УДК 681.142.2; 622.02.658.284; 621.325

Пелешко Д.Д., Кустра Н.О., Ковальчук Ю.А.

ЧАСТОТНА ФІЛЬТРАЦІЯ НАБОРУ НА ОСНОВІ КВАНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Запропоновано фільтрацію наборів однотипних зображень, яка базується на побудові інтервальних оцінок для частот, отриманих у результаті квантування множини параметрів моделей представлення зображень набору. На основі отриманого зворотного перетворення частотні інтервальні оцінки можуть бути переведені в параметричні. Проведено порівняльний аналіз результатів частотної фільтрації з фільтрацією за параметрами. На основі практичних експериментів визначено особливості використання різних параметрів.

Ключові слова: *фільтрація наборів однотипних зображень, інтервальні оцінки, фільтрація за параметрами.*

Предложено фильтрацию наборов изображений, основанную на построении интервальных оценок для частот, полученных в результате квантирования множества параметров моделей представления набора зображений. Проведено сравнительный анализ результатов частотной фильтрации с фильтрацие за параметрами. На базе практических экспериментов определено особенности использования различных параметров.

Ключевые слова: *фильтрация наборов изображений, интервальные оценки, параметрическая фильтрация.*

There is proposed the filtration of the sets of similar images that is based on the build of the frequency interval estimate. The estimate is received from quantification of parameters of the model presentation images parameters. There is developed conversion from frequency space to parameters space for the receiving of parameter interval estimate. Comparative analysis of the results of parameter filtration and frequency filtration is realized. There is defined features of various parameters use.

Key words: *filtration of the sets of similar images, the frequency interval estimate, parameter filtration.*

ВСТУП

Завдання фільтрації наборів зображень є однією з актуальних задач попередньої обробки. Оскільки автоматичне чи автоматизоване видалення шумів впливає на якісний склад набору, то це безпосередньо впливає на результати роботи методів, які ґрунтуються на пакетній обробці відеовідліків, рядів зображень тощо. При цьому під шумом набору будемо розуміти стохастичні варіації параметрів вибраної моделі представлення зображень набору [1; 2].

Основним підходом для визначення стохастичних варіацій є побудова інтервальних оцінок для набору параметрів моделей представлення зображень [1; 2]. У випадку, коли набір однотипних зображень має малу розмірність, отриманий на основі параметрів цих зображень інтервал довіри з точки зору теорії ймовірностей, є не зовсім коректним [5; 6]. Тому постає завдання збільшення розмірності вибірки з генеральної сукупності, на основі якої будуть отримані адекватні інтервальні оцінки параметрів зображень.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою роботи є побудова інтервальних оцінок для параметрів наборів однотипних зображень малої розмірності, тобто в тих випадках, коли потрібно підвищити розмірність випадкової величини, яка знаходиться в діапазоні від 0 до 1.

Для досягнення цієї мети пропонується підхід, за яким відповідно до набору параметрів малої розмірності ставиться деякий характеристичний частотний набір більшої розмірності. Надалі засобом однозначного відображення ці оцінки перетворюються в інтервали довіри для параметрів.

В основі пропонованої методики лежить, насамперед, частотний підхід [3]. При цьому частотою деякої характеристики будемо вважати відношення кількості цієї характеристики на деякому відрізку до загальної кількості. Тому значення частот є додатними і не перевищують значення 1. З цього випливає, що частотну фільтрацію пропонується використовувати у випадках, коли необхідно забезпечити математичні операції з невеликими числами, або у випадку, коли частоти є параметрами в подальших розрахунках.

