

СИСТЕМА ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ПІДПРИЄМСТВА НА ОСНОВІ МЕРЕЖ БАЙЄСА

Досліджується технологія розробки експертної системи на основі мереж Байєса – сучасного ймовірнісного інструментарію моделювання процесів та формування висновку. Розглядається приклад побудови мережі Байєса для розв'язання задачі оцінювання привабливості стратегій розвитку підприємства. Запропонована в роботі послідовність побудови байєсівських мереж довіри може бути використана при моделюванні процесів довільної природи.

Ключові слова: прийняття рішень, система підтримки прийняття рішень, експертна система, аналіз стану процесу, мережа Байєса.

Исследуется технология разработки экспертной системы на основе сетей Байеса – современного вероятностного инструментария моделирования процессов и формирования выводов. Рассматривается пример построения сети Байеса для решения задачи оценивания привлекательности стратегий развития предприятия. Предложенная в работе последовательность построения байесовских сетей доверия может быть использована при моделировании процессов различной природы.

Ключевые слова: принятие решений, система поддержки принятия решений, экспертная система, анализ состояния процесса, сеть Байеса.

The article proposes the technology for development of expert system (a type of decision support system) based on Bayesian networks – the modern probabilistic method for process modeling and inference. An example of Bayesian network constructing for estimation of enterprise development strategy is considered. The proposed procedure of Bayesian network construction could be used for modeling the processes of various nature.

Key words: decision making, decision support system, expert system, process state analysis, Bayesian network.

ВСТУП

Прийняття обґрунтованих об'єктивних рішень на основі сучасного модельного підходу на всіх рівнях управління виробничими процесами вимагає впровадження комп'ютерних інформаційних технологій у всі ланки ділових стосунків між суб'єктами господарювання. Сучасна економічна та соціально-політична обстановка характеризується швидкими змінами ринкової та регуляторної інформації, яка стосується асортименту, якості та конкурентоспроможності продукції, балансу попиту і пропозиції, кон'юнктури ринку, рівня оподаткування і т. ін. Однак, рівень автоматизації обробки даних, застосування об'єктивних математичних моделей виробничих процесів та систем практично на всіх рівнях управлінської ієрархії характеризується, на сьогодні, достатньо низькими показниками [1]. Відсутність сучасних інтелектуалізованих інформаційних систем для накопичення та обробки даних, належної комп'ютерної підтримки прийняття рішень призводить до неможливості застосування сучасних методів і систем до аналізу та моделювання ситуацій, прогнозування подальшого розвитку процесів та формування оптимальних або раціональних управлінських рішень.

Умовою успішного застосування сучасних технологій обробки даних і прийняття рішень є чітке усвідомлення поточних і стратегічних проблем та відповідні коректні постановки задач,

які необхідно розв'язувати на рівні підприємства або галузі в процесі розробки та впровадження інформаційно-аналітичних систем (ІАС) або систем підтримки прийняття рішень (СППР) [2]. Крім того, для поставлених задач повинні існувати методи їх розв'язання, або ж необхідно мати фахівців, які знайдуть ефективний шлях для пошуку розв'язків. В роботі [3] розглянуто основи побудови ІАС для накопичення та обробки економетричних даних і створення на їх основі СППР. Однак в цій роботі наведено тільки відомі класичні методи статистичної обробки даних і не розглянуто сучасні методи формування альтернатив. В роботі [4] розглянуто основні принципи побудови СППР з акцентуванням уваги на відповідних інформаційних технологіях.

Типова схема процесу автоматизації обробки даних і підтримки прийняття рішень на підприємстві включає такі етапи: (1) автоматизація окремої сфери діяльності підприємства; (2) автоматизація суміжних сфер; (3) повна автоматизація бізнес-системи [5]. Ключовим моментом цього процесу є зростаюча складність та ієрархічність переходу від попереднього етапу до наступного. Саме внаслідок несумісності розроблених ІАС та СППР для однієї сфери з аналогічними розробками у суміжних галузях найчастіше призводить до часткової або повної зупинки діяльності на першому етапі. Наприклад, на розробці і впровадженні системи автоматизації бухгалтерської діяльності. Автоматизація підприємства або всієї галузі (галузей) в цілому ставить додаткові задачі, наприклад, розв'язання проблеми забезпечення надійності та конфіденційності інформації при розподілі ролей між ланками підприємства та розширення ролі типової облікової інформаційної системи до рівня потужної багаторівневої системи підтримки прийняття рішень.

Виходом із цієї ситуації є створення єдиної інформаційної системи підприємства з можливістю її інтегрування в галузеву систему. Це означає, що має існувати єдина база даних (БД) з уніфікованими форматами представлення даних, мають бути спроектовані і створені сучасні адаптивні інтерфейси для роботи з БД та системою в цілому, а також має бути створена СППР, яка використовує інформацію з цієї бази даних [5; 6] для створення математичних та ймовірно-статистичних моделей і формування альтернативних рішень та формування рішень на їх основі. При такому підході створюються сприятливі умови для отримання інформації в стандартизованому представленні, що дає можливість обробляти її сучасними аналітичними методами. Завдяки реалізації такого підходу можна створити реальні передумови для впровадження в діяльність підприємства формалізованих СППР на основі сучасних методів побудови математичних моделей і прийняття рішення. Надалі ті ж дані і алгоритмічні процедури можуть стати основою для бази знань потужнішої інтелектуальної системи – експертної системи для розв'язання широкого кола задач на галузевому рівні. Таким чином, повноцінна комп'ютеризація діяльності суб'єкта бізнесу спирається на ядро ІАС у вигляді бази даних, інтерфейсної частини для організації інтерактивної взаємодії користувач-комп'ютер, належної множини процедур для поглибленої обробки даних і системи представлення результатів у зручній формі для сприйняття особою, що приймає рішення (ОПР).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Необхідно створити комп'ютерну інформаційну СППР для оцінювання і прогнозування стану підприємства на основі сучасних ймовірнісних методів моделювання процесів та формування висновку (прийняття рішень). Для розв'язання задачі необхідно синтезувати модель у вигляді мережі Байеса на множині зв'язаних подій $X_i, i=1, \dots, n$ з відомими апіорними ймовірностями, тобто створити методику побудови ациклічного графа G , що характеризується множиною ймовірнісних параметрів B ; дослідити характеристики отриманої мережі з метою її подальшого застосування до аналізу та оцінювання стану бізнес-процесів на виробництві. При цьому вважаємо, що існують дані, які описують події, зв'язані з виробничою діяльністю підприємства, а дані можуть містити невизначеності (пропуски, шумові складові).

