УДК 62-50

Боримський Ю.С., Бідюк П.І., Федоров А.В.

АЛГОРИТМИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОК АКТИВІВ В ІНВЕСТИЦІЙНОМУ КАПІТАЛІ

Робота присвячена розробці нових алгоритмів формування інвестиційного портфеля. Запропоновано новий алгоритм розв'язання задачі попереднього відбору активів для інвестиційного портфеля та задачі розподілу інвестиційного капіталу між активами із врахуванням таких факторів: доходність, диверсифікаційний ризик та ліквідність.

Ключові слова: *актив, інвестиційний капітал, доходність, диверсифікаційний ризик, ліквідність.*

Работа посвящена разработке новых алгоритмов формирования инвестиционного портфеля. Предложен новый алгоритм решения задачи предыдущего отбора активов для инвестиционного портфеля и задачи распределения инвестиционного капитала между активами с учетом таких факторов: доходность, диверсификационный риск и ликвидность.

Ключевые слова: *актив, инвестиционный капитал, доходность, диверсификационный риск, ликвидность.*

The article considers development of new algorithms for selection of portfolio stocks. A new algorithm is proposed for solving the problem of stock selecting for investment portfolio and the problem of investment capital distribution between the stocks taking into consideration returns, diversification risk and liquidity.

Key words: *asset, investment capital, profitableness, liquidity.*

ВСТУП

Згідно із загальновизнаною думкою, нинішній етап розвитку економіки має інноваційно-інвестиційний характер. Невідступно розвивається процес глобалізації. Цьому сприяє розвиток інтернету та інших глобальних комунікаційних мереж. З'являються нові можливості торгівлі на валютному, фондовому та товарному ринках [1]. Окреслені тенденції несуть в собі як позитивні так і негативні складові. Негатив пов'язаний, як правило, з великою залежністю між економіками різних країн, зокрема їх фінансовими секторами. Найактуальнішою темою в торгівлі на світових біржах є розробка прогресивних та виграшних інвестиційних стратегій, зокрема з використанням портфельної теорії.

Основи портфельної теорії інвестування закладені Г. Марковіцем та його послідовниками [2]. Згідно з цією теорією оптимальний портфель забезпечує найбільшу доходність на одиницю ризику [3]. Або при заданій (очікуваній) доходності оптимального портфеля йому відповідає найменший ризик. Тобто модель Марковіца пов'язує два фактори: доходність та ризик. Кожному активу, претенденту на включення в портфель, відповідають прогнозовані доходність і ризик, які залежать від інвестиційного періоду. Слід зазначити, що існує декілька методичних підходів до визначення доходності [4]. Доходність активів з часом випадково змінюється, тобто траєкторія доходності активу представляє собою реалізацію випадкового процесу. Як правило, це процес зі змінною дисперсією, іншими словами – гетероскедастичний процес [5]. Надійність прогнозу доходності на інвестиційний період вимірюється волатильністю (стандартним відхиленням) прогнозованого значення в кінці цього періоду. Для прогнозування волатильності, як відомо, застосовуються моделі АРУГ (авторегресія з умовною гетероскедастичністю), УАРУГ (узагальнена авторегресія з умовною гетероскедастичністю) та їх модифікації, зокрема експоненціальна УАРУГ (ЕУАРУГ). Розвиток базової моделі УАРУГ продовжується і сьогодні з метою уточнення опису дисперсії та отримання високоякісного прогнозу [6].

Прогнозування волатильності з використанням моделей АРУГ та УАРУГ має свої особливості. Базовий процес доходності повинен відповідати певним припущенням. Окрім цього, синтез моделей прогнозування доходності та волатильності здійснюється на двох різних, хоч і залежних вибірках, тобто вибірка для прогнозування волатильності є похідною від вибірки для прогнозування доходності.

Однак існують інші підходи для випадку, коли прогнозування доходності та волатильності тісно пов'язані. По-перше, це підхід, не пов'язаний з аналізом сценаріїв [3]. Згідно з цим підходом розробляється (прогнозується експертами) перелік сценаріїв з відзначенням розподілу ймовірностей здійснення кожного з них.

