

ВИКОРИСТАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ МОДЕЛЕЙ СТОХАСТИЧНИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ СУМІЩЕННЯ ОДНОТИПНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У НАБОРІ

Звуженням майже фактор простору шляхом вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму розв'язана задача суміщення однотипних зображень. Майже фактор простір отриманий внаслідок звуження топологічного простору покриття зображення побудованого на основі введення напів метрик для характеристик енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів. Приводяться результати порівняльного аналізу швидкості роботи різних алгоритмів суміщення зображень у наборах.

Ключові слова: енергетична теорія моделей, стохастичні сигнали, простор покриття зображення.

Сужением почти фактор пространства по средствам решения задачи поиска корреляционного максимума решена задача центрирования однотипных изображений. Почти фактор пространство получено в следствие сужения топологического пространства покрытия построенного на основе введения полу метрик для характеристик энергетической теории линейных моделей стохастический сигналов. Приведены результаты сравнительного анализа скорости работы разных алгоритмов центрирования изображений наборов.

Ключевые слова: энергетическая теория моделей, стохастические сигналы, простор покриття зображення.

Constriction of almost factor space by means of solving the problem of correlation maximum searching is solved the task of one type image centering. Almost factor space is resulted from constriction of topological space surface built upon introduction of semi metrics for characteristics of energetic theory of stochastic signal linear models. We exemplified results of comparative analysis of work rapidity of different algorithms of image set centering.

Key words: power theory of models, stochastic signals, space of coverage of image.

ВСТУП

Предметом розгляду є класична задача в обробці зображень – а саме задача пошуку за зразком в інтерпретації вирішення задачі вирівнювання в межах піксела усіх однотипних зображень деякого набору.

Основними критеріями вирішення цієї задачі є:

- Достатня простота практичної реалізації;
- Достатня швидкодія пошуку зміщень для кожного зображення набору.

Першому з двох вказаних критеріїв найкраще задовольняє алгоритм побудований на основі одноетапної задачі пошуку кореляційного максимуму. Його основним недоліком є велика

обчислювальна складність. Внаслідок цього швидкість суміщень зображень у наборі є дуже низькою. Тому предметом дослідження є така модифікація задачі пошуку кореляційного максимуму у наборі однотипних зображень, яка б давала змогу пришвидшити процес суміщення.

Для вирішення завдання пришвидшення пропонується використання моделі представлення зображень характеристикам енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів [3, 5].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою даної роботи є модифікація методу пошуку кореляційного максимуму для пришвидшення процесу суміщення однотипних зображень у прикладних наборах. За основу модифікації пропонується використати методи та засоби енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів.

Основу запропонованого методу складають:

- перехід до двоетапної моделі вирішення задачі суміщення;
- запропоновані в [8] топологічні представлення та операції, зокрема звуження простору покриття зображення;
- характеристики моделі представлення зображень на основі енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів [7].

Для досягнення поставленої мети пропонується необхідно здійснити такі дії:

- визначити «зразок» і сформулювати топології зображень;
- звузити отриманий топологічний простір через формулювання і вирішення задачі майже факторизації. Основним інструментарієм тут виступає побудована напівметрика для характеристик моделі представлення зображень;
- звузити майже простір шляхом вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму через введення кореляційної метрики;
- за остаточно звуженим набором фрагментів визначити величини зміщення для кожного зображення набору.

2. ТОПОЛОГІЇ ДЛЯ ЗАДАЧІ СУМІЩЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НАБОРУ

Нехай задано набір \mathbf{P} однотипних зображень з координатною $\mathfrak{X}_p = \mathfrak{X}_{x^{2,+d}}$ та колірною топологіями Π_p [8]. При цьому треба пам'ятати, що Π_p індукується \mathfrak{X}_p . В кожній з цих топологій визначимо скінченні покриття: фреймове $(\chi_{x^{2,+d}} | N_x) \subseteq \mathfrak{X}_{x^{2,+d}}$ та індуковане фрагментне \mathfrak{P}_p в Π_p [1, 4, 8].

Серед зображень набору виберемо довільне зображення, стосовно якого буде здійснюватись операція суміщення. Таке зображення будемо називати *фіксованим*. Для зручності подальшого викладу нехай таке зображення має індекс у наборі рівний 1. Тобто в наборі \mathbf{P} фіксованим є зображення $P_{\text{фікс}} = P_1$. Тоді через \mathbf{P}' позначимо набір із решти зображень

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} \setminus \{P_1\} = \{P_z\}_{z=2..N}. \quad (1)$$

На $(\chi_{x^{2,+d}} | N_x)$ визначимо фрейм

$$\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2,+d} = \mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2,+d} (\Delta_{x1,\text{зад}}, \Delta_{y1,\text{зад}}, l_{\text{fr1,зад}}, h_{\text{fr1,зад}}), \quad (2)$$

якому на P_1 відповідає індукований фрагмент зображення $P_{1,\text{зад}} \in \mathfrak{P}_p$.

Проблема вибору початкового фрейму $\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2,+d}$ в даній роботі детально не розглядатиметься. Це питання детально розглядалось в [9]. Приймаємо лише одне припущення – $\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2,+d}$ індукує такий фрагмент зображення P_1 , який із достатньою точністю існує на усіх зображеннях набору \mathbf{P}' .