ІНТЕЛЕКТУАЛІЗАЦІЯ СППР

Актуальним напрямом подальшого розвитку СППР є інтелектуалізація процесів обробки даних. Інтелектуалізація СППР означає надання користувачеві можливості отримувати нову інформацію на основі поглибленого інтелектуального аналізу даних за множиною взаємодоповнюючих методів і використовувати цю інформацію разом з накопиченими професіоналами досвідом і знаннями. Крім того, інтелектуалізація означає активне застосування сучасних методів обробки даних, що ґрунтуються на нейронних і байєсівських мережах, деревах рішень, методах нечіткої логіки, м'яких обчисленнях і т. ін. В даній роботі під інформаційною СППР будемо розуміти комп'ютерну інформаційну систему, яка надає ОПР будь-яку допомогу при прийнятті рішень виробничого або ділового характеру.

Різновидністю СППР є експертні системи (ЕС), які поєднують у собі можливості комплексного використання експертних оцінок та результатів аналітичної обробки даних [2; 5]. Такі системи інтегрують можливості обчислювальної техніки та акумульований формалізований досвід і знання експертів у такий спосіб, що система здатна запропонувати розумну пораду або знайти раціональний розв'язок задачі. Розповсюджені такі підходи до розробки ЕС: системи на основі правил, системи з використанням нейронних мереж та нечіткої логіки (або нейронечіткі системи), експертні системи на основі мереж довіри Байєса (МБ) та інші. Перевагою експертних систем на основі МБ є здатність системи показати хід логічного висновку у формі, зрозумілій користувачу, а також можливості врахування невизначеностей різного характеру.

ПОНЯТТЯ МЕРЕЖІ БАЙЄСА

Мережі довіри Байєса або просто байєсівські мережі, – це графічні моделі (ГМ), які складаються з множини вузлів і сукупності спрямованих ребер, що з'єднують вузли між собою [7; 8]. Ребра визначають причинно-наслідкові зв'язки у предметній області, які можуть бути не завжди однозначними. Вірогідність твердження (або події) представляється за допомогою умовних ймовірностей. Концепція функціонування МБ полягає у оновленні ймовірностей подій (станів процесу або системи) при надходженні додаткової інформації. На відміну від систем, заснованих на правилах, метод оновлення ймовірностей у байєсових мережах є фундаментальним і якщо модель та інформація коректні, то нові ймовірності будуть обчислені також коректно (стосовно аксіом класичної теорії ймовірностей) [8].

Існують також графічні моделі (графи) з неспрямованими ребрами – це випадкові марковські поля або марковські мережі. Їх використовують у статистичній фізиці і системах комп'ютерного зору. Таким чином, МБ можна визначити як спрямований ациклічний граф (САГ), призначений для формального представлення та розрахунку спільного розподілу ймовірностей (СРЙ) вибраної множини випадкових величин. САГ можна вважати «якісною» частиною мережі Байєса. Ребро, спрямоване від вузла X_i до вузла X_j , представляє статистичну (причинно-наслідкову) залежність між цими змінними (значення вузла X_i впливає на значення вузла X_j). Вузол X_i називають батьківським по відношенню до вузла X_j , а вузол X_j – дочірнім (дитячим) для X_i . Також введено поняття «нащадки» – це множина вузлів, яку можна досягти вздовж прямого шляху від даного вузла; і «предки» – множина вузлів, від яких можна досягти даного вузла вздовж прямого шляху. Структура САГ повинна забезпечувати відсутність вузлів, які могли бути нащадками або предками для самих себе [7-9]. Структура САГ (мережі Байєса) також відображає твердження умовної незалежності для вузлів (змінних). Тобто кожна змінна не залежить від тих вузлів, які не відносяться до батьківських чи до нащадків на графі за умови відомих станів батьківських вузлів. Цю властивість часто використовують для (суттєвого) скорочення кількості параметрів, необхідних для опису СРЙ змінних МБ.

«Кількісну» частину МБ утворюють таблиці безумовних і умовних ймовірностей (параметри мережі). Якщо вершина не має батьків (тобто не існує ребер, спрямованих до неї), вона

характеризується таблицею безумовних ймовірностей. У випадку дискретної вершини така таблиця містить розподіл ймовірностей між усіма можливими станами цієї вершини. Якщо ж вершина має батьків (тобто одне чи декілька ребер, спрямованих до неї), то вона містить *таблицю умовних ймовірностей* (ТУЙ), кожна комірка якої містить умовну ймовірність перебування вершини у певному стані у випадку певної конфігурації станів усіх її батьків [11; 12]. Таким чином, кількість комірок таблиці умовних ймовірностей дискретної вершини МБ дорівнює добутку кількості можливих станів цієї вершини на добуток кількостей можливих станів усіх її батьківських вершин. Проста МБ, зображена на рис. 1, відображає причинно-наслідковий зв'язок між двома елементами деякої предметної області A і B .

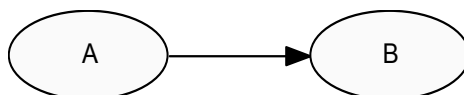


Рис. 1. Проста мережа Байєса

Оснovoу байєсівського підходу складає поняття умовної ймовірності. Умовна ймовірність $P(A|B) = x$ означає, що за умови виникнення B (а також усього іншого, що не має відношення до B) ймовірність виникнення A дорівнює x . Спільна ймовірність виникнення подій A і B визначається за формулою повної ймовірності:

$$P(A, B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A). \quad (1)$$

Рівняння (1) є фундаментальним правилом числення ймовірностей і основою для теореми Байєса (проста форма) [9]:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}. \quad (2)$$

Теорема Байєса (ТБ) застосовується тоді, коли є інформація про залежні змінні (*свідомства*), а суть дослідження полягає у визначенні ймовірностей вихідних змінних (*причин*). Так, за умови наявності умовної ймовірності $P(B|A)$ виникнення деякої події B (за умови, що має місце подія A), теорема Байєса дає розв'язок оберненої задачі, якою є ймовірність виникнення події A , за умови, що подія B відбулася. Зазначимо, що ТБ – це аналітичний інструмент аналізу даних, який повністю узгоджується із процедурою прийняття рішень експертом, що робить її особливо привабливою для застосування в експертних системах.