Кожному сценарію відповідає певна доходність. Розподіл ймовірностей дозволяє вирахувати очікувану доходність за формулою [3]:

$$E(r) = \sum_s p(s) r(s), \tag{1}$$

де s – символ сценарію; $p(s)$ – ймовірність сценарію, $r(s)$ – доходність сценарію. Дисперсію і стандартне відхилення обчислюють так:

$$Var(r) = \sigma^2 = \sum_s p(s)[r(s) - E(r)]^2, \tag{2}$$

$$sD(r) = \sigma = \sqrt{Var(r)}. \tag{3}$$

Стандартне відхилення або волатильність ототожнюють з відповідним фінансовим ризиком і використовують в процесі прийняття рішень щодо виконання торговельних операцій.

По-друге, це підхід, який реалізований у методах прогнозування часових рядів або випадкових процесів (в тому числі і процесів доходності), які подають результат прогнозування у вигляді гістограми (частотного розподілу) [7-10]. Після перетворення частотного розподілу у ймовірнісну форму доходність та волатильність обчислюють відповідно до формул (1) та (3). Гістограми, які визначають за вказаними методами, можуть об'єднувати сотні або тисячі окремих прогнозованих значень в залежності від потрібної точності та робастності результатів. Завдяки існуванню принципової можливості розпаралелювання кожного з методів [7-10] їх можна реалізувати на швидкодіючих паралельних обчислювальних системах.

По-третє, це підхід, який частково грунтується на думці експертів, а частково на формалізмах та логіці теорії нечітких множин [11]. При використанні цього підходу експерт формує розрахунковий коридор для кожного активу, в якому, на його думку, буде знаходитись очікувана доходність. Вважається, що найбільш очікуване значення доходності буде знаходитися всередині коридора, а найменш очікуване (нульове) значення буде на краях коридора. Іншими словами, експерт прогнозує доходність активів у вигляді нечітких чисел з трикутними функціями належності. Доходність інвестиційного портфеля визначається операціями теорії нечітких множин. Ризик портфеля визначається в залежності від прийнятого критичного значення доходності портфеля і розраховується за спеціальними формулами. Такий ризик іменується ризиком неефективності портфельних інвестицій на відміну від інтерпретації ризику у класичній портфельній теорії, де за міру ризику використовують стандартне відхилення доходності.

За данними, розміщеними в мережі інтернет, на сьогодні налічується більше 150 методів прогнозування. Тобто існує велика кількість методів прогнозування, що дає можливість вибрати серед них найбільш придатний для прогнозування доходності активів. Однак кількість методів прогнозування дисперсії гетероскедастичних процесів, якими є процеси мінливості доходності активів, а особливо кількість ідей, покладених в основу цих методів, є значно меншою.

Також необхідно зазначити, що прогнозування дисперсії та стандартного відхилення доходності активів необхідне не тільки для формування оптимального портфеля, але і для оцінювання вартості опціонів за формулою Блека-Шоулза [3]. Опціони (зокрема «захищений» опціон «пут») та ф'ючерсні контракти застосовують для страхування (хеджування) ризиків портфеля.

Інвестиції в деривативи (опціони та фючерси) здійснюють не тільки з метою страхування ризиків, але і з метою одержання підвищеного прибутку. Як правило, акції хедж-фондів, які інвестують значною мірою в деривативи, приносять більший доход ніж акції інвестиційних фондів, але при цьому існує більша ймовірність виникнення більшого рівня ризику.

Принагідно зауважимо, що існує безпечніше та інколи вигідніше індексне інвестування [12]. Наприклад, в роботі [13] наведена інформація про те, що у 2007 році індекс ПФТС зріс на 135,3 проценти. Однак, цього не можна сказати про 2008 рік, коли індекс ПФТС падав. Для індексного прогнозування існують відповідні методи, наприклад [14].

Разом з доходністю та ризиком активів при формуванні інвестиційного портфеля важливо враховувати їх ліквідність. Високоліквідними вважаються «акції голубих фішок». Низьколіквідні акції піддаються так званому ефекту «проковзування». Просковзування означає, що в момент входу у ринок, у зв'язку з відсутністю продавців (покупців) з необхідним об'ємом за поточною ціною, відбувається накопичення необхідного об'єму шляхом покупки (продажу) за гіршою ціною.

Фактор ліквідності активів має особливо велике значення при інвестуванні капіталу пенсійних та страхових фондів, бо ці фонди мають зобов'язання перед клієнтами і вони потребують швидкої конвертації активів в гроші [15]. Оцінюванню ліквідності цінних паперів присвячено ряд робіт, наприклад [16].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Мета даної статті полягає у критичному огляді методів формування інвестиційного портфеля і виявлення в рамках цієї проблеми таких задач, розв'язки яких можна покращити за рахунок запропонованих авторами альтернативних алгоритмів формування портфеля.