Вважатимемо, що фреймове покриття $(\chi_{x^{2,+d}} | N_x)$ гомеоморфне [2, 6] фрейму $\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2,+d}$ за розмірами. Тут гомеорфізм за розмірами визначає те, що усі елементи $(\chi_{x^{2,+d}} | N_x)$ мають

розміри $l_{fr1, \text{зад}}$ і $h_{fr1, \text{зад}}$, а відрізняються лише координатами початку.

З $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ при заданій \mathfrak{Z}_P сформуємо фреймове покриття набору P' за правилом

$$\chi_{P'} = \{\chi_z\}_{z=2..N}, \quad (\chi_z | N_\chi) \in \mathfrak{Z}_P, \quad (3)$$

де

$$\forall z_1, z_2 \in [2..N]: \chi_{z_1} = \chi_{z_2}; \quad \chi_{z_1}, \chi_{z_2} \in \chi_{P'}. \quad (4)$$

Формули (3) і (4) означають, що фреймове покриття $\chi_{P'}$ набору P' складається з $N - 1$ топологічно еквівалентних покриттів $(X^{2+,d}, \mathfrak{Z}_{X^{2+,d}})$, елементи яких ще й рівні за розмірами. При цьому важливо відзначити, що розмірність кожного χ_z рівна N_χ . Тоді має місце

$$\dim \chi_{P'} = (N-1)N_\chi. \quad (5)$$

і до розгляду треба приймати топологічний простір $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$.

Фреймове покриття (3) засобом неперервного відображення C [7] індукує фрагментне покриття $\mathfrak{P}_{P'} \subseteq \mathfrak{P}_P$, яке належить топології $\square_{P'} \subseteq \square_P$ набору P' , за правилом

$$\square_{P'} = \square_P \setminus \{\square_1\} = \{\square_z\}_{z=2..N}; \quad \mathfrak{P}_{P'} = \mathfrak{P}_P \setminus \{\mathfrak{P}_1\} = \{\mathfrak{P}_z\}_{z=2..N}; \quad \mathfrak{P}_{P'} \subseteq \square_{P'} \subseteq \square_P. \quad (6)$$

Фактично $\chi_{P'}$ і $\mathfrak{P}_{P'}$ виступають звуженнями χ_P і \mathfrak{P}_P відповідно.

Оскільки $\mathfrak{P}_{P'}$ є індуковане неперервним відображення C [7], то визначений для $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ гомеорфізм (за розмірами) до фрейму $X_{fr1, \text{зад}}^{2+,d}$ має місце для елементів просторів \mathfrak{P}_P і $\mathfrak{P}_{P'}$ до фрагмента $P_{1, \text{зад}}$. При цьому для елементів \mathfrak{P}_P і $\mathfrak{P}_{P'}$ не існує топологічної еквівалентності подібної до (3). Це означає, що набір P' можна подати у вигляді скінченного набору фрагментів $P_{z,m}$ з розмірами розміри $l_{fr1, \text{зад}}$ і $h_{fr1, \text{зад}}$

$$P' = \{P_z\} = \left\{ \left\{ P_{z,m} \mid P_{z,m} = C_{z,m} \left(X_{frz,m}^{2+,d} \right) \right\}_{m=1..N_\chi} \right\}_{z=2..N}; \quad \forall z, m: X_{frz,m}^{2+,d} \in \chi_z. \quad (7)$$

Значимо, що розмірність кожного \mathfrak{P}_z складає N_χ , тобто існує простір $(\mathfrak{P}_z | N_\chi)$. Тоді розмірність $\mathfrak{P}_{P'}$ за (5) складає

$$\dim \mathfrak{P}_{P'} = (N-1)N_\chi, \quad (8)$$

і до розгляду треба приймати простір $(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi)$.

3. СУМІЩЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НАБОРУ НА ОСНОВІ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ СИГНАЛІВ

3.1. Майже факторизація просторів покриття зображень набору представленого характеристиками енергетичної теорії сигналів

Нехай задано набір P , фіксоване зображення $P_{\text{фікс}} = P_1$, фрейм $X_{fr1, \text{зад}}^{2+,d}$ і фрагмент $P_{1, \text{зад}}$, набір P' (1), топологій $\mathfrak{Z}_P = \mathfrak{Z}_{X^{2+,d}}$ та $\square_{P'} \subseteq \square_P$ і покриття $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$ (3) та $(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi)$ (6).

Для кожного фрагмента $P_{z,m}$ за [3, 5] визначимо характеристики: для імпульсних сигналів (клас сигналів ϵ), то скінченну енергію фрагмента – $E_{z,m}$ (розглядається простір L^2 – інтегрованих за Лебегом з квадратом функцій [6]))

$$P_{z,m} \rightarrow E_{z,m} = M e_{z,m} = \int_{X_{frz,m}^{2+,d}} M |C_{z,m}(x)|^2 dx, \quad m = 1..N_\chi, \quad X_{frz,m}^{2+,d} \in \chi_z, \quad (9)$$

для затухаючих сигналів (клас сигналів π), то середню потужність – $\Pi_{z,m}$ (розглядається простір B^2 – гільбертів простір з метрикою Бора-Безиковича [5]))

$$P_{z,m} \rightarrow \Pi_{z,m} = M \pi_{z,m} = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{\theta} |C_{z,m}(x)|^2 dx, \quad m = 1..N_\chi. \quad (10)$$

Тут M – символ математичного сподівання.