Дійсно, нехай A_1, A_2, \dots, A_n – повна група несумісних взаємовиключних подій (чи альтернативних гіпотез). *Апостеріорна* ймовірність $P(A_j|B)$ кожної з подій $A_j, j = 1..n$ за умови, що сталася подія B , може бути знайдена через апіорну ймовірність A_j [9, 10]:

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A)P(A_j)}{P(B)} = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{\sum_{j=1}^n P(B|A_j)P(A_j)}. \quad (3)$$

Поставлена задача знаходження ймовірностей $P(X|e)$ на основі множини свідомств e стосовно МБ може бути представлена як задача оновлення ймовірностей на (під)мережі, до складу якої входить лише певна підмножина вузлів графу. Зменшення мережі до цієї підмножини відбувається шляхом послідовного виключення вузлів (маржиналізації) і механізму *інверсії ребер* графа на основі теореми Байєса.

ПРОСТА КЛАСИФІКАЦІЙНА МЕРЕЖА БАЙЄСА

Для класифікації стану підприємства можна застосувати просту МБ, яка складається із одного головного вузла, наприклад, наближення до банкрутства, і множини дочірніх вузлів, які в сукупності характеризують поточний стан підприємства (рис. 2).

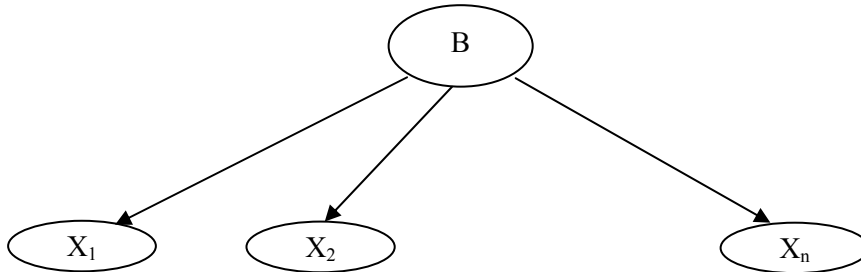


Рис. 2. Проста мережа класифікаційна Байєса

Незважаючи на простоту цієї моделі, за її допомогою можна отримати цілком прийнятний за точністю результат класифікації.

Змінні X_1, X_2, \dots, X_n включають фактори, пов'язані з фінансовою діяльністю підприємства, поточними характеристиками ринку, результати аудиторської перевірки, стан галузі промисловості, до якої відноситься підприємство та інші. Висновок на основі такої мережі можна сформулювати за виразом:

$$p(B | X_1, X_2, \dots, X_n) = \alpha p(B) p(X_1 | B) p(X_2 | B) \dots p(X_n | B).$$

Таку модель, як правило, застосовують до дискретних даних, тобто до даних із чітко визначеною скінченною кількістю станів. Для дискретизації можна розділити область визначення неперервного розподілу ймовірностей на n однакових ймовірнісних інтервалів. Для перетворення неперервних змінних у дискретні існує також метод триточкової апроксимації. Згідно з цим методом неперервний розподіл апроксимується дискретним розподілом з ймовірностями: 0,185; 0,63 і 0,185 [13]. У порівнянні з рівномірним розділенням області визначення даних метод краще охоплює хвости неперервного розподілу. Це важливо з точки зору аналізу банкрутства підприємства, оскільки підприємства, які знаходяться на межі банкрутства, характеризуються даними, що знаходяться у хвостах розподілів. Наприклад, значно збільшений рівень доходності, дуже низькі значення готівкових грошових потоків, високий леверидж (висока залежність доходності від коливань ринкових цін) і т. ін. Крім того, метод триточкової апроксимації відноситься до класу методів, які забезпечують виконання принципу належної еквівалентності для неперервних випадкових змінних. Очевидно, що для визначення стану підприємства, окрім наведеної вище простої класифікаційної мережі, можна застосувати мережу із складнішою структурою, яка точніше відображає зв'язки між змінними.

ПОБУДОВА СТРУКТУРИ МЕРЕЖІ БАЙЄСА

Для оцінювання ступеня залежності двох довільних випадкових змінних x^i і x^j можна скористатись значенням взаємної інформації $MI(x^i, x^j)$, яка обчислюється за виразом:

$$MI(x^i, x^j) = \sum_{x^i, x^j} p(x^i, x^j) \cdot \log \left(\frac{p(x^i, x^j)}{p(x^i) \cdot P(x^j)} \right).$$

За своєю суттю взаємна інформація є деяким аналогом кореляції, але за змістом – це оцінка кількості інформації, що міститься в змінній x^i про змінну x^j . Взаємна інформація приймає невід'ємні значення, $MI(x^i, x^j) \geq 0$, а у випадку, якщо вершини x^i і x^j є повністю незалежними одна від одної, то $MI(x^i, x^j) = 0$, оскільки $p(x^i, x^j) = p(x^i) \cdot P(x^j)$ і

$$\log\left(\frac{p(x^i, x^j)}{p(x^i) \cdot p(x^j)}\right) = \log\left(\frac{p(x^i) \cdot p(x^j)}{p(x^i) \cdot p(x^j)}\right) = \log(1) = 0.$$

У випадку, коли мережа Байєса складається з N вершин, то для обчислення $MI(x^i, x^j)$ для всіх можливих пар x^i і x^j необхідно виконати $\frac{N \cdot (N-1)}{2}$ обчислень, при цьому $MI(x^i, x^j) = MI(x^j, x^i)$.

ПРИНЦИП ФОРМУВАННЯ ОПИСУ МБ МІНІМАЛЬНОЇ ДОВЖИНИ (ОМД)

Згідно з теорією кодування Шеннона, при відомому розподілі $P(X)$ випадкової величини X довжина оптимального коду для передачі конкретного значення x через канал зв'язку прямує до значення $L(x) = -\log P(x)$. Ентропія джерела $S(P) = -\sum_x P(x) \cdot \log P(x)$ є мінімальною очікуваною довжиною закодованого повідомлення. Будь-який інший код, який ґрунтується на неправильному представленні про джерело повідомлення, призведе до більш очікуваної довжини повідомлення. Іншими словами, чим кращою є модель джерела, тим компактнішими можуть бути закодовані дані.

В задачі навчання мережі джерелами даних є деяка невідома істинна функція розподілу $P(D|h_0)$, де $D = \{d_1, \dots, d_n\}$ – набір даних; h – гіпотеза щодо ймовірнісного походження даних; $L(D|h) = -\log P(D|h)$ – емпіричний ризик, який є адитивним щодо числа спостережень і пропорціональним емпіричній похибці. Відмінність між $P(D|h_0)$ і модельним розподілом $P(D|h)$ за мірою Кульбака-Леблера визначається так:

$$\begin{aligned} |P(D|h) - P(D|h_0)| &= \sum_D P(D|h_0) \cdot \log \frac{P(D|h_0)}{P(D|h)} = \\ &= \sum_D P(D|h_0) \cdot |L(D|h) - L(D|h_0)| \geq 0, \end{aligned}$$

тобто це різниця між очікуваною довжиною коду даних, отриманою за допомогою гіпотези та мінімально можливою довжиною. Ця різниця є завжди невід'ємною і дорівнює нулю лише у випадку повного співпадання двох розподілів. Іншими словами, гіпотеза буде тим кращою, чим коротшою є середня довжина коду даних. Принцип ОМД у своєму нестрогості і найбільш загальному формулюванні проголошує: з множини можливих моделей-кандидатів необхідно вибрати ту, яка дозволяє описати дані найбільш коротко і без втрат інформації.

