}{l - Y_p} - \arctg \frac{X_p - c/2}{l - Y_p} \right) - \left( \arctg \frac{X_p + c/2}{-l - Y_p} - \arctg \frac{X_p - c/2}{-l - Y_p} \right) \right] \quad (2)$$

### ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МОДЕЛЮВАННЯ

Для аналізу сформованої математичної моделі (2) проведемо розрахунок значення величини магнітної індукції над поверхнею магніту (феррит барію) з габаритними характеристиками  $c = 0,02$  м,  $d = 0,08$  м,  $l = 0,014$  м і значенням магнітної індукції  $B_M = 40$  мТл (значення виміряно в геометричному центрі верхньої межі магніту).

На рис. 3 наведені розрахункові результати у вигляді кривих величини магнітної індукції  $B_y = f_i(X_p)$ ,  $i=1,2,3$  над поверхнею магніту для різних значень висоти  $Y_p$  точки спостереження  $P(X_p, Y_p)$ , де позначено:  $f_1$  — для  $B_y \Big|_{\substack{x \in [-20; 20]_{мм} \\ y = l + 1_{мм}}}$ ;  $f_2$  — для  $B_y \Big|_{\substack{x \in [-20; 20]_{мм} \\ y = l + 5_{мм}}}$ ;  $f_3$  — для  $B_y \Big|_{\substack{x \in [-20; 20]_{мм} \\ y = l + 20_{мм}}}$ .

Як видно з графіка  $f_1(X_p)$  в безпосередній близькості від магніту (рис. 3) величина магнітної індукції  $B_y$  над поверхнею магніту на ділянці  $X_p \in [-5; 5]$  мм, що становить половину габаритного розміру магніту, практично постійна. При видаленні точки спостереження  $P$  від магніту (графіки  $f_2(X_p)$  і  $f_3(X_p)$  на рис. 3)) форма кривих змінюється на більш пологі, з явно вираженим піком над геометричним центром верхньої грані призматичних магніту (в точці  $X_p = 0$ ).

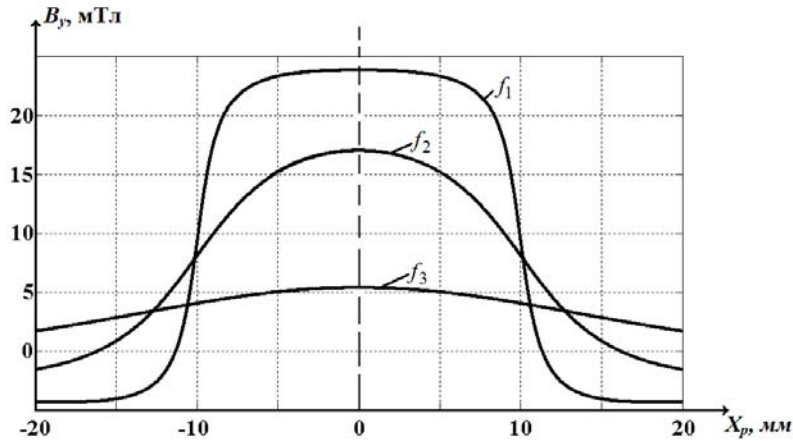


Рис. 3. Результати досліджень залежності  $B_y(P)$  з використанням синтезованої математичної моделі (2)

Для порівняння з результатами експериментальних досліджень, описаних в [9], проведемо розрахунок вихідної напруги  $U_{AE\bar{O}}(P)$  датчика Холла. Для датчика Холла в загальному випадку залежність вихідної напруги  $U_{AE\bar{O}}(P)$  від величини магнітної індукції  $B_y$ , визначається як:

$$U_{AE\bar{O}}(P) = U_c + k \cdot B_y(P) \quad (3)$$

де  $k$  – коефіцієнт корекції, який залежить від типу датчика Холла;

$U_c$  – постійна складова вихідного напруги датчика Холла.

Для датчиків Холла з лінійною залежністю вихідного сигналу  $U_{AE\bar{O}}$  від величини магнітної індукції  $B$  має місце співвідношення  $k = const$ . Для датчиків Холла з нелінійною залежністю вихідного сигналу  $U_{AE\bar{O}}$  від величини магнітної індукції  $B$  для виразу (3) має місце функціональна залежність  $k = f\{B_y(P)\}$ .