Окрім того визначемо значення скінченної енергії $E_{1, \text{зад}}$ та середньої потужності $\Pi_{1, \text{зад}}$ для фрагмента $P_{1, \text{зад}}$.

З (9) та (10) випливає, що простір $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$ через $(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi)$ індукує набір характеристик

$$\text{клас сигналів } \varepsilon: \chi_{P'} \xrightarrow{C} \mathfrak{P}_{P'} \xrightarrow{E} \{E_{z,m}\}, \quad z = 2..N; \quad (11)$$

$$\text{клас сигналів } \pi: \chi_{P'} \xrightarrow{C} \mathfrak{P}_{P'} \xrightarrow{\Pi} \{\Pi_{z,m}\}, \quad z = 2..N. \quad (12)$$

Для задачі майже факторизації $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$ введемо метрики

$$\text{клас сигналів } \varepsilon: \forall P_{z,m} \in \mathfrak{P}_{P'}: d_{E,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад}) = |E_{z,m} - E_{1,зад}|, \quad (13)$$

$$\text{клас сигналів } \pi: \forall P_{z,m} \in \mathfrak{P}_{P'}: d_{\Pi,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад}) = |\Pi_{z,m} - \Pi_{1,зад}|. \quad (14)$$

Твердження

Вирази (13) та (14) є напівметриками простору $(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi)$.

Доведення.

◁

Оскільки (13) чи (14) є евклідовою відстанню, то звідси випливають умови метрики.

Відношення еквівалентності як умова напівметрики, випливає з того, що для скінченної енергії (9) чи середньої потужності (10) як інтегральних характеристик фрагмента можливі в ситуаціях, коли

$$\exists z \in [2..N], m \in [2..N_\chi]: E_{z,m} = E_{1,зад}, \quad (15)$$

чи

$$\exists z \in [2..N], m \in [2..N_\chi]: \Pi_{z,m} = \Pi_{1,зад}. \quad (16)$$

Це означає, що для $P_{z,m} \neq P_{1,зад}$ має місце

$$d_{E,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад}) = 0, \quad (17)$$

або

$$d_{\Pi,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад}) = 0. \quad (18)$$

що визначає метрики (13) та (14) як напівметрики.

▷

Тоді задача майже факторизації полягає у побудові майже фактор просторів $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon}$ (клас сигналів ε) та $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon}$ (клас сигналів π) над простором $(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi)$ за допомогою нерівностей (відношень майже еквівалентності або ε -подібності)

$$\text{клас сигналів } \varepsilon: \forall P_{z,m} \in \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon}, \quad d_{E,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад}) \leq \varepsilon; \quad (19)$$

$$\text{клас сигналів } \pi: \forall P_{z,m} \in \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon}, \quad d_{\Pi,fr}(P_{z,m}, P_{1,зад}) \leq \varepsilon. \quad (20)$$

Тут $\varepsilon = \varepsilon(z)$ – параметр майже факторизації.

Простори $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon}$ (клас сигналів ε) та $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon}$ (клас сигналів π) треба розглядати як набір фрагментів набору P' ε -подібних до фрагмента $P_{1,зад}$. Оскільки

$$\text{клас сигналів } \varepsilon: \forall \mathfrak{P}_z \in \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon}: \dim \mathfrak{P}_z \leq N_\chi; \quad (21)$$

$$\text{клас сигналів } \pi: \forall \mathfrak{P}_z \in \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon}: \dim \mathfrak{P}_z \leq N_\chi, \quad (22)$$

то мають місце оцінки

$$\dim \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon} \leq \dim \mathfrak{P}_{P'} = (N-1)N_\chi; \quad (23)$$

$$\dim \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon} \leq \dim \mathfrak{P}_{P'} = (N-1)N_\chi. \quad (24)$$

Якщо прийняти, що $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon}$ та $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon}$ відповідають майже фактор простори

$\chi_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{E,fr}}^{-\varepsilon}$ і $\chi_{(\mathfrak{P}_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\Pi,fr}}^{-\varepsilon}$, такі що

$$\left(\chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{E,fr})} /^{-\varepsilon} \mid \dim \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{E,fr})} /^{-\varepsilon} \right) \subseteq \left(\chi_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z} \right); \quad (25)$$

$$\left(\chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{\Pi,fr})} /^{-\varepsilon} \mid \dim \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{\Pi,fr})} /^{-\varepsilon} \right) \subseteq \left(\chi_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z} \right), \quad (26)$$

то (23) та (24) означає, що через вирішення задачі майже факторизації вдалось звузити простори $(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z})$ і $(\chi_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z})$ для кожного класу сигналів.

Наступним кроком є звуження пар просторів $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{E,fr})} /^{-\varepsilon}$ і $\chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{E,fr})} /^{-\varepsilon}$ (клас сигналів ε) та $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{\Pi,fr})} /^{-\varepsilon}$ і $\chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{\Pi,fr})} /^{-\varepsilon}$ (клас сигналів π) до одного фрейму через вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму.