В загальному вигляді задача формування ОМД формулюється так: спочатку задається множина навчальних даних $D = \{d_1, \dots, d_n\}$, $d_i = \{x_i^{(1)} x_i^{(2)} \dots x_i^{(N)}\}$ (нижній індекс – номер спостереження, а верхній – номер змінної), N – число спостережень; кожне спостереження складається з N ($N \geq 2$) змінних $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(N)}$. Кожна j -я змінна ($j = 1, \dots, N$) має $A^{(j)} = \{0, 1, \dots, \alpha^{(j)} - 1\}$ ($\alpha^{(j)} \geq 2$) станів, а кожна структура $g \in G$ МБ представляється N множинами предків $(\Pi^{(1)}, \dots, \Pi^{(N)})$, тобто для кожної вершини $j = 1, \dots, N$, $\Pi^{(j)}$ – це множина батьківських вершин, така, що $\Pi^{(j)} \subseteq \{X^{(1)}, \dots, X^{(N)}\} \setminus \{X^{(j)}\}$ (вершина не може бути предком самої себе, тобто петлі у графі відсутні). Таким чином, ОМД структури $g \in G$ при заданій послідовності з n спостережень $x^n = d_1 d_2 \dots d_n$ обчислюється за виразом: $L(g, x^n) = H(g, x^n) + \frac{k(g)}{2} \cdot \log(n)$, де $k(g)$ – число незалежних умовних ймовірностей в мережевій структурі g , а $H(g, x^n)$ – емпірична ентропія:

$$H(g, x^n) = \sum_{j \in J} H(j, g, x^n), \quad k(g) = \sum_{j \in J} k(j, g),$$

де ОМД j -ї вершини обчислюється за виразом:

$$L(j, g, x^n) = H(j, g, x^n) + \frac{k(j, g)}{2} \cdot \log(n);$$

$k(j, g)$ – число незалежних умовних ймовірностей j -ї вершини:

$$k(j, g) = (\alpha^{(j)} - 1) \cdot \prod_{k \in \phi(j)} \alpha^k,$$

де $\phi(j) \subseteq \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, N\}$ – така множина, що $\Pi^{(j)} = \{X^{(k)} : k \in \phi(j)\}$.

Емпірична ентропія j -ї вершини обчислюється за виразом:

$$H(j, g, x^n) = \sum_{s \in S(j, g)} \sum_{q \in A^{(j)}} -n[q, s, j, g] \cdot \log \frac{n[q, s, j, g]}{n[s, j, g]},$$

$$n(s, j, g) = \sum_{i=1}^n I(\pi_i^{(j)} = s); \quad n[q, s, j, g] = \sum_{i=1}^n I(x_i = q, \pi_i^{(j)} = s),$$

де $\pi^{(j)} = \Pi^{(j)}$ означає $X^{(k)} = x^{(k)}, \forall k \in \phi(j)$; функція $I(E) = 1$ коли предикат $E = true$, в протилежному випадку $I(E) = 0$.

Простий алгоритм навчання МБ з використанням ОМД будується так: циклічно виконується перебір всіх можливих нециклічних мережевих структур. В g^* зберігається оптимальна мережева структура. Оптимальною структурою буде та, для якої функція $L(g, x^n)$ приймає найменше значення.

Простий алгоритм навчання МБ з використанням ОМД

1. $g^* \leftarrow g_0 (\in G)$;
2. для $\forall g \in G - \{g_0\}$: якщо $L(g, x^n) < L(g^*, x^n)$ то $g^* \leftarrow g$;
3. за розв'язок приймається g^* .

Приклад використання методу ОМД. Нехай є 10 спостережень для навчання МБ (табл. 1).

Таблиця 1

Десять спостережень для навчання МБ

| n | $X^{(1)}$ | $X^{(2)}$ | $X^{(3)}$ | n | $X^{(1)}$ | $X^{(2)}$ | $X^{(3)}$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 6 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 7 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 8 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 9 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 10 | 1 | 1 | 1 |

У випадку повного перебору всіх можливих структур необхідно розглянути 25 структур. Після того як будуть розглянуті всі 25 структур, за оптимальну буде вибрана структура, зображена на рис. 3.

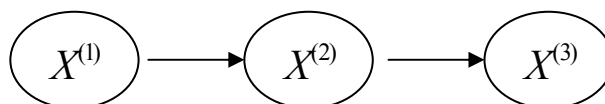


Рис. 3. Оптимальна структура, що відповідає табл. 1

Довжина описання цієї структури обчислюється наступним чином. Вершина $X^{(1)}$ не має предків, тобто $\Pi^{(1)} = \{\}$. Емпірична ентропія обчислюється за виразом

$H(j=1, g) = -5 \cdot \log\left(\frac{5}{10}\right) - 5 \cdot \log\left(\frac{5}{10}\right) = 6,9315$, а число незалежних умовних ймовірностей дорівнює $k(j=1, g) = 2 - 1 = 1$ (табл.2). Таким чином, довжина опису вершини $X^{(1)}$ складає: $L(1, g) = 6,9315 + \frac{1}{2} \cdot \log(10) = 8,0828$. При обчисленні можна використати логарифм з будь-якою основою; в даному прикладі використано основу $e = 2,7183$ (натуральний логарифм).