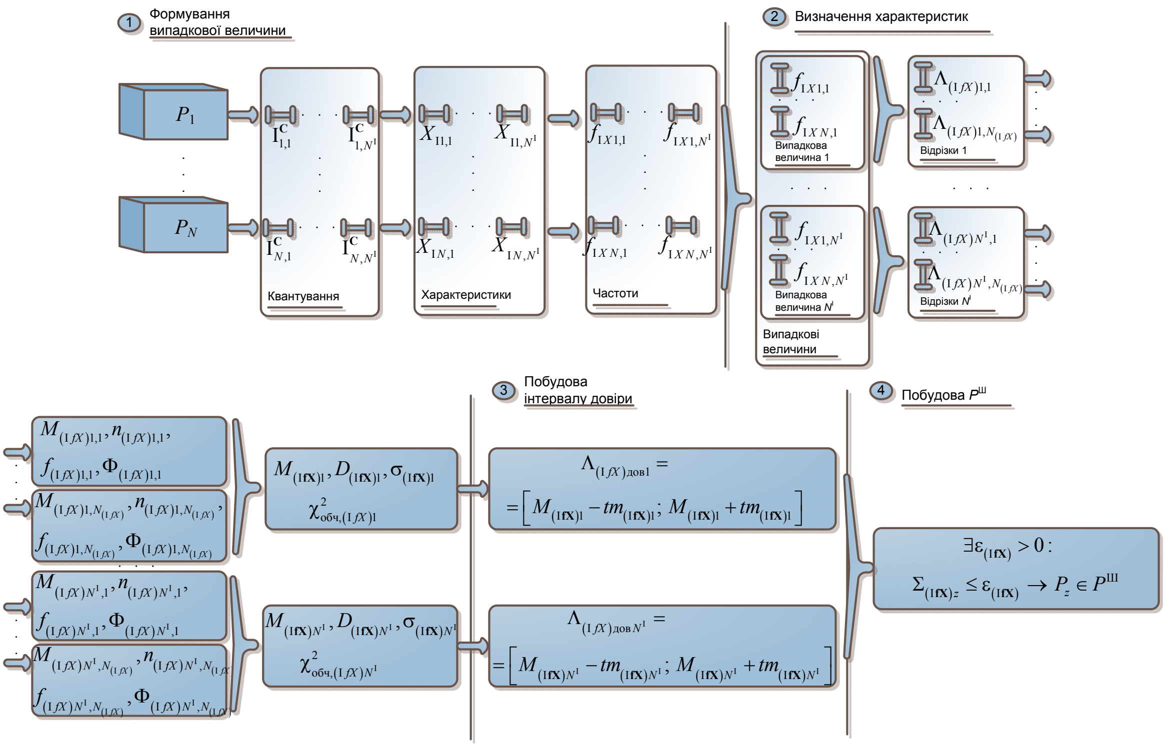

Рис. 1. Схема частотної фільтрації набору на основі квантування параметрів моделей представлення зображень

Загальна схема частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення наведена на рис. 1. Тут символ *X* відображає параметр моделі представлення. Надалі в теоретичних викладах замінено його на математичне сподівання *M*.

2. ЧАСТОТНА ФІЛЬТРАЦІЯ НАБОРУ НА ОСНОВІ КВАНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Нехай існує набір $\mathbf{P}$ однотипних зображень. Якщо через $\mathbf{P}^{\Phi}$ позначити відфільтровану підмножину зображень набору $\mathbf{P}$, а через $\mathbf{P}^{Ш}$ – множину зображень з $\mathbf{P}$, які складають "шум", то очевидно повинна задовольнятись операція об'єднання $\mathbf{P}^{Ш}$ і $\mathbf{P}^{\Phi}$. Тоді задача фільтрації полягає в побудові множини $\mathbf{P}^{Ш}$ такої, щоб мала місце операція

$$P = P^{\hat{O}} \cup P^{\O}\,; \qquad P^{\hat{O}} \cap P^{\O} = \varnothing\,. \tag{1}$$

Формування наборів випадкових величин. Квантуємо (подібно до [4]) кожне P_z набору $\mathbf{P}$, у результаті чого отримуємо:

$$P_z \to \left\{ \mathrm{I}^{\mathbf{X}}_{z,m} \to \mathrm{I}^{\mathrm{C}}_{z,m} \right\}, \qquad m = \overline{1, N^{\mathrm{I}}}, \tag{2}$$

де N^{I} – розмірність квантування. Приймає, що для усіх *z* вона є однаковою.