3.2. Задача пошуку кореляційного максимуму на майже фактор просторі покриття зображення

Наступним кроком є звуження пар просторів $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{E,fr})} /^{-\varepsilon}$ і $\chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{E,fr})} /^{-\varepsilon}$ та $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{\Pi,fr})} /^{-\varepsilon}$ і $\chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{\Pi,fr})} /^{-\varepsilon}$ до одного фрейму. Це пропонується здійснювати через вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму. Для цього введемо до розгляду метрику

$$\forall P_{z,m} \in \mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'} : d_{r_{\max,fr}}(P_{z,m}, P_{1,зад}) = r(P_{z,m}, P_{1,зад}), \quad (27)$$

де $r(P_{z,m}, P_{1,зад})$ – кореляції [10] між значеннями кольору (чи інтенсивності) фрагменту $P_{z,m}$ із заданим $P_{1,зад}$. Розрахункова формула має вид

$$r_{z,m}(P_{1,зад}, P_{z,m}) = \frac{M(P_{1,зад}, P_{z,m}) - M P_{1,зад} M P_{z,m}}{\sigma P_{1,зад} \sigma P_{z,m}}; \quad m = 1..N_{\chi_z}; \quad z = 2..N, \quad (28)$$

де $c_{1,зад(i,j)}^d$ – значення кольору фрагмента $P_{1,зад}$; N_{χ_z} – розмірність покриттів $\chi_z \in \chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}$ та $\mathfrak{D}_z \in \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}$; σ – символ середньоквадратичного відхилення.

В результаті (28) для кожного $\chi_z \in \chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}$ та $\mathfrak{D}_z \in \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}$ отримуємо набір значень кореляцій $r_{z,m}(P_{1,зад}, P_{z,m})$, які є характеристиками фрагментів $P_{z,m} \in \mathfrak{D}_z$

$$\left(\begin{matrix} \chi_z \\ \mathfrak{D}_z \end{matrix} \right) \rightarrow \left\{ r_{z,m}(P_{1,зад}, P_{z,m}) \right\}_{m=1..N_{\chi_z}}, \quad z = 2..N; \quad \chi_z \in \chi_{(\mathfrak{X}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}; \quad \mathfrak{D}_z \in \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}. \quad (29)$$

На наборі $\left\{ r_{z,m}(P_{1,зад}, P_{z,m}) \right\}$ для кожного z вирішуємо задачу пошуку кореляційного максимуму із заданим $P_{1,зад}$

$$I_{r,\max} = \left\{ \max_m (r_{z,m}(P_{1,зад}, P_{z,m})) \neq 0 \right\}_{z=2..N} \quad (30)$$

У випадку, якщо ненульового кореляційного максимуму при задано z , не існує, то це зображення видаляється з набору і в подальшому розв'язанні задачі суміщення не розглядається. Надалі вважатимемо, що для будь-якого z ненульова кореляція існує.

За (29) знаходимо відповідний $P_{z,m} \in \mathfrak{D}_z \in \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'|(N-1)N_z}, d_{D,fr})} /^{-\varepsilon}$ і формуємо остаточний набір фрагментів

$$\mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'\max_r} = \left\{ P_{z,m} \mid P_{z,m} \rightarrow I_{r,\max} \right\}_{z=2..N}, \quad (31)$$

і відповідний набір фреймів

$$\chi_{\mathfrak{P}'\max_r} = \left\{ \mathbf{X}_{frz,m}^{2+,d} \mid P_{z,m} = C(\mathbf{X}_{frz,m}^{2+,d}), P_{z,m} \in \mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'\max_r} \right\}_{z=2..N}. \quad (32)$$

Оскільки розмірність $I_{r,\max}$ рівна $N-2$, то

$$\dim \chi_{\mathfrak{P}'\max_r} = \dim \mathfrak{D}_{\mathfrak{P}'\max_r} = N-2. \quad (33)$$

Очевидно, що $\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \subset \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{E,fr}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathfrak{P}_{P'} \subseteq \mathfrak{P}_P$ та $\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \subset \mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{\Pi,fr}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathfrak{P}_{P'} \subseteq \mathfrak{P}_P$ належить топологіям $\square_{P'}$ та \square_P . Аналогічно для координатної області маємо $\mathcal{X}_{P_{\max r}} \subset \mathcal{X}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{E,fr}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{X}_{P'} \subseteq \mathcal{X}_P$ та $\mathcal{X}_{P_{\max r}} \subset \mathcal{X}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{\Pi,fr}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{X}_{P'} \subseteq \mathcal{X}_P$.

Фрагментний набір $(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid N-2)$ є результатом двоетапного звуження $\mathfrak{P}_{P'}$ до $N-2$ фрагментів, кожен з яких відповідає окремому P_z набору P' .

Подібно до $(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid N-2)$, фреймовий набір $(\mathcal{X}_{P_{\max r}} \mid N-2)$ є результатом звуження $\mathcal{X}_{P'}$ і містить для кожного z по одному фрейму $\mathbf{X}_{frz,m}^{2,+d}$.

За фреймовим набором $(\mathcal{X}_{P_{\max r}} \mid N-2)$, як зміщення між фрагментами $P_{z,m}$ і $P_{1,зад}$, знаходимо зміщення по осях $x - \Delta_{x,(1,z)}$ та по $y - \Delta_{y,(1,z)}$ кожного зображення набору P' відносно P_1 ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{x,(1,z)} = \Delta_{x,z,m} - \Delta_{x,1,зад} \\ \Delta_{y,(1,z)} = \Delta_{y,z,m} - \Delta_{y,1,зад} \end{array} \right\}_{z=2..N} ; \mathbf{X}_{frz,m}^{2,+d} \in \mathcal{X}_{P_{\max r}}. \quad (26)$$

Звертаємо увагу на те, що зміщення $\Delta_{x,(1,z)}, \Delta_{y,(1,z)} \in \mathbb{N}$ можуть набувати як додатних, так і від'ємних значень.