Таблиця 2

Таблиця значень параметрів вершини $X^{(1)}$

| $X^{(1)}$ | $n[q, s, j, g]$ | $n[s, j, g]$ |
|-----------|-----------------|--------------|
| 0 | 5 | 10 |
| 1 | 5 | |

Вершина $X^{(2)}$ має одного предка $X^{(1)}$, тобто $\Pi^{(2)} = \{X^{(1)}\}$. Емпірична ентропія:

$$H(j=2, g) = \left(-0 \cdot \log\left(\frac{0}{5}\right) - 5 \cdot \log\left(\frac{5}{5}\right)\right) + \left(-4 \cdot \log\left(\frac{4}{5}\right) - 1 \cdot \log\left(\frac{1}{5}\right)\right) = 2,502,$$

а кількість незалежних умовних ймовірностей: $k(j=2, g) = (2-1) \cdot 2 = 2$. Значення параметрів вершин $X^{(1)}$ і $X^{(2)}$; $X^{(2)}$ і $X^{(3)}$ наведені в табл. 2. Довжина опису вершини $X^{(2)}$ дорівнює:

$$L(2, g) = 2,502 + \frac{2}{2} \cdot \log(10) = 4,8046.$$

Таблиця 2

Таблиця значень параметрів вершин $X^{(1)}$ і $X^{(2)}$; $X^{(2)}$ і $X^{(3)}$

| $X^{(1)}$ | $X^{(2)}$ | $n[q, s, j, g]$ | $n[s, j, g]$ | $X^{(1)}$ | $X^{(2)}$ | $n[q, s, j, g]$ | $n[s, j, g]$ |
|-----------|-----------|-----------------|--------------|-----------|-----------|-----------------|--------------|
| 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 3 | 4 |
| 0 | 1 | 5 | | 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 4 | 5 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 6 | |

Вершина $X^{(3)}$ має одного предка $X^{(2)}$, тобто $\Pi^{(3)} = \{X^{(2)}\}$; емпірична ентропія:

$$H(j=3, g) = \left(-3 \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) - 1 \cdot \log\left(\frac{1}{4}\right)\right) + \left(-0 \cdot \log\left(\frac{0}{6}\right) - 6 \cdot \log\left(\frac{6}{6}\right)\right) = 2,2493,$$

а кількість незалежних умовних ймовірностей: $k(j=3, g) = (2-1) \cdot 2 = 2$. Довжина описання вершини $X^{(3)}$ дорівнює:

$$L(3, g) = 2,2493 + \frac{2}{2} \cdot \log(10) = 4,5519.$$

Тобто довжина описання структури \mathcal{G} , представленої на рис. 3, дорівнює:

$$H(g, x^n) = \sum_{j=1}^3 H(j, g, x^n) = 17,4393.$$

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ МБ З ВИКОРИСТАННЯМ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

Вхідні дані. Навчальна вибірка $D = \{d_1, \dots, d_n\}$, $d_i = \{x_i^{(1)}x_i^{(2)} \dots x_i^{(N)}\}$ (нижній індекс – номер спостереження, а верхній – номер змінної), n – число спостережень; N – число вершин (змінних).

Перший етап. Для всіх пар вершин очислюють значення взаємної інформації $Set_MI = \left\{ MI(x^i, x^j); \forall i, j \right\}$. После цього елементи множини Set_MI упорядковують за спаданням:

$$Set_MI = \{MI(x^{m_1}, x^{m_2}), MI(x^{m_3}, x^{m_4}), MI(x^{m_5}, x^{m_6}), \dots\}.$$

Другий етап, крок 1. З множини значень взаємної інформації Set_MI вибираємо два перших максимальних значення $MI(x^{m_1}, x^{m_2})$ и $MI(x^{m_3}, x^{m_4})$. За отриманим значенням $MI(x^{m_1}, x^{m_2})$ и $MI(x^{m_3}, x^{m_4})$ будується множина моделей G вигляду:

$\{(m_1 \rightarrow m_2; m_3 \rightarrow m_4), (m_1 \rightarrow m_2; m_3 \leftarrow m_4), (m_1 \leftarrow m_2; m_3 \leftarrow m_4), (m_1 \leftarrow m_2; m_3 \rightarrow m_4), (m_1 \leftarrow m_2; m_3 \text{ не залежить від } m_4), (m_1 \rightarrow m_2; m_3 \text{ не залежить від } m_4), (m_1 \text{ не залежить від } m_2; m_3 \rightarrow m_4), (m_1 \text{ не залежить від } m_2; m_3 \leftarrow m_4), (m_1 \text{ не залежить від } m_2; m_3 \text{ не залежить від } m_4)\}$.

(Запис вигляду $m_i \rightarrow m_j$ означає, що вершина x^{m_i} є предком вершини x^{m_j} .)

Крок 2. Виконується пошук серед множини моделей G . В параметрі g^* зберігається оптимальна мережева структура. Оптимальною структурою буде та, у якій буде найменше значення функції. $L(g, x^n)$ – ОМД структури моделі при заданій послідовності з n спостережень $x^n = d_1 d_2 \dots d_n$.

- (1) $g^* \leftarrow g_0 (\in G)$;
- (2) для $\forall g \in G - \{g_0\}$: якщо $L(g, x^n) < L(g^*, x^n)$ то $g^* \leftarrow g$;
- (3) на виході g^* – шукане рішення.

Крок 3. Після того як знайдено оптимальну структуру (структури) g^* з G , з множини значень взаємної інформації Set_MI вибирають максимальне значення: $MI(x^{i_next}, x^{j_next})$. За отриманим значенням $MI(x^{i_next}, x^{j_next})$ і структурою (структурами) g^* будується множина моделей G вигляду: $\{(g^*; i_next \rightarrow j_next), (g^*; i_next \leftarrow j_next), (g^*; i_next \text{ не залежить від } j_next)\}$. Перейти на **крок 2**.

Умова закінчення процедури пошуку. Евристичний пошук продовжується до тих пір, поки не буде виконано аналіз визначеного числа елементів множини або ж всіх $\frac{N \cdot (N-1)}{2}$ елементів множини Set_MI . Як показує практика, у більшості випадків немає смислу виконувати аналіз більше половини (тобто $\frac{N \cdot (N-1)}{4}$) елементів множини Set_MI .

Вихід: оптимальна структура (структури) g^* .

ЕКСПЕРТНА СИСТЕМА ДЛЯ ПІДПРИЄМСТВА

Для суб'єктів бізнесу існує клас задач, які розв'язуються за допомогою експертів. Створюючи експертну систему для підприємства, необхідно виділити такий клас задач цієї множини, який був би практично важливим для підприємства та водночас якісно вирішувався за допомогою цього інструментарію. До таких задач можна віднести завдання стратегічного аналізу стану бізнесу, тобто порівняльного аналізу привабливості тих чи інших рішень та

бізнесу в цілому. Мета стратегічного аналізу – виявити риси внутрішнього й зовнішнього середовища підприємства, які впливають на його стратегічне бачення й можливості. Оцінювання бізнесу у стратегічному менеджменті спирається на результати конкурентного і ситуаційного аналізу. Конкурентний аналіз звичайно використовується для аналізу зовнішньої ситуації підприємства; ситуаційний аналіз стосується поточної ситуації на підприємстві та його найближчого оточення. Логічним виходом цього аналізу є оцінка привабливості стратегічних альтернатив (чи бізнесу в цілому).