На кожному $\mathrm{I}^{\mathbf{X}}_{z,m}$ обчислюємо значення параметрів моделі представлення [1; 2]. У нашому випадку це математичне сподівання [5; 6] кольору (інтенсивності) $M_{\mathrm{I}z,m}$ усіх пікселів, які потрапили до $\mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}$. У результаті для кожного *z* отримаємо однакові за розмірністю набори параметрів

$$\forall m \in \left[1; N^{\mathrm{I}}\right] \;\; \exists \left\{M_{\mathrm{I}z,m}\right\}_{z=1..N} : \; M_{\mathrm{I}z,m} = \frac{1}{N_{z,m}} \sum_{c_{z,m} \in \mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}} c_{z,m} \,, \tag{3}$$

де $c_{z,m}$ – значення кольору (інтенсивності), яке потрапило в інтервал $\mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}$; $N_{z,m}$ – розмірність $\mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}$. І при будь-якому *z* для кожного P_z отримуємо співвідношення з набором розмірністю N^{I}

$$\forall z \in [1; N]: \quad P_z \to \begin{pmatrix} \mathrm{I}^{\mathbf{X}}_{z,m} \\ \mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m} \end{pmatrix} \to \left\{M_{\mathrm{I}z,m}\right\}, \qquad m = \overline{1, N^{\mathrm{I}}}, \tag{4}$$

За (3) і (4) за кожним *m* набору **P** можна сформувати N^{I} наборів випадкових величин розмірністю *N*.

$$\mathbf{P} \to \left\{ \left\{M_{\mathrm{I}z,m}\right\}_{z=1..N} \right\}_{m=1..N^{\mathrm{I}}} . \tag{5}$$

Формування наборів випадкових величин. Здійснивши квантування і отримавши (5), для кожного $\mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}$ визначимо частоту $f_{\mathrm{I}M\,z,m}$ параметра $M_{\mathrm{I}z,m}$

$$f_{\mathrm{I}M\,z,m} = \frac{n_{\mathrm{I}M\,m,z}}{N^{\mathrm{I}}}; \quad m = 1..N^{\mathrm{I}}; \quad z = 1..N \,, \tag{6}$$

де $n_{\mathrm{I}M\,m,z}$ – кількість $M_{\mathrm{I}z,m}$ на $\mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}$.

На основі (6) видозмінимо (4)

$$\forall z \in [1; N]: \quad P_z \to \begin{pmatrix} \mathrm{I}^{\mathbf{X}}_{z,m} \\ \mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m} \end{pmatrix} \to \left\{M_{\mathrm{I}z,m}\right\} \to \left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}, \qquad m = \overline{1, N^{\mathrm{I}}} \,. \tag{7}$$

Тоді за кожним *m* одержуємо набори випадкових величин, які можна співставити **P**

$$\mathbf{P} \to \left\{ \left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_{z=1..N} \right\}_{m=1..N^{\mathrm{I}}} . \tag{8}$$

Як видно з (8), розмірність кожного набору рівна *N*, а сумарна набору **P** – рівна NN^{I}.

Формування наборів випадкових величин. Відсортувавши за зростанням значень випадкової величини в наборі, для кожного $\left\{\left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_z\right\}_m$ будуємо набір відрізків

$$\begin{gathered} \forall m \in \left[1..N^{\mathrm{I}}\right]: \\ \forall z \in [1..N], \; \exists k \in \left[1..N_{(\mathrm{I}fM)}\right]: \quad f_{\mathrm{I}M\,z,m} = f_{\mathrm{I}M\,z,m,k} \in \Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k} = \left[\mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,k-1}, \mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,k}\right[, \end{gathered} \tag{9}$$

де

$$\forall m \in \left[1..N^{\mathrm{I}}\right]: \quad \mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,0} = \min_{z\in[1..N]}\left(f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right); \quad \mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,N_{(\mathrm{I}fM)}} = \max_{z\in[1..N]}\left(f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right);$$
$$\Delta_{(\mathrm{I}fM)m,k} = \frac{\mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,0} - \mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,N_{(\mathrm{I}fM)}}}{N_{(\mathrm{I}fM)}}; \quad \mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,k} = \mathrm{I}_{(\mathrm{I}fM)m,0} + k\Delta_{(\mathrm{I}fM)m,k}. \tag{10}$$

Тут $\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k}$ – k-й інтервал, а $N_{(\mathrm{I}fM)}$ – кількість інтервалів m-ї випадкової величини $\left\{\left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_z\right\}_m$. Тут для $\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k}$ є вираженою залежність від k на загальний випадок, тобто на той випадок, коли розбиття за k буде нерівномірним.