В подальшому для розрахунків використовується датчик Холла SS490 фірми Honeywell з лінійною залежністю вихідної напруги  $U_{AE\bar{O}}$  від величини магнітної індукції  $B_y$ . Постійна складова вихідного напруги  $U_c$  датчика Холла складає  $2,5B$ , а коефіцієнт корекції –  $k = 0,032$  (визначається за статичною характеристикою датчика Холла). Синтезуємо математичну модель вихідної напруги  $U_{AE\bar{O}}(Y_p)$  датчика Холла при його вертикальному переміщенні над геометричним центром верхньої грані магніту ( $X_p = 0$ ):

$$U_{AE\bar{O}}(Y_p) = 2,5 + 7,4 \cdot 10^{-3} \left( \text{arctg} \frac{0,01}{0,014 - Y_p} + \text{arctg} \frac{0,01}{0,014 + Y_p} \right). \quad (4)$$

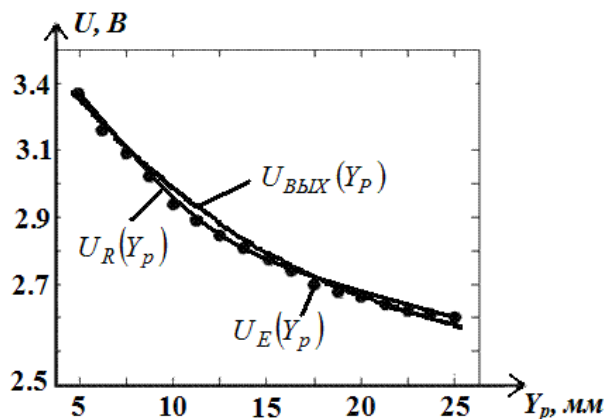


Рис. 4. Порівняльний аналіз результатів моделювання та експериментальних досліджень

На рис. 4 наведені результати порівняльного аналізу експериментальних досліджень [10] (графік  $U_E(Y_p)$ ) з розрахованими згідно з моделлю (3) значеннями напруги  $U_{AE\bar{O}}(Y_p)$  і з синтезованою згідно з [7] нелінійною регресійною математичною моделлю (графік  $U_R(Y_p)$ ). Порівняльний аналіз синтезованої математичної моделі з результатами експериментальних досліджень фізичного прототипу ДП підтверджує коректність і адекватність сформованих моделей, а також достовірність і можливість практичного використання отриманих раніше [7] регресійних математичних моделей.

### ХАРАКТЕРИСТИКА РОЗРОБЛЕНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Для автоматизації математичних розрахунків відповідно до синтезованих математичних моделей авторами розроблено [2] спеціалізоване програмне забезпечення (ПЗ), робоче вікно якого представлено на рис. 5. ПЗ на підставі даних про магніт (габаритні параметри  $c$ ,  $d$  і  $l$ , магнітна проникність  $\mu$ , магнітна індукція  $B_{ae\bar{1}}$  в центрі полюсної грані на поверхні магніту) дозволяє здійснювати розрахунки напруженості магнітного поля  $\bar{H}$  й величини магнітної індукції  $\bar{B}$  над поверхнею магніту.

**Расчет величины магнитной индукции в рабочем пространстве датчика проскальзывания**

**Исходные данные:**

Габаритные параметры магнита:  
 Ширина  $c = 0.02$  (м.)  
 Длина  $d = 0.02$  (м.)  
 Высота  $l = 0.005$  (м.)

Магнитная проницаемость:  
 $\mu = 1.154$

Значение магнитной индукции в центре полюсной грані на поверхности магніта в т. М:  
 Визм = 260 (мТл)

**Расчет единичного значения**

Координаты точки наблюдения P:  
 $X_p = 0$  (м.)  
 $Y_p = 0$  (м.)  
 $Z_p = 0.006$  (м.)

Напряженность магнитного поля:  
 $H_z =$  [ ] [Рассчитать]

Величина магнитной индукции:  
 $B_z = 0.057$  [Рассчитать]

Параметры датчика Холла:  
 Постоянная сост.  $U_c = 2.5$  (В)  
 Коэфф. коррекции  $k = 0.32$

Выходное напряжение датчика Холла:  
 $U_{вых} =$  [ ] [Рассчитать]

**Расчет матрицы значений**

Параметры матрицы наблюдения:  
 $Z_p = 0.006$  (м.) Шаг: 0.0001 (м.)  
 Диапазон  $X_p = \{-0.02 ; 0.02\}$  (м.)  
 Диапазон  $Y_p = \{-0.02 ; 0.02\}$  (м.)

Напряженность магнитного поля:  
 $H_z =$  [ ] [Рассчитать] [Сохранить]

Величина магнитной индукции:  
 $B_z =$  [ ] [Рассчитать] [Сохранить]

Параметры датчика Холла:  
 Постоянная сост.  $U_c = 2.5$  (В)  
 Коэфф. коррекции  $k = 0.032$

Выходное напряжение датчика Холла:  
 $U_{вых} =$  [ ] [Рассчитать] [Сохранить]

Рис. 5. Робоче вікно розробленого ПЗ

Розрахунки можна проводити як для одиної довільної точки, так і для діапазону вхідних значень при заданій множині спостереження. В останньому випадку розраховується матриця вихідних значень, яку можна переглянути в зручній табличній формі й зберегти у файл. Розроблене ПЗ також дозволяє розраховувати вихідну напругу датчика Холла  $U_{AE\bar{O}}(P)$ , який знаходиться в заданій точці спостереження  $P$ . Для виконання вищевказаних розрахунків необхідно ввести параметри датчика Холла: постійну складову вихідної напруги датчика Холла  $U_c$  та коефіцієнт корекції  $k$ . Програмне забезпечення розроблено в середовищі Microsoft Visual Studio Express мовою Си Шарп (C#) на основі платформи Dot Net.