МБ В ЕКСПЕРТНІЙ СИСТЕМІ

Для задачі оцінювання стану бізнесу з позицій стратегічного аналізу природним видається виділити одну основну результуючу вершину мережі, що відображає привабливість стратегії чи бізнесу в цілому. Назвемо її **Рейтинг** (Business rating) і покладемо, що вона може знаходитися у станах *Привабливий* та *Непривабливий*. До вхідних вузлів мережі логічно віднести такі характеристики бізнесу, як очікуваний попит на продукцію підприємства, темпи зростання ринку, диференціація постачальників, спеціалізація конкурентів підприємства, наявність товарів-замінників, лояльність покупців, обсяги капіталовкладень, наявність довгострокових контрактів. Ключовими для оцінки привабливості бізнесу є також такі поняття, як прибутковість підприємства, рівень конкуренції в галузі, наявність чи відсутність надлишкового продукту, можливість подолання економічних бар'єрів входу/виходу (стратегічна гнучкість) та стабільність позиції підприємства. Можливі стани визначених вузлів і їх стратегічне значення наведені у табл. 3.

Таблиця 3

Частина вершин МБ для оцінювання бізнесу

| Вершина | Можливі стани | Стратегічне значення |
|---------------------------|---|--|
| Рейтинг | <i>Привабливий</i> <i>Непривабливий</i> | Результуюча вершина; визначає привабливість альтернативи чи підприємства |
| Затрати для входу | <i>Значні затрати</i> <i>Незначні затрати</i> | Великі затрати збільшують бар'єри входу/виходу, зменшуючи гнучкість підприємства |
| Спеціалізація конкурентів | <i>Інша продукція</i> <i>Така сама продукція</i> | Конкуренти з такою ж продукцією створюють більшу загрозу цінової війни |
| Лояльність клієнтів | <i>Звичайна</i> <i>Висока</i> | Лояльні клієнти надають можливість безпечніше варіювати стратегії |
| Надлишок продукції | <i>Низький</i> <i>Високий</i> | Надлишок продукції знижує рівень цін і, як наслідок, загострює конкуренцію |
| Очікуваний попит | <i>Очікується зменшення</i> <i>Очікується збільшення</i> | Збільшення попиту веде до зменшення надлишків і потенційного зросту прибутків |

Стратегічне значення розглянутих економічних показників дозволяє визначити причинно-наслідкові зв'язки між вузлами мережі, визначивши тим самим ребра мережі та їх спрямованість. Заповнення таблиць умовних ймовірностей виконується на основі статистичної та експертної інформації.

ВИКОРИСТАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ В ЕС

Розглянемо такі вхідні вершини побудованої мережі, як *Зростання обороту* та *Очікуваний попит*. Ці вершини, на відміну від інших, є кількісними, а не якісними, та ще й стосуються очікувань у майбутньому періоді часу, а тому навряд чи користувач експертної системи може

точно визначити їх стан. Зрозуміло, що точне визначення ймовірностей станів цих вузлів на перший погляд видається складним завданням; однак, ці вершини є вхідними для ЕС і тому їх стани мають бути визначеними.

Значення станів інших вхідних вузлів можуть бути визначені в результаті простого вибору користувачем одного із станів вершини (при цьому обраний стан отримує ймовірність 1, а усі інші – 0). Для двох розглянутих вершин така методика визначення ймовірностей скоріше за все принципово неможлива. Навряд чи можна сказати, що очікується зростання попиту з ймовірністю 1. Тобто виникає питання визначення відповідних ймовірностей. За наявності відповідних рядів даних можна спрогнозувати значення показників обороту і очікуваного попиту на майбутній період, а маючи ці прогнозні значення, можна визначити стани вершин МБ.

МОДЕЛЬ ВИРОБНИЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА

Експертна система, в основі якої лежить модель предметної області у вигляді МБ, може бути використана для розв'язку задачі вибору оптимальної стратегії розвитку підприємства. Цілями моделювання при розробці стратегії розвитку підприємства є: оцінка поточної управлінської стратегії; визначення можливих шляхів і засобів керування розвитком підприємства; проведення порівняльного аналізу наслідків впровадження тих чи інших управлінських рішень; обрання найкращої стратегії розвитку. Для досягнення поставлених цілей необхідно визначити критерії, які визначають ступінь ефективності стратегії, що впроваджується. Крім того, слід визначити фактори, що впливають на кінцевий результат, та їх взаємозв'язок. Основними критеріями, що визначають рівень розвитку, конкурентоспроможності та перспективності підприємства, можна назвати: цінність кадрів підприємства; рівень розвитку підприємства та фінансовий результат діяльності підприємства.

Цінність кадрів підприємства визначає рівень вмотивованості та кваліфікації працюючих. Цей критерій дозволяє оцінити якість трудових ресурсів підприємства. Фінансовий результат – це один з найважливіших інтегральних показників бізнес-діяльності підприємства. Він дозволяє оцінити стан підприємства на основі кількісних фінансових показників діяльності, таких, як доходи і витрати. За фактори, що впливають на значення критеріїв діяльності підприємства, можна вибрати такі укрупнені економічні показники: обсяг виробництва; виробничі фонди; невиробничі витрати; собівартість виробництва. Іншими впливовими факторами є також показники, що відносяться до трудових ресурсів підприємства – чисельність працюючих, продуктивність праці і середня заробітна плата працівників. Ці фактори прямо чи опосередковано впливають на всі критерії розвитку підприємства. При моделюванні враховано такі фактори: продуктивність праці на підприємстві, середня заробітна платня працюючих, чисельність персоналу, виробничі фонди підприємства, невиробничі витрати, обсяг виробництва та собівартість виробництва.

Для побудови відповідної байесової мережі і подальшої роботи з нею скористаємося графічною оболонкою системи Genie 2.0. В термінології МБ вищенаведені показники та інтегральні критерії складатимуть вершини мережі, які ми позначимо наступним чином: продуктивність праці – **ПП**; середня заробітна платня працюючих – **СЗП**; чисельність працюючого персоналу – **ЧП**; виробничі фонди підприємства – **ВФ**; невиробничі витрати – **НВ**; обсяг виробництва – **ОВ**; собівартість виробництва – **С**; цінність кадрів – **ЦК**; рівень розвитку підприємства – **РП**; фінансовий результат – **ФР**. Врахувавши причинно-наслідкові зв'язки між наведеними факторами, можемо побудувати МБ, представлену на рис. 4.