За (9), (10) отримаємо N^{I} наборів відрізків для кожного P_z та **P**

$$\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m} = \left\{\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k}\right\}_{k=1..N_{(\mathrm{I}fM)}}, \quad m = 1..N^{\mathrm{I}}; \tag{11}$$

$$\Lambda_{(\mathrm{I}fM)} = \left\{\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m}\right\}_{m=1..N^{\mathrm{I}}}. \tag{12}$$

Розмірність кожного набору відрізків рівна $N_{(\mathrm{I}fM)}$.

На кожному $\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k}$ визначимо середні значення $M_{(\mathrm{I}fM)m,k}$ та експериментальні частоти $f_{(\mathrm{I}fM)m,k}$ випадкової величини $\left\{\left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_z\right\}_m$

$$M_{(\mathrm{I}fM)m,k} = \mathrm{M}\, f_{\mathrm{I}M\,z,m,k} = \frac{1}{n_{(\mathrm{I}fM)m,k}} \sum_{f_{\mathrm{I}Mz,m,k}\in\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k}} f_{\mathrm{I}M\,z,m,k}; \quad f_{(\mathrm{I}fM)m,k} = \frac{n_{(\mathrm{I}fM)m,k}}{N}, \quad k = \overline{1, N_{(\mathrm{I}fM)}}, \tag{13}$$

де $n_{(\mathrm{I}fM)m,k}$ – кількість m-ї випадкової величини на $\Lambda_{(\mathrm{I}fM)m,k}$.

Перевірка гіпотез про нормальність розподілу наборів випадкових величин Перевірка гіпотези здійснюються за [5; 6] і для кожного набору (8). Тоді для m-ї величини визначення математичних статистик і теоретичної частоти, яка відповідає k-му інтервалу, буде здійснюватись за формулами

$$M_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} = \mathrm{M}\, f_{\mathrm{I}M\,z,m} = \frac{1}{N}\sum_{z=1}^{N} f_{\mathrm{I}M\,z,m}; \tag{14}$$

$$D_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} = \mathrm{D}\, f_{\mathrm{I}M\,z,m} = \frac{1}{N-1}\sum_{z=1}^{N}\left(f_{\mathrm{I}M\,z,m} - M_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m}\right)^2; \tag{15}$$

$$\sigma_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} = \sqrt{D_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m}}. \tag{16}$$

$$\Phi_{(\mathrm{I}fM)m,k} = \Phi\left(M_{(\mathrm{I}fM)m,k}\right) = \frac{\Delta_{(\mathrm{I}fM)m,k}}{K}\frac{1}{\sigma_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m}\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{M_{(\mathrm{I}fM)m,k} - M_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m}}{\sqrt{2}\sigma_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m}}\right)^2}. \tag{17}$$

У результаті (13) та (17) для кожного m отримаємо окреме значення критерію Пірсона [5; 6]

$$\chi^2_{\text{îá÷}(\mathrm{I}fM)m} = N\sum_{k=1}^{N_{(\mathrm{I}fM)}} \frac{\left(f_{(\mathrm{I}fM)m,k} - \hat{\mathrm{O}}_{(\mathrm{I}fM)m,k}\right)^2}{\hat{\mathrm{O}}_{(\mathrm{I}fM)m,k}}. \tag{18}$$

У порівнянні значення (18) з табличним приймається рішення про нормальний розподіл для m-ї випадкової величини $\left\{\left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_z\right\}_m$. Можлива ситуація, коли не для усіх m величина $\left\{\left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_z\right\}_m$ буде мати нормальний розподіл. У цьому випадку такі набори $\left\{\left\{f_{\mathrm{I}M\,z,m}\right\}_z\right\}_m$ видаляються із загального (за всіма m) набору (8). У результаті цього отримаємо набір (8) розмірністю $N^{\mathrm{I}'}$.