4. РЕЗУЛЬТАТИ ПРАКТИЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ СУМІЩЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НАБОРУ ПРЕДСТАВЛЕНИХ СКІНЧЕНОЮ ЕНЕРГІЄЮ СИГНАЛУ

На основі викладених вище теоретичних результатів розроблено програмну реалізацію методу суміщення зображень набору на основі характеристик моделі енергетичної теорії сигналів. Для проведення практичних експериментів сформовано набори із зображень в градаціях сірого кольору. Зображення цих наборів є результатами горизонтальних та вертикальних зсувів деякого базового зображення. Надалі такі набори будемо називати наборами штучно-згенерованих зображень (НШЗЗ).

Основною характеристикою зображення вибрано скінченну енергію E (клас сигналів ε).

Умову (19) у випадку із скінченною енергією для спрощення практичної реалізації замінимо на відносну похибку

$$\frac{d_{E,fr}(P_{z,m}, P_{0,зад})}{|E_{z,m}|} \leq \varepsilon. \quad (27)$$

На рис. 1 наведено результати суміщення зображень НШЗЗ. Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – $N = 88$; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів; $P_{фікс} = P_0$. Параметри заданого фрейму $\mathbf{X}_{fr0,зад}^{2,+d}$: $\Delta_{x,0,зад} = \Delta_{y,0,зад} = 10$; $l_{fr0,зад} = h_{fr0,зад} = 10$; $\varepsilon = 0.001$. Індуксування зображень у P розпочинається з нуля, тобто $P' = \{P_1, \dots, P_{88}\}$. Заданий фрагмент на P_0 червоним кольором.

Для набору наведеного на рис. 1 та на рис. 2 наведено результати побудови майже фактор простору $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{E,fr}} / \sim^\varepsilon$ для набору P' при вирішенні задачі суміщення НШЗЗ за $E_{z,m}$. Розмірність елементів $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{E,fr}} / \sim^\varepsilon$ є визначальною для швидкості роботи алгоритму в порівнянні з відомими методами [10]. Чисельні значення кількості «підозрілих фреймів» для кожного P_z набору P' можна побачити на рис. 1 в таблиці «Зміщення» → колонці «значення» → в мітці «підозр».

На рис. 3 приведено розподіл розмірностей χ_z та \mathfrak{P}_z , які належать покриттям $\mathcal{X}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{E,fr}} / \sim^\varepsilon$ та $\mathfrak{P}_{(\mathfrak{P}_{P_{\max r}} \mid (N-1)N_z), d_{E,fr}} / \sim^\varepsilon$ відповідно до результатів наведених на рис. 2. Періодичність розподілу визначається невпорядкованістю набору P' і штучним генеруванням зображень.

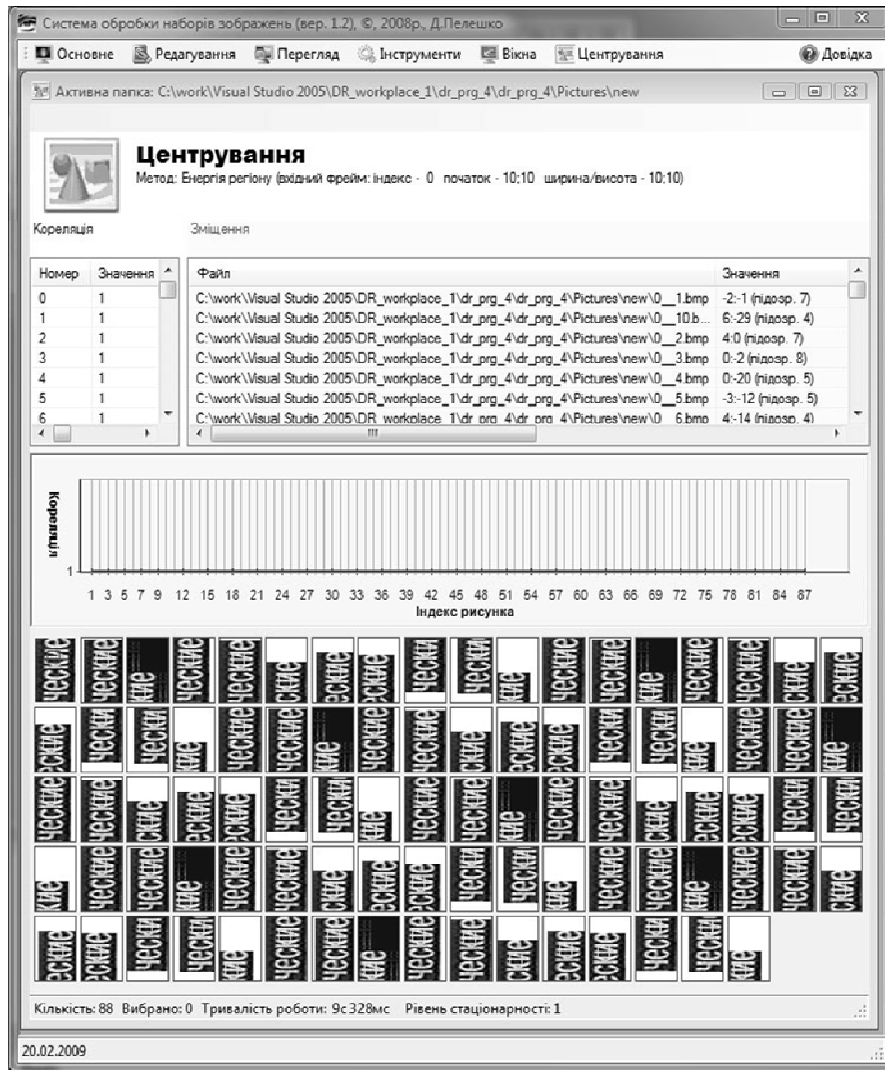


Рис. 1. Зріз екранної форми – результати суміщення НШЗЗ на основі скінченної енергії