Надалі для кожної вершини необхідно визначити множину можливих станів. Для спрощення прийемо, що кожна з вершин може приймати лише два стани – *Збільшується* (позначення **Inc**) чи *Зменшується* (позначення **Dec**). Тоді результатом моделювання будуть ймовірності $P(\text{Inc})$ та $P(\text{Dec})$ для вершин **ЦК**, **РП** та **ФР**. Наприклад, якщо в результаті моделювання деякої стратегії отримаємо, що для вершини **ЦК** $P(\text{Inc})=0,7$, то це означає, що при застосуванні цієї стратегії цінність кадрів збільшиться з ймовірністю 0,7.

Останнім кроком при побудові МБ є визначення таблиць умовних ймовірностей для кожної вершини мережі. Наведемо таблицю умовних ймовірностей для вершини мережі, що відповідає обсягу виробництва. Відповідно до топології мережі, стан для цієї вершини (ОВ) визначається станом вершин ЧП і ПП, тобто на обсяг виробництва впливають чисельність працівників та продуктивність їх праці (рис. 5).

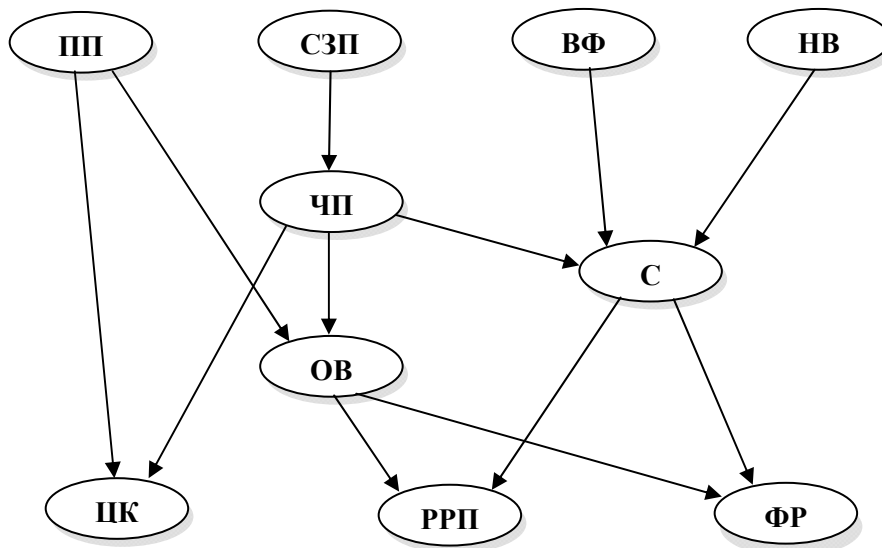


Рис. 4. Байсова мережа для моделювання стратегій розвитку підприємства

| ЧП | Inc | | Dec | |
|-----|-----|-----|-----|------|
| ПП | Inc | Dec | Inc | Dec |
| Inc | 0.9 | 0.8 | 0.5 | 0.05 |
| Dec | 0.1 | 0.2 | 0.5 | 0.95 |

Рис. 5. Таблиця умовних ймовірностей для вершини ОВ

МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

Першим етапом роботи є аналіз поточної стратегії економічного розвитку підприємства. Апріорні ймовірності задаються для кореневих вершин дерева ПП, СЗП, ВФ і НВ. Кореневі вершини дерева трактуються як об'єкти керування. Листові вершини дерева трактуються як результати моделювання. Отримані в результаті ймовірності станів вершин представляють собою результати моделювання стратегії розвитку підприємства. Покладемо для кореневих вершин мережі ПП, СЗП, ВФ і НВ значення ймовірностей $P(Inc)=P(Dec)=0,5$. Ініціалізація мережі, тобто розповсюдження по мережі цих ймовірностей, дає такі значення критеріїв (табл. 4):

Таблиця 4

| Поточний стан підприємства | | | |
|----------------------------|--------|--------|--------|
| Вершина | ЦК | РРП | ФР |
| $P(Inc)$ | 0,5644 | 0,5345 | 0,5223 |

Таким чином, експертна оцінка поточної стратегії дає початкові значення критеріїв розвитку, з якими можна порівнювати результати моделювання інших стратегій. Відповідно до розробленої моделі виділимо три таких можливих стратегій:

Стратегія 1: інтенсифікація виробництва. Ця стратегія припускає досягнення бажаних критеріїв розвитку підприємства шляхом підвищення продуктивності праці персоналу. Комплекс заходів щодо інтенсифікації передбачає впровадження прогресивних технологій виробництва, збільшення норми виробітки на одного працюючого, зростання долі наукомістких високотехнологічних операцій у виробничому циклі тощо.

В рамках побудованої моделі запровадження цієї стратегії означає варіювання (підвищення) ймовірності $P(Inc)$ для вершин **ПП**. Серед інших розглянутих стратегій – стимулювання персоналу і зменшення втрат. Отже, для моделювання стратегії розвитку підприємства по черзі встановимо $P(Inc)=1$ для вершин **ПП**, $P(Inc)=1$ для вершини **СЗП** і $P(Dec)=1$ для вершини **НВ**, залишаючи ймовірності інших вершин незмінними (табл. 5):

Таблиця 5

Результати моделювання на мережі

| Стратегія | Значення $P(Inc)$ для критерію | | |
|-----------|--------------------------------|--------|--------|
| | ЦК | РПП | ФР |
| № 1 | 0,5712 | 0,5801 | 0,5793 |
| № 2 | 0,5700 | 0,5570 | 0,5628 |
| № 3 | 0,5644 | 0,6335 | 0,5975 |

Таким чином, отримані ймовірності збільшення критеріїв розвитку підприємства у разі застосування тієї чи іншої стратегії. Наступним етапом моделювання є визначення кращої стратегії, яку необхідно рекомендувати управлінському персоналу підприємства.