ЗАДАЧА ТА АЛГОРИТМ ПОПЕРЕДНЬОГО ВІДБОРУ АКТИВУ ДО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ

Постановка вказаної задачі міститься в [17]. Скористаємось моделлю задачі Марковіца [18]:

$$\sigma_p{}^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \to \min\,; \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i = \overline{\mu}\,; \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1\,; \tag{6}$$

де σ_p – міра ризику (стандартне відхилення) портфеля; x_i – частка від усього капіталу, яка інвестується в i-й актив; σ_{ij} – коваріація між активом i-го та j-го виду; μ_i – доходність i-го активу; $\overline{\mu}$ – очікувана доходність портфеля. Фактично вибір значення $\overline{\mu}$ характеризує відношення інвестора до ризику: чим більше $\overline{\mu}$, тим більший ризик портфеля і тим толерантніше інвестор відноситься до ризику.

Зазвичай задача (4)-(6) розв'язується методом множників Лагранжа. Введення обмеження типу

$$x_i \geq 0\ ,\ \forall i\ , \tag{7}$$

означає, що не допускаються операції типу short sale (продаж без покриття). Задача (4)-(7) розв'язується методами квадратичного програмування.

Якщо розглянути формулу $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$, де ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції, σ_i та σ_j – стандартні відхилення доходності (ризики) відповідно i-го та j-го активів, то стане зрозумілим, що ризик портфеля частково залежить від ризиків його компонентів і від коефіцієнтів парної кореляції між цими компонентами. Ми говоримо, що ризик частково залежить, тому що не приймаємо до уваги залежність ризику портфеля від множників x_i та x_j.

Алгоритм попереднього відбору активів до портфеля складається з таких кроків:

1. Обчислити матрицю коваріацій з елементами σ_{ij} за відомими формулами, користуючись багатовимірною вибіркою доходностей активів.
2. Визначити суму елементів для кожного стовпця матриці коваріацій. Кількість таких сумм буде дорівнювати кількості всіх активів, з множини яких надалі буде відібрано задану кількість.
3. Нормувати доходності активів до інтервалу (0,1). Позначити нормовану доходність i-го активу через r_i. Таке ж нормування виконати і для сумм, визначених в п.2. Позначити нормовану сумму, яка відповідає i-му активу через s_i.
4. Для кожного *i*-го активу знайти відношення $\dfrac{r_i}{s_i}$.
5. Упорядкувати ряд чисел $\dfrac{r_i}{s_i}$ по незростанню.
6. Відібрати задану кількість активів з початку рядка, сформованого в п. 5.
7. Кінець алгоритму.

Зазначемо, що в алгоритмі попереднього відбору активів до портфеля, як його описано в [17], береться до уваги тільки доходність та ризик активів, але не враховується коефіцієнт парної кореляції між ними.

ЗАДАЧА ТА АЛГОРИТМ РОЗПОДІЛУ ІНВЕСТИЦІЙНОГО КАПІТАЛУ МІЖ АКТИВАМИ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ФАКТОРІВ ДОХОДНОСТІ, ДИВЕРСИФІКАЦІЙНОГО РИЗИКУ ТА ЛІКВІДНОСТІ

Згідно з [15], самий тонкий момент інвестування пенсійних коштів, як, мабуть, і всіх інших інвестицій – це баланс між доходністю і ризиком. Хоча в балансі інвестування пенсійних коштів доходність не повинна бути меншою рівня інфляції, все ж фактор ризику залишається більш важливим. При керуванні інвестиціями пенсійних фондів також важливо враховувати фактор ліквідності, притримуючись принципів надійності, ліквідності, доходності та диверсифікації [15].

Задача, про яку йде мова, розглядалась в [19]. Нижче буде вказано на відмінність підходу до її розв'язання, що пропонується в даній роботі, від підходу, прийнятого в [19].

Пропонується розв'язувати задачу за два етапи. На першому етапі розв'язується задача (4)-(7). В результаті розв'язання задачі (4)-(7) будуть знайдені значення змінних $x_1, x_2, ..., x_n$. В зв'язку з тим, що модель Марковіца (4)-(7) не враховує фактор ліквідності активів, то знайдені по цій моделі частки інвестиційного капіталу, призначені для вкладання в активи $x_1, x_2, ..., x_n$, необхідно скоригувати у відповідності до ліквідності кожного активу. Таке корегування відбувається на другому етапі. Далі буде показано, що корегування не змінює цільову доходність (бенчмарк) $\overline{\mu}$ (5), але збільшує спільний ризик портфелю (4), оскільки до диверсифікаційного ризику ще додається ризик ліквідності. Однак співвідношення між спільним ризиком та його складовою частиною – ризиком ліквідності, достатньо просто може бути відрегульовано. Запишемо алгоритм корегування покроково.