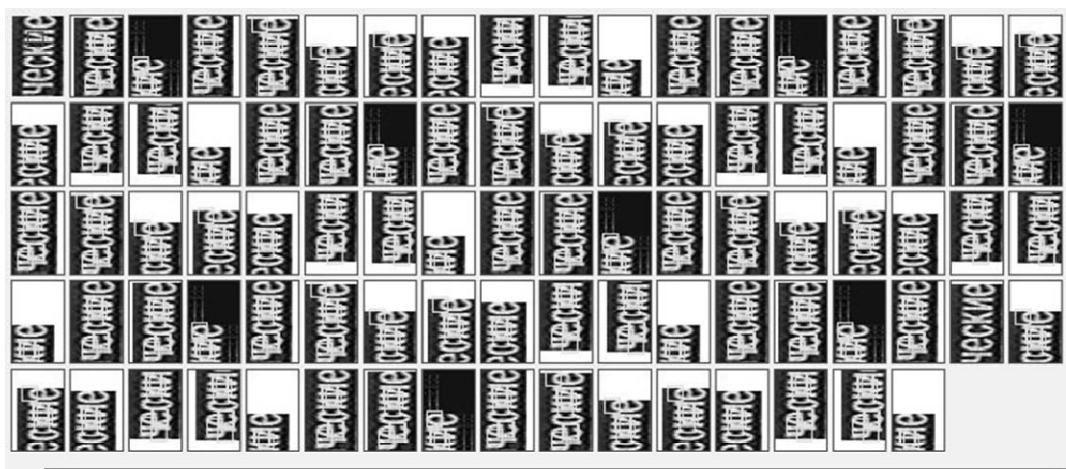


Рис. 2. Зріз екрану – результати формування майже фактор простору $\Theta_{(\Phi_{p, (N-1)N_x}, d_{E, R})} / \sim \epsilon$ при суміщенні методом скінченної енергії НШЗЗ Р'

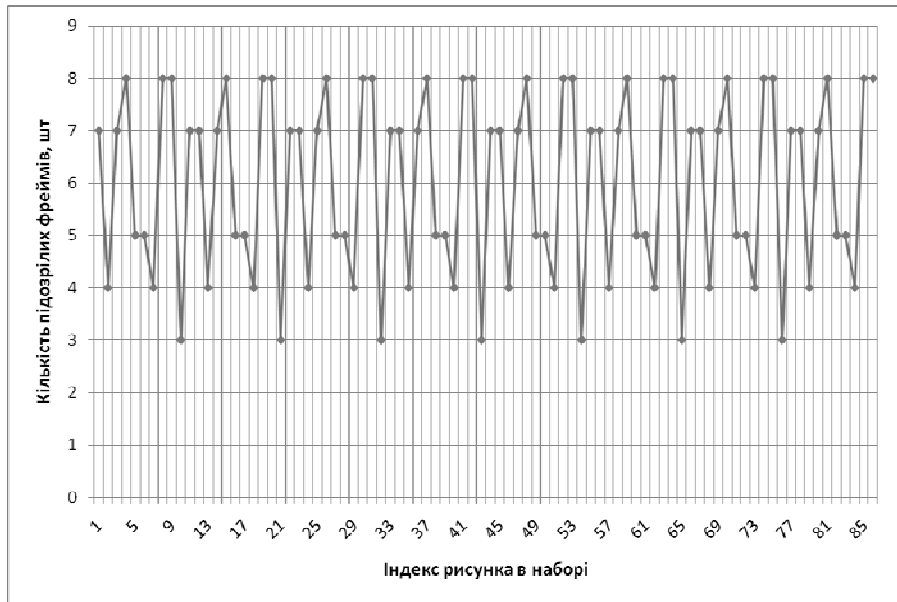


Рис. 3. Розподіл «підозрілих» фрагментів (простору $\mathfrak{P}_{(\theta_{p,((N-1)N_z),d_{E,fr}})^{-\varepsilon}}$) в невпорядкованому НШЗЗ Р' за методом скінченної енергії

Чисельні значення, тобто $\Delta_{x,(1,z)}, \Delta_{y,(1,z)}$, для суміщення на основі $E_{z,m}$ наведені на рис. 1 у таблиці «Зміщення» → в колонці «значення».

На рис. 4 наведено графік залежності часу роботи алгоритму суміщення від розмірності Р'. Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – змінна; зображення у градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів; $P_{\text{фікс}} = P_0$. Параметри заданого фрейму $X_{fr0,зад}^{2,+d}$: $\Delta_{x,0,зад} = \Delta_{y,0,зад} = 10$; $l_{fr0,зад} = h_{fr0,зад} = 10$; $\varepsilon = 0.01$.