Побудова інтервалів довіри. Для випадкових величин, які належать (8), за [6] будуються інтервали довіри для оцінки математичного сподівання

$$\Lambda_{(\mathrm{I}fM)\text{äî â}m} = \left[M_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} - tm_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m};\ M_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} + tm_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} \right]; \qquad m_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m} = \frac{\sigma_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})m}}{\sqrt{N}}, \quad m = 1..N^{\mathrm{I}'}. \quad (19)$$

Формування $\mathbf{P}^{\text{Ш}}$. У результаті (19) для кожного P_z отримаємо вектор розмірністю $N^{\mathrm{I}'}$, елементами якого будуть 0 та 1. При цьому значення 0, наприклад, у позиції m, буде означати непотрапляння в m-й інтервал довіри математичного сподівання (як характеристики) отриманого на $\mathrm{I}^{\mathbf{C}}_{z,m}$ даного зображення. Значення 1 буде свідчити протилежне – потрапляння m-й інтервал довіри.

Тоді відповідно до кожного P_z набору **P** поставимо у відповідність значення $\Sigma_{(\mathrm{I}\mathbf{M})z}$, яке є сумою всіх значень координат описаного вектора.

$$P_z \to \Sigma_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})z}.$$

(20)

Тоді формування $P^{\text{Ш}}$ буде здійснюватись за правилом

$$\exists \varepsilon_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})} > 0: \quad \Sigma_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})z} \le \varepsilon_{(\mathrm{I}f\mathbf{M})} \ \to \ P_z \in P^{\varnothing} \quad (21)$$

Якщо замість M вибрати будь-який з визначених параметрів моделей представлення. У результаті цього можна отримати методи частотної фільтрації на основі квантування інших параметрів.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ПРАКТИЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Практична реалізація теоретичних викладок, наведених вище, здійснювалась для фільтрації набору однотипних зображень (рис. 2), який має такі характеристики: розмірність набору – N = 27 зображень; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – l = 34× h = 54 пікселів. При цьому параметрами було обрано: математичне сподівання, дисперсія, девіація, скінчення енергія, δ-ентропія та потік вектора кольору [1].

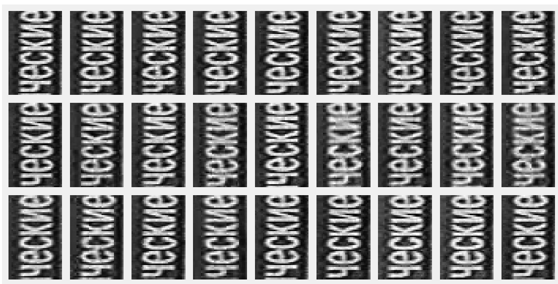

Рис. 2. Набір однотипних зображень

На рис. 3 наведено результати прикладу вирішення задачі побудови $\mathbf{P}^{\text{Ш}}$ для НРОЗ при різних значеннях рівня значимості α. Параметри квантування для кожного параметра моделі представлення наведені в таблиці.

На основі результатів практичних експериментів, наведених на рис. 3, у випадку частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення можна стверджувати, що:

– інтервальні оцінки є залежними від вибору параметра, що призводить до залежності побудови $\mathbf{P}^{Ш}$ від вибраного параметра;
– при падінні рівня значимості інтервал довіри також розширюється;
– залежності зміни $\mathbf{P}^{Ш}$ від рівня значимості є подібними для різних параметрів. Проте різких флуктуацій немає. Це пояснюється згладжувальною дією, яку привнесло використання частот замість параметрів. Так, наприклад, при середніх значеннях α флуктуації результатів демонструють алгоритми, побудовані на основі квантування дисперсії, девіації та ентропії. При великих значення α – на основі енергії;
– найбільший характер падіння в залежності від α має також метод, базований на енергії, а найбільш гладку зміну – δ-ентропія;
– відсутні ділянки в області зміни α, де б результати фільтрації були однаковими незалежно від обраного параметра.