1. Обчислити коефіцієнти ліквідності K_i $i=1,2,...,n$ для кожного i-го активу [18].
2. Обчислити суму $\sum_{i=1}^{n} K_i$.
3. Визначити ряд чисел $z_i = \frac{K_i}{\sum_{i=1}^{n} K_i}$, $i=1,2,...,n$, який буде задовольняти обмеженню

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = 1 \tag{8}$$

4. Скласти рівняння:

$$(\delta z_i + (1-\delta) x_i = y_i), \quad \forall i,, \tag{9}$$

де δ – міра наявності ризику ліквідності у спільному ризикові портфеля, яка задається множиною дискретних значень, наприклад, так:

{0,01; 0,02;…; 0.09; 0.1; 0,2;…; 0,5}.

З дійсності обмежень (5), (8) та рівняння (9) випливає дійсність обмеження $\sum_{i=1}^{n} y_i = 1$. А це означає, що при заміні x_i на y_i в обмеженні (5) його права частина $\overline{\mu}$ не зміниться, тобто рівняння $\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i = \overline{\mu}$ буде виконуватись.

5. За допомогою вибраного значення δ з ряду можливих дискретних значень можна знайти, відповідно до рівняння (9), y_i, $i=1,2,...,n$. Підставивши значення y_i (для кожного i) замість x_i в функціонал (4), знайдемо дисперсію σ_p^2. Тобто обчислимо рівень ризику портфеля σ_p, який буде представляти собою суміш диверсифікаційного ризику і ризику ліквідності.
6. Побудувати графік в координатах (σ_p, δ) . На цьому графіку особа, що приймає рішення (ОПР) стосовно управління інвестиціями, має змогу вибрати те співвідношення між підвищенням спільного ризику портфеля і зниженням його ризику ліквідності, яке на його думку є компромісним.
7. Кінець алгоритму.

Наведена процедура дає можливість звести суб'єктивну складову у прийнятті рішення ОПР інвестиціями до мінімуму з точок зору доходності, диверсифікаційного ризику та ризику ліквідності. В роботі [19] портфельна оптимізація ґрунтується на моделі скоринга цінних паперів. А це означає, що кожному з факторів цінних паперів – доходності, ризику та ліквідності, в залежності від оцінки інвестора, надаються відповідні вагові коефіцієнти.

Враховуючи величини факторів разом з наданими їм ваговими коефіцієнтами, за формулою згортки визначають показник інвестиційної привабливості паперу, а потім його рейтинг. В залежності від рейтингу цінного паперу, для нього виділяють відповідну частку інвестиційного капіталу.

Із сказаного вище зрозуміло, що в підході роботи [19] суб'єктивна складова при прийнятті інвестиційних рішень значно вища ніж в авторському. Іншими словами, якщо в [19] суб'єктивно визначаються 3 параметри, то в нашому підході 1.

ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ ІНВЕСТИЦІЙНОГО КАПІТАЛУ МІЖ АКТИВАМИ ПРИ УМОВІ, ЩО КОЖНА ОПЕРАЦІЯ КУПІВЛІ-ПРОДАЖУ ВІДБУВАЄТЬСЯ ЛОТАМИ ВИЗНАЧЕНОЇ ВЕЛИЧИНИ

Постановка названої задачі міститься в роботі [20]; наведемо дослівно цю постановку. Нехай відомий перелік лотів, в які входять цінні папери одного виду, об'єм яких (кількість акцій кожного виду) заданий числами $v_1, v_2, ..., v_n$. Відома початкова вартість кожної акції α_i в момент часу $t = 0$ та ймовірний розподіл майбутньої вартості акцій кожного виду в момент часу $t = T$. Припустимо, що задані так звані β (бета) – коефіцієнти для кожного виду фінансових активів, які позначимо через β_i ($i = 1,2,...,n$). Ці коефіцієнти задають кількісну оцінку ризику для кожному виду цінних паперів [3]. В цих умовах інвестор, володіючи обмеженим об'ємом інвестиційних ресурсів F, хотів би придбати ті лоти, продавши які в момент часу $t = T$ він одержить максимальний очікуваний приріст фінансових ресурсів ΔF.