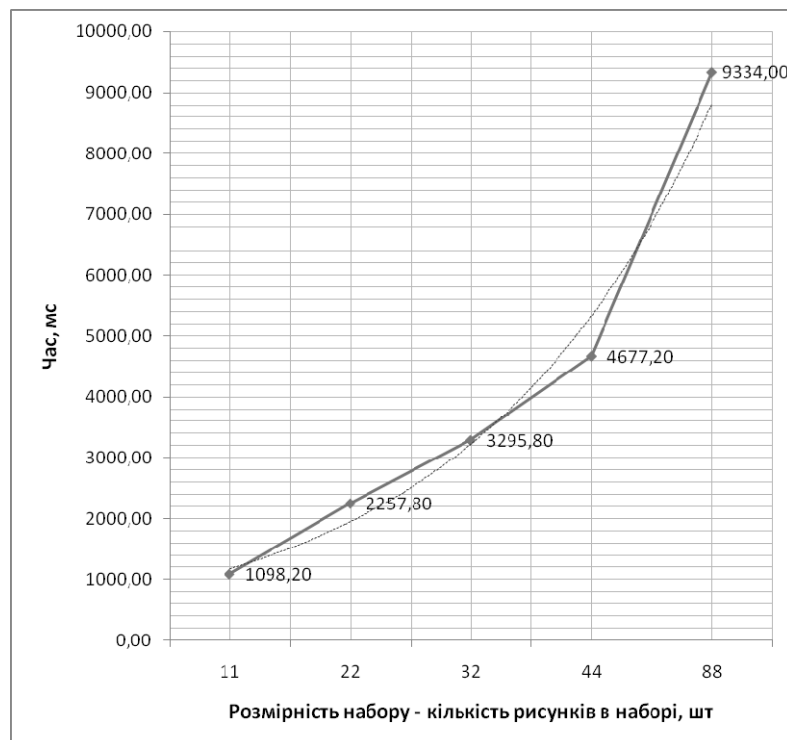


Рис. 4. Часова залежність від розмірності набору Р' роботи алгоритму суміщення НШЗЗ методом дисперсії

Чисельні значення експериментів, результати яких наведено на рис. 4., приводяться в табл. 1. При цьому середньоквадратичне відхилення вибраних результатів експерименту не перевищувало 20 мс. За цими даними визначено середнє значення, яке і виступало часовою характеристикою (наведеною на рис. 4) роботи алгоритму при заданій розмірності.

Таблиця 1

Зведена таблиця експериментальних та характеристичних даних – результатів роботи (в мс) процесу суміщення методом дисперсії при різних розмірностях НШЗЗ

Розмірність набору	Час роботи алгоритму, мс Номер експерименту					Відхилення, мс	Середнє значення, мс
	1	2	3	4	5		
11	1107	1085	1092	1100	1107	9,63	1098,20
22	2277	2226	2262	2262	2262	18,93	2257,80
32	3291	3314	3307	3276	3291	14,96	3295,80
44	4695	4670	4679	4663	4679	12,01	4677,20
88	9342	9313	9354	9328	9333	15,35	9334,00

Оскільки із зростанням розмірності набору зростає кількість арифметичних операцій, то зменшується швидкість і зростає час суміщення зображення в наборі за методом скінченної енергії. При цьому варто звернути увагу на експонентоціальний характер росту часу роботи алгоритму при зростанні розмірності набору.

Середні значення даних п'яти кращих практичних експериментів за визначенням впливу площі заданого фрейма $X_{fr0,зад}^{2,+d}$ на швидкість роботи алгоритму суміщення НШЗР на основі скінченної енергії наведено в табл. 2. Експерименти проводились подібно до експериментів, результати яких відображені на рис. 4 і в табл. 1. Тобто характеристикою виступало середнє значення результатів п'яти кращих експериментів при різних $s_{0,зад} / s_{p_0}$. При цьому похибка відхилення також не перевищували 20 мс. Характеристики НШЗЗ є такими, як у випадку з результатами наведеними в табл. 1.

Таблиця 2

Порівняльні дані – результатів роботи (в мс) процесу суміщення НШЗЗ методом дисперсії при різних розмірах заданого фрейма

Розмір рисунка (піксели)				
X		Y		
37		54		
Розмір фрейма (піксели) X Y		Площа фрейма/ площа рисунка		Час
10	10	0,05		1098,00
15	15	0,11		1522,40
20	20	0,20		1838,20
25	25	0,31		1576,13
28	28	0,39		1242,00

Як показують результати з табл. 2, найбільше падіння часу суміщення Р' зафіксовано при співвідношення $s_{0,зад} / s_{p_0} = 0.2$, що відповідає розмірам $l_{fr0,зад} = h_{fr0,зад} = 20$. При більших та менших розмірах заданого фрейма (в даному випадку квадратного) швидкість роботи алгоритму лише зростає.

Важливим результатом експерименту є існування екстремуму падіння швидкості роботи алгоритму. Це підтверджує тезу про те, що співвідношення $s_{0,зад} / s_{p_0} = 0.2$ є найгіршим для пропонуванних методів суміщення.

На рис. 5 приведено порівняльну діаграму швидкості роботи різних алгоритмів шифрування (кореляційної прив'язки та на основі девіації, [10]) з пропонуванним при різних розмірностях вхідного набору. Характеристики НШЗЗ є такими, як у випадку з результатами наведеними на рис. 1.