ОПТИМІЗАЦІЯ СТРАТЕГІЇ РОЗВИТКУ ПІДПРИЄМСТВА

Для прийняття управлінського рішення необхідно визначити інтегральний критерій розвитку підприємства для кожної стратегії. Нехай при моделюванні розглядаються K критеріїв і S стратегій розвитку підприємства. В результаті моделювання кожної стратегії на МБ отримані значення ймовірностей збільшення критеріїв p_{ks} , $k = 1 \dots K$, $s = 1 \dots S$ і відомі початкові значення p_{k0} для поточного стану підприємства. Тепер для кожної стратегії розраховується зважений показник збільшення критеріїв розвитку підприємства:

$$p_s = \sum_{k=1}^K w_k p_{ks}, \quad s = 0 \dots S,$$

де w_k – ваговий коефіцієнт, що визначає важливість збільшення k -го критерію розвитку для підприємства, $\sum_{k=1}^K w_k = 1$. Зважений показник p_s можна розглядати як ймовірність збільшення

деякого інтегрального критерію розвитку підприємства, тобто p_s – це величина, яка характеризує ймовірність загального поліпшення рівня розвитку, конкурентоспроможності та перспективності підприємства при впровадженні s -ої стратегії. Інтегральний критерій розвитку підприємства може бути знайдений як відношення зваженого показника p_s , $s = 1 \dots S$ до

показника поточного стану p_0 : $I_s = \frac{p_s}{p_0}$, $s = 1 \dots S$, і тоді за оптимальну стратегію S^{opt} слід

приймати таку, для якої інтегральний критерій розвитку має найбільше значення:

$$s^{opt} = \arg \max_{s=1 \dots S} I_s.$$

В розглянутій моделі $K = 3$, $S = 3$, величини p_{ks} , $k = 1 \dots K$, $s = 1 \dots S$ наведені в табл. 5, величини p_{k0} – в табл. 4. Будемо вважати, що на даному етапі розвитку підприємства цінність кадрів, рівень розвитку виробництва і фінансовий результат однаково важливі для управлінського персоналу; тоді $w_1 = w_2 = w_3 = 1/3$. За допомогою наведених вище формул отримуємо:

$$p_1 = 0.5769, p_2 = 0.5633, p_3 = 0.5985, p_0 = 0.5404;$$

$$I_1 = \frac{0.5769}{0.5404} = 1.07, I_2 = \frac{0.5633}{0.5404} = 1.04, I_3 = \frac{0.5985}{0.5404} = 1.11;$$

$$s^{opt} = \arg \max_{s=1..S} I_s = s_3.$$

Отже оптимальною стратегією розвитку підприємства є стратегія № 3 – зменшення витрат. При запровадженні цієї стратегії цінність кадрів на підприємстві збільшиться з ймовірністю 0,56, рівень розвитку виробництва – з ймовірністю 0,63 і фінансовий результат – з ймовірністю 0,6.

ВИСНОВКИ

Таким чином, мережа Байєса – потужний високоресурсний ймовірнісно-статистичний інструмент моделювання процесів різної природи та прийняття рішень, який дає можливість враховувати структурні і статистичні невизначеності досліджуваних процесів. Запропонована в роботі послідовність побудови байєсівських мереж довіри може бути використана при моделюванні соціально-економічних процесів, а також для опису динаміки і статистики технічних систем. Основні проблеми, пов'язані з побудовою таких мереж, полягають у визначенні апіорних ймовірностей подій та оптимізації топології. Процес розповсюдження ймовірностей по мережі реалізується шляхом послідовного застосування теореми Байєса або за допомогою алгоритму генерування і аналізу двох типів повідомлень стосовно стану батьківських і дочірніх вершин, які уточнюють апостеріорні розподіли ймовірностей подій (вершин). Однак, досягнення стійкого стану мережі при застосуванні алгоритму, що ґрунтується на повідомленнях, вимагає, щоб мережа мала деревовидну структуру. Цього обмеження можна уникнути за допомогою методів обумовлення та кластеризації. Останній приводить до побудови полідерева, для вершин якого можна обчислити апостеріорні ймовірності.

Побудована мережа Байєса для розв'язання задачі оцінювання привабливості стратегій розвитку малого бізнесу. Таблиці умовних апіорних ймовірностей якісних вершин заповнені за допомогою експертної інформації, а кількісних вершин – за допомогою статистичних даних (зростання обороту і очікуваний попит). Тобто значення умовних ймовірностей для кількісних вершин отримано на основі відповідних рядів статистичних даних і частотних ймовірностей. В цілому МБ для оцінювання стратегій розвитку підприємства складається з 10 вершин, які забезпечили моделювання декількох стратегій розвитку, зокрема, інтенсифікацію та зменшення витрат на виробництво. Для розглянутого прикладу кращою виявилась стратегія зменшення витрат.

В подальших дослідженнях передбачається створення ефективних в обчислювальному відношенні процедур оптимізації структури МБ та їх застосування до оцінювання і прогнозування фінансово-економічних та процесів іншої природи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кочнев А. Системы стратегического управления для бизнеса: сегодня и завтра / Кочнев А. – Пресс-центр консалтинговой компании ITeam, 2002 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://company.iteam.ru>.
2. Джексон П. Экспертные системы / Джексон П. – М.: Вильямс, 2001. – 624 с.
3. Подмогильный Н.В. Информационные технологии в моделировании процессов переходного периода / Подмогильный Н.В., Бидюк П.И., Коваленко И.И., Слободенюк А.В. – К.: Такі справи, 2000. – 232 с.
4. Ситник В.Ф. Системи підтримки прийняття рішень / Ситник В.Ф. – К.: КНЕУ, 2004. – 614 с.
5. Олексюк О.С. Системи підтримки прийняття фінансових рішень / Олексюк О.С. – К.: Наукова думка, 1998. – 508 с.
6. Дик В.В. Методология формирования решений в экономических системах и среды их поддержки / Дик В.В. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 300 с.
7. Бидюк П.И. Построение и методы обучения байесовских сетей / Бидюк П.И., Терентьев А.Н. // Таврический вестник информатики и математики. – 2004. – № 2. – С. 139-153.
8. Cooper G.F. The computational complexity of probabilistic inference using Bayesian belief networks / Cooper G.F. // Artificial Intelligence. – 1990. – Vol. 42, No. 2-3. – P. 393-405.

9. Pearl J. Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference / Pearl J. – San Mateo, CA (USA): Morgan Kauffmann Publishers, Inc., 1988. – 550 p.
10. Lauritzen S.L. Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems / Lauritzen S.L., Spiegelhalter D.J. // Journal of the Royal Statistical Society, Series B. – 1988. – Vol. 50, No. 2. – P. 157-224.
11. Dagum P. Approximating probabilistic inference in Bayesian belief networks is NP-hard / Dagum P., Luby M. // Artificial Intelligence. – 1993. – Vol. 45. – P. 141-153.
12. Бідюк П.І. Принципи побудови та застосування мережі Байєса / Бідюк П.І., Шехтер Д.В., Клименко О.М. // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2005. – № 5. – С. 14-25.
13. Keefer D.L. 3-Point approximations for continuous random variables / Keefer D.L., Bodily S.E. // Management Science. – 1983. – Vol. 29. – P. 595-609.

© Бідюк П.І., Коршевніук Л.О., 2010

Стаття надійшла до редколегії 05.03.10 р.