Сформулюємо оптимізаційну задачу визначення структури інвестиційного портфеля із врахуванням наведених припущень. Нижче будемо вважати, що майбутня вартість i-го активу задається розподілом $\gamma_i^1, \gamma_i^2, ..., \gamma_i^m$ з ймовірностями $p_1, ..., p_m$. Тоді математичним очікуванням майбутньої вартості i-го активу є величина $\bar{\gamma}_i = \sum_{j=1}^{m} \gamma_i^j p_j$.

В цих позначеннях відповідна оптимізаційна задача вибору інвестиційного портфеля може бути сформульована у такому вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i (\bar{\gamma}_i - \alpha_i) + \mathrm{F} \to \max; \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \alpha_i \le \mathrm{F}; \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \alpha_i \frac{\beta_i}{F} \le \beta_{\text{гр}}; \tag{12}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \; i = 1,2,...,n; \tag{13}$$

$\beta_{\text{гр}}$ – максимальне допустиме значення ризику інвестиційного портфеля.

В задачі (10)-(13) пошукова змінна $x_i = 0$, якщо лот v_i не ввійшов до інвестиційного портфеля, і $x_i = 1$, якщо лот v_i входить в інвестиційний портфель. Для знаходження оптимального рішення задачі (10)-(13) необхідно вибрати такі лоти з множини $v_1, v_2, ..., v_n$, щоб не порушуючи обмежень (11)-(13) максимізувати цільову функцію (10).

Для розв'язання задачі (10)-(13) в роботі [20] застосовується метод гілок та границь. Виникає питання: чи дійсно метод гілок та границь є найкращим для застосування в даному випадку? Аналіз задачі (10)-(13) показує, що ця задача є добре відомою задачею «про ранець». Для наочності введемо нові позначення коефіцієнтів і правих частин моделі (10)-(13) наступним чином: $v_i(\bar{\gamma}_i - \alpha_i) = c_i$; $v_i \alpha_i = \alpha_i'$; $v_i \alpha_i \frac{\beta_i}{F} = \alpha_i''$; $F = b'$; $\beta_{\text{гр}} = b''$. Зауважимо, що додаток F в лівій частині цільової функції (10) ніяк не впливає на шукане рішення, тому його можна просто відкинути. Беручи до уваги нові позначення та зауваження щодо F, приведемо задачу (10)-(13) до вигляду:

$$\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to \max;$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{'} x_i \le b^{'};$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{''} x_i \le b^{''};$$

$$x_i \in \{0,1\},\ i = 1,2,...,n.$$

В такому вигляді задача (10)-(13) відповідає моделі задачі «про ранець» [21]. Задача розв'язується за допомогою існуючих пакетів програм. Також розроблена оригінальна авторська програма, ефективність якої багаторазово перевірена на задачах даного класу [22].

ВИСНОВКИ

Виконано огляд робіт стосовно формування та керування інвестиційним портфелем, який дозволив визначити основні напрями наукового дослідження, які необхідно зробити для успішного розвитку інвестиційної діяльності. Серед цих напрямів розробка та застосування нових методів прогнозування гетероскедастичних процесів, формалізація в можливій мірі «важко формалізованих» задач з метою мінімізації суб'єктивної складової в їх розв'язку. Сюди також відноситься підбір точніших та швидкодіючих алгоритмів для розв'язання як відомих, так і нових інвестиційних задач великої вимірності.

З розвитком інтернет-трейдингу на ринках цінних паперів з швидкоплинною зміною ситуацій перевагу будуть мати інвестори, які мають у своєму розпорядженні якісний інструментарій для аналізу та прогнозування ситуацій на ринку.

Відповідно до перелічених напрямів аналітичної підтримки діяльності інвесторів стосовно формування та корегування інвестиційного портфеля, отримані такі результати.

1. Розроблено новий алгоритм для розв'язання задачі попереднього відбору активів для інвестиційного портфеля та задачі розподілу інвестиційного капіталу між активами із врахуванням таких факторів: доходність, диверсифікаційний ризик та ліквідність.
2. Запропоновано метод розв'язання задачі розподілу інвестиційного капіталу між активами при умові, що кожна операція купівлі-продажу відбувається лотами визначеної величини.