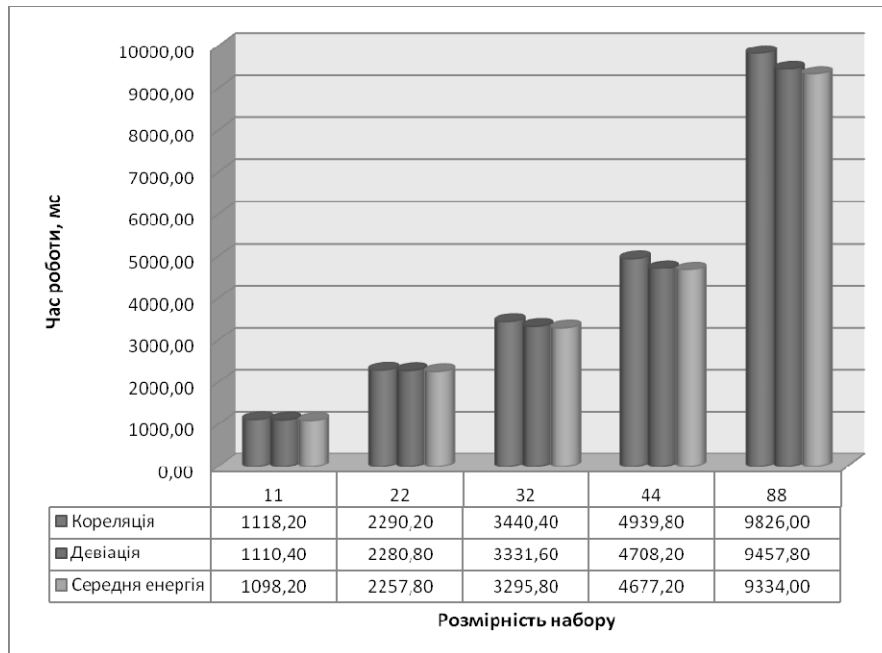


Рис. 5. Порівняння часу роботи алгоритму суміщення НШЗЗ на основі методів кореляційної прив'язки і дисперсії

Як видно з рис. 5, суміщення на основі характеристик скінченої енергії є швидшим у порівнянні з класичними методами. При цьому характер пришвидшення зростає із збільшенням розмірності набору в порівнянні із методами кореляційної прив'язки та девіації [10] зберігається. Змінюються лише чисельні показники.

ВИСНОВКИ

Як можна побачити з результатів приведених на рис. 5, метод суміщення базований на майже факторизації простору \mathfrak{R}^n на основі характеристик енергетичної теорії сигналів є суттєво швидшим від методу суміщення на основі кореляційної прив'язки. Зважаючи на дуже малі розміри зображень НШЗЗ, приріст швидкості роботи, наприклад, при $N = 88$ уже становить 5,27 % і зростає при зростанні розмірності P' . Таке пришвидшення пояснюється тим, що обчислювально складна задача пошуку кореляційного максимуму вирішується на достатньо малому за розмірністю просторі покриття зображень (майже фактор-просторі). В результаті цього досягається пришвидшення для вирішення задачі в цілому.

Запропонований алгоритм може бути застосований для суміщення в горизонтальному та вертикальному напрямках зображень будь-якого типу. Зважаючи на інтегральність характеристик енергетичної теорії сигналів можна стверджувати, що запропонований підхід може бути використаний стосовно усього набору афінних перетворень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. – М.: Наука, 1977.
2. Гусейн-Заде С.М. Лекции по дифференциальной геометрии. – М.: МГУ, 2001.
3. Драган Я.П. Энергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. – 333 с.
4. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. – М.: Мир, 1972.
5. Омельченко В.О., Безрук В.М., Драган Я.П., Колесников О.О., Омельченко А.В. Конспект лекцій і задачник з курсу «Імовірнісні моделі випадкових сигналів і полів для обробки сигналів». Частина I «Імовірнісні моделі випадкових сигналів і полів». – Харків: ХТУРЕ, 1994. – 285 с.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Н.С. Пискунов. – М.: «Наука» Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – Т. 2. – 572 с.
7. Пелешко Д.Д., Рашкевич Ю.М. Класифікація моделей представлення зображень та наборів зображень як стохастичних зображень та полів. Матеріали міжнародної наукової конференції Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2009) 18-22 травня 2009 року Євпаторія, Крим, Збірка у двох томах. Т. 2. Секція 4. – Обчислювальний інтелект та індуктивне моделювання. – С. 401-405.
8. Пелешко Д.Д. Топології зображень та наборів зображень // Науковий вісник (Зб. науково-технічних праць) Національного лісотехнічного університету України. – Вип. 19.4 (2009). – С. 236-242.
9. Шлезингер М.М., Святогор Л.А. О построение эталонов для корреляционных читающих автоматов. III Всесоюзная конференция по информационно-поисковым системам и автоматизированной обработке научно-технической информации. – Т. 3. – М.: Всесоюз. Ин-т науч. и техн. Информации, 1967. – С. 129-139.
10. Рашкевич Ю., Пелешко Д., Демида Б., Кустра Н. Центрування зображень на основі методів кореляційного аналізу // Зб. наукових праць. Інститут проблем моделювання в енергетиці. – Вип. 29. – Київ, 2005. – С. 121-128.

Рецензенти: д.т.н., проф. Кондратенко Ю.П.,
д.т.н., проф. Бідюк П.І.

© Пелешко Д.Д., Пасєка М.С., 2009

Стаття надійшла до редакції 08.08.09