### ВИСНОВКИ

Використання отриманих математичних моделей дозволяє визначати значення магнітної індукції  $B$  над поверхнею магніту (модель (2)) і вихідну напругу  $U_{AE\bar{O}}(Y_p)$  датчика проковзування [5] при проковзуванні об'єкта маніпулювання в захватному пристрої робота

(модель (4)). Моделі (2) та (3) доцільно використовувати на етапі проектування магнітних датчиків проковзування (без створення їх фізичних моделей) для визначення величини мінімального значення спробних рухів при реєстрації сигналів проковзування з забезпеченням надійного функціонування адаптивних роботів. Розроблені математичні моделі дозволяють проводити достовірні розрахунки для систем з призматичними магнітами з габаритами  $c \times d \times l$  за умови, що один з габаритних розмірів магніту (наприклад, глибина  $d$ ) має набагато більше значення, ніж два інших розміри (наприклад, ширина  $c$  і висота  $l$ ). В подальшому доцільно проведення досліджень з побудови 3-х мірної просторової математичної моделі для визначення величини магнітної індукції над поверхнею магніту для систем з довільним співвідношенням габаритних розмірів магніту.

В подальшому доцільно проведення досліджень з побудови універсальних математичних моделей для визначення величини магнітної індукції над поверхнею магніту в системах з довільним співвідношенням габаритних розмірів магніту та довільним напрямком зміщення стрижня (рис. 1) з чутливим елементом.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Анопреенко Г.Т., Франко Р.Т., Солодидин И.Г. Устройство для управления адаптивным роботом // Авт. свид. (СССР) № 1188700 А, опубл. Бюл. №40, 1985.
2. Запорожець Ю.М., Кондратенко Ю.П., Шишкин О.С. Тривимірна математична модель для розрахунку магнітної індукції в магніточутливій системі датчика проковзування // Технічна електродинаміка – № 5. – 2008. – С. 76-79.
3. Запорожець Ю.М. Анализ магнитной структуры анизотропных постоянных магнитов призматической формы // Труды Николаевского кораблестроительного института. – № 139. – Николаев, 1979. – С. 115-120.
4. Запорожець Ю.М. Качественный анализ характеристик прямых постоянных магнитов в магнитных системах с зазором // Техническая электродинаміка. – № 3. – 1980. – С. 19-24.
5. Запорожець Ю.М. Расчет механических взаимодействий в магнитных системах с призматическими постоянными магнитами интегрированием по источникам поля // Труды Николаевского кораблестроительного института. – № 153. – Николаев, 1979. – С. 13-19.
6. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы. – М.: Машиностроение, 1983. – 376 с.
7. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Нелинейные регрессионные математические модели магнитных систем для регистрации сигналов проскальзывания // Вісник НТУУ «КПІ», Серія Приладобудування. – К.: НТУУ «КПІ». – № 33. – 2007. – С. 127-133.
8. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Синтез регрессионных моделей магнитных систем датчиков проскальзывания // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – № 6(25). – Харків, 2007. – С. 210-215.
9. Кондратенко Ю.П., Шишкин О.С., Кондратенко В.Ю. Пристрій для реєстрації сигналу проковзування // Патент України на корисну модель №14566, опубл. Бюл. №5, 2006.
10. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Экспериментальные исследования магнитного датчика проскальзывания для адаптивных робототехнических систем // Труды Одесского политехнического университета, Спецвыпуск. – Одесса, 2005. – С. 47-51.
11. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Датчики проскальзывания в сенсорных системах военных роботов // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету ім. Т.Шевченка. – Вип.8. – К.: ВІКНУ, 2007. – сс. 92-97.
12. Фрайден Д. Современные датчики: Справочник. – М.: Техносфера, 2006. – 592 с.
13. Kondratenko Y.P., Shvets E.A., Shyshkin O. S. Modern Sensor Systems of Intelligent Robots Based on the Slip Displacement Signal Detection // Annals of DAAAM for 2007 & Proceedings of the 18th International DAAAM Symposium. – Vienna: DAAAM International, Austria, 2007. – P. 381-382.
14. Kondratenko Y.P., Kondratenko V.Y., Shvets E.A., Shyshkin O.S. Adaptive Gripper Devices for Robotic Systems // MECHATRONICS AND ROBOTICS (M&R-2007): Proceeding of Intern. Scientific-and-Technological Congress (October 2-5, 2007). – Saint-Petersburg: Polytechnical University Press, 2008. – 99-105.

Рецензенти: д.т.н., проф. Коваленко І.І.  
д.т.н., проф. Казарезов А.Я.

© Кондратенко Ю.П., Запорожець Ю.М.,  
Шишкин О.С., 2009

Стаття надійшла до редколегії 01.03.09