Подальший розвиток нинішньої роботи спрямовано на програмну реалізацію розробленого методу та його практичне застосування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Поленок С. Електронний ринок стає реальністю // Финансовые риски. – 2008. – № 1 (50). – С. 79-81.
2. Шарп У.Ф., Александер Г. Дж., Бейли Дж. В. Инвестиции. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 1028 с.
3. Боди З., Кейн А., Маркус А.Дж. Принципы инвестиций. – М.; СПб.; К., 2004. – 982 с.
4. Долінський Л., Павленко Ю. Деякі аспекти кількісного аналізу ефективності управління активами інститутів спільного інвестування // Ринок цінних паперів України. – 2007. – № 3-4. – С. 53-58.
5. Моделювання та прогнозування нелінійних динамічних процесів // Під редакцією П.І. Бідюка. – ЕКМО, 2004. – 120 с.
6. Романенко В.Д., Билый А.В. Синтез и адаптивная настройка GARCH для прогнозирования дисперсий гетероскедастических процессов с разнотемповой дискретизацией // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2008. – № 1. – С. 114-126.
7. Боримський Ю.С., Кондратова Л.П. Метод прогнозування часових рядів колективом лінійних регресійних моделей // Наукові вісті НТУУ «КПІ» – 2004. – № 4. – С. 71-77.
8. Боримський Ю.С., Любашенко Н.Д. Адаптивний, мультимодельний метод для робастного та уточнюючого прогнозування випадкових процесів // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2007. – № 1. – С. 42-48.
9. Боримський Ю.С., Любашенко Н.Д. Метод робастного прогнозирования многомерных временных рядов с использованием последовательно-параллельных вычислений // Сб. 7-я Международная конференция «Интеллектуальный анализ информации», ИАИ-2007, Киев, 15-18 мая 2007 г. – К.: Просвіта, 2007. – С. 21.
10. Боримский Ю.С., Копычко С.Н., Балабан Р.Н. Метод двусторонних соседей и его применение к задаче прогнозирования временных рядов // Сб. 8-я Международная конференция «Интеллектуальный анализ информации», ИАИ – 2008, Киев, 14-17 мая 2008г. – К.: Просвіта, 2008. – С. 117-122.
11. Недосекин А.О. Нечёткие множества в задачах управления финансами // Аудит и финансовій анализ – 2000. – № 2. – С. 140-160.

12. Рив С. Индексное инвестирование и фонді обращающиеся на бирже // Рінок ценніх бумаг. – 2007. – № 9 (336). – С. 20-21.
13. Василенко И., Задерей Н. Заманчивые и опасные // Фондовый рынок. – 2008. – № 5. – С. 8-11.
14. Armano G., Murru A., Roli F. Stock market prediction by a mixture of genetic – neural experts // International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence. – 2002. – Vol. 16. – № 5. – С. 501-526.
15. Минкина П. О путях повішения єффективности инвестирования средств пенсионніх фондов // Рінок ценніх бумаг. – 2008. – № 5 (356). – С. 77-80.
16. Назарчук М. Оценка ликвидности ценных бумаг по результатам биржевых торгов // Рынок ценных бумаг. – 2008. – № 8 (359) – С. 68-72.
17. Недосекин А.О. Монотонные фондовые портфели и их оптимизация // Аудит и финансовый анализ. – 2002. – № 2. – С. 68-72.
18. Артёмьева Е.С. Учёт отношения инвестора к риску в задаче оптимизации инвестиционного портфеля // Аудит и финансовый анализ. – 2007. – № 3. – С. 287-296.
19. Синявская О.А. Модели и методики многокритериальной портфельной оптимизации // Аудит и финансовый анализ. – 2007. – № 1. – С. 418-427.
20. Мищенко А.В., Виноградова Е.В. Оптимизация портфеля финансовых активов при ограничении на их целочисленность // Финансовый менеджмент. – 2006. – № 5. – С. 66-77.
21. Результаты Всесоюзного конкурса «№ранец – 85» // Экономика и математические методы. – 1988. – Т. 24. – Вып. 1. – С. 177-181.

22. Боримский Ю.С. ПМ «Приближённый метод решения многомерной задачи о ранце» Р308.00019-01. – Акт 429 экспертной комиссии СМО ФАП Киевского ПКБ АСУ. – 1984. – 2 с.

Рецензенти: д.т.н., проф. Коваленко І.І.
д.т.н., проф. Казарєзов А.Я.

Стаття надійшла до редколегії 06.03.09