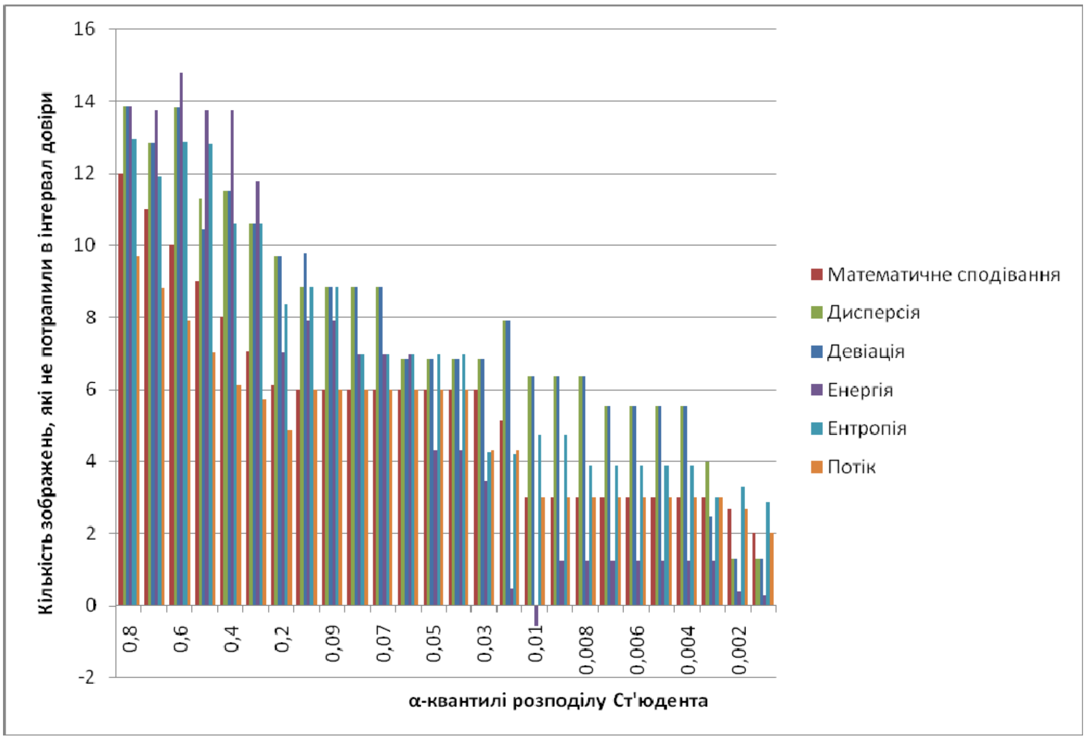

Рис. 3. Результати частотної фільтрації НРОЗ на основі квантування параметрів при різних значеннях α-квантилю розподілу Ст'юдента

На рис. 4 наведено результати кореляційних залежностей результатів побудови $\mathbf{P}^{Ш}$ за алгоритмами фільтрації на основі параметрів та частотної фільтрації на основі квантування відповідних параметрів. Значення кореляцій є дуже високими і лежать в діапазоні [0,94; 0,99]. Найбільші кореляції отримано частотними фільтраціями на основі математичних статистик.

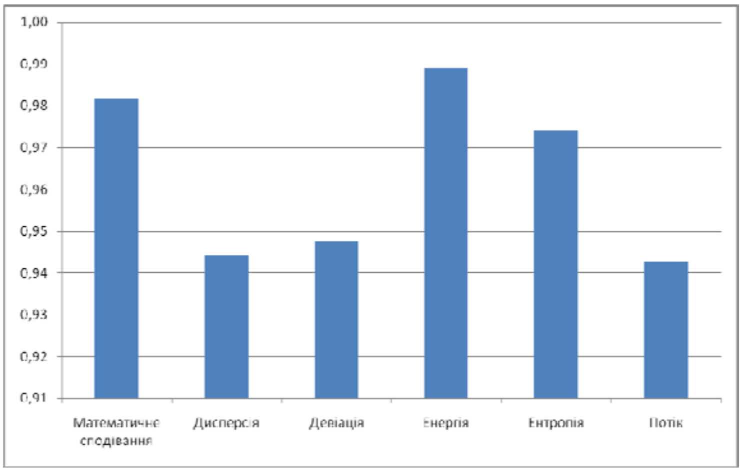

Рис. 4. Кореляційні залежності результатів фільтрації за параметрами та частотною фільтрацією на основі квантування параметрів

4. ВИСНОВКИ

На рис. 5 наведено значення відхилень отриманих результатів для різних параметрів при кожному значенні α-квантилю. У таблиці наведено сумарні (для всіх значень α) значення помилок.

З наведених результатів випливає, що:

– максимальне значень помилки рівне одному зображенню, що становить 3,5 %. Виключення тут становить математичне сподівання у випадку максимальних значень α;
– сумарні значення помилок є достаньо малими;
– методи частотної фільтрації побудовані на основі E_z та H_z^{δ} дають найменшу сумарну (за всіма α) кількість відхилень.

Загалом (незалежно від параметра) метод частотної фільтрації на основі квантування продемонстрував дуже добрі результати. Проте його використання вимагає достатньо складної програмної реалізації і значних обчислювальних ресурсів. З іншого боку, пропонований метод дає можливість працювати з меншими чисельними значеннями, що призводить до менших витрат оперативної пам'яті.

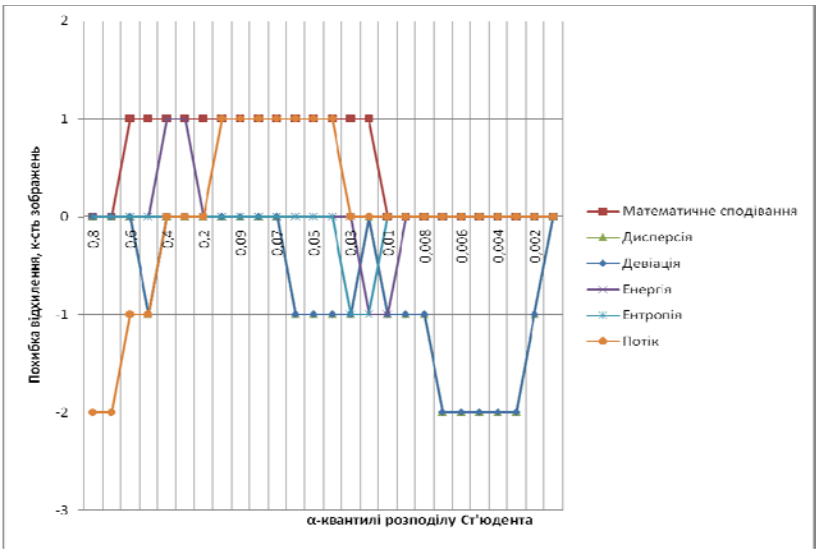

Рис. 5. Відхилення результатів фільтрації НРОЗ за параметрами та за частотною фільтрацією на основі квантування параметрів при різних значеннях α-квантилю розподілу Ст'юдента

Зведена таблиця сумарних відхилень фільтрації НРОЗ за параметрами та частотної фільтрації на основі квантування параметрів

N	Параметр	Сумарна кількість помилок
1	Математичне сподівання	14
2	Дисперсія	19
3	Девіація	19
4	Енергія	4
5	Ентропія	2
6	Потік	13

ЛІТЕРАТУРА

1. Класифікація моделей представлення зображень та наборів зображень як стохастичних зображень та полів: Матеріали науково-практичної конференції [«Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту ISDMCI'2009»], (Євпаторія, 18-22 травня 2009) / Херсонський морський інститут. – Херсон: Видавництво Херсонського морського інституту, 2009. – Т. 2. – С. 401-405.
2. Mathematical model of presenting an image and set of images: Матеріали науково-практичної конференції [«Perspective technologies and methods in MEMS design, MEMSTECH'2009»], (Поляна, 22-24 квітня 2009) / Національний університет «Львівська політехніка». – Львів: Видавництво ПП «Вежа і Ко», 2009. – С. 98-100.
3. Пелешко Д.Д. Частотна фільтрація наборів зображень / Д. Пелешко // Науковий вісник НЛТУ України: Збірник науково-технічних праць. – 2008. – Вип. 18,6. – С. 291-303.
4. Інтервальна фільтрація набору зображень на основі середньо квадартичного відхилення: Матеріали науково-практичної конференції [«conference computer science information technology, CSIT' 2008»], (Львів, 25-27 вересня 2008) / Національний університет «Львівська політехніка». – Львів: Видавництво ПП «Вежа і Ко», 2008. – С. 187-189.
5. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей: учеб. пособие / А.Н. Колмогоров. – 2-е изд. – М.: Наука, 1974. – 544 с.
6. Соловьев А.А. Лекции по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / А.А. Соловьев. – Челябинск: Челябинский гос. ун-т, 2003. – 118 с.

Стаття надійшла до редколегії 16.03.10 р.