

ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРНИХ РЕЖИМІВ ТЕРМОЕЛЕМЕНТІВ НА ДИНАМІКУ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

У статті на основі білінійного скінченного елемента запропоновано метод знаходження температури у будь-який момент часу.

Ключові слова: білінійний скінченний елемент, базисна функція, температурне поле, динамічні термоелементи.

В статье, на основе билинейного конечного элемента, предложен метод нахождения температуры в любой момент времени.

Ключевые слова: билинейный конечный элемент, базисная функция, температурное поле, динамические термоэлементы.

Based on a bilinear finite element, the method of temperature finding at any point of time is proposed in the article.

Key words: a bilinear finite element, basis function, temperature field, dynamic thermoelements.

Останнім часом в інженерній практиці під час розв'язування граничних задач усе частіше застосовується дискретне моделювання, що відкриває шлях до широкого використання чисельних методів, орієнтованих на ЕОМ. При цьому важливу роль відіграють серендипові скінченні елементи, які в комбінації з елементами трикутної форми добре апроксимують області складної конфігурації. Як відомо, вплив базису на досліджуване поле елемента дуже великий: деякі базиси в окремих точках занижують поле, а деякі – завищують його. За допомогою комп'ютерного експериментування вдалось виявити явище стійкості (незмінності) серендипових поверхонь по відношенню до базису. Було сформульовано умови стійкості поля щодо базису на серендипових елементах 2-го, 3-го та 4-го порядків як у двовимірному, так і в тривимірному просторах.

Фактично, попередники розглядали аспекти стаціонарного температурного поля [1-7].

Поставимо задачу: дослідити вплив термоелементів, які працюють у своїх температурних режимах, на формоутворення (рельєф) температурного поля.

Стаття має витоки досліджень із робіт [1-7].

Мета статті – знаходження температури в будь-якій точці квадратної пластини в довільний момент часу.

Основна частина

Наявність білінійного скінченного елемента (без внутрішніх вузлів) дає можливість сформулювати крайову задачу на квадраті з дискретними умовами Діріхле на границі. Задамо температурні режими термоелементів у чотирьох вузлах скінченного елемента:

$$T_1(t) = \cos t; \quad T_2(t) = \cos(2t + \frac{\pi}{3}); \quad T_3(t) = \cos(3t + \frac{\pi}{3}); \quad T_4(t) = \cos(4t + \frac{\pi}{3}) \quad (1)$$

Температура у будь-якій точці квадратної пластини і у будь-який момент часу визначається за формулою:

$$T(x, y, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) \cdot T_i(t) \quad (2)$$

де $N_i(x, y)$ – базисні функції білінійної інтерполяції,
 $T_i(t)$ – температурні режими термоелементів.

Базисні функції білінійної інтерполяції мають відомий вигляд:

$$N_i(x, y) = \frac{1}{4}(1 + x_i x)(1 + y_i y), \quad x_i y_i = \pm 1, \quad i = \overline{1;4} \quad (3)$$

З урахуванням (1) і (3) запишемо формулу (2) у розгорнутому вигляді:

$$T(x, y, t) = \frac{1}{4}(1-x)(1-y) \cos t + \frac{1}{4}(1+x)(1-y) \cos(2t + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{4}(1+x)(1+y) \cos(3t + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{4}(1-x)(1+y) \cos(4t + \frac{\pi}{3}) \quad (4)$$

За допомогою систем автоматизованого проектування Mathcad 14 і Компас 11 були створені поверхні температурних полів (4).

Продемонструємо скріншоти (рис. 1, рис. 2, рис. 3) у такі моменти часу: $t = 0$ (початок відліку), 4 с, 14 с, 30 с, 45 с, 100 с.

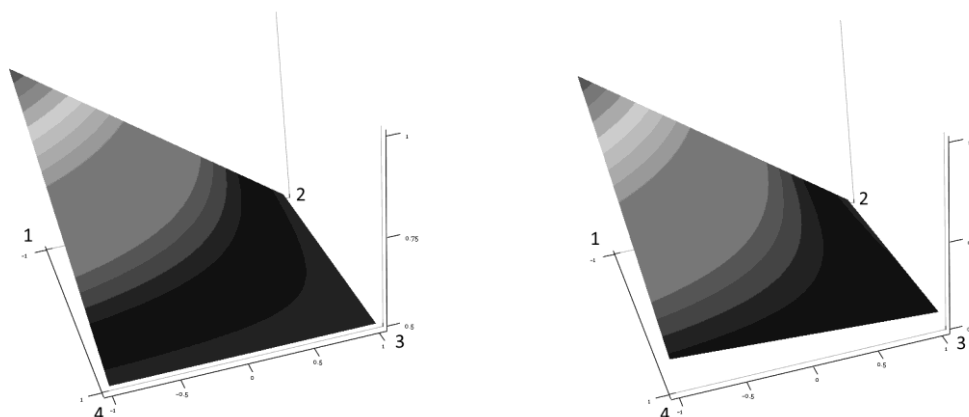


Рис. 1. Поверхні температурних полів у моменти часу $t = 0$ (зліва) і $t = 4$ с (праворуч)

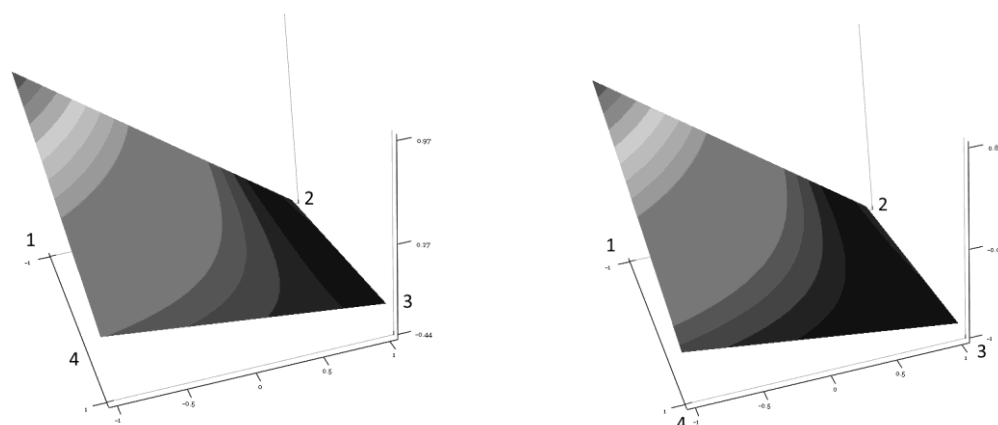


Рис. 2. Поверхні температурних полів у моменти часу $t = 14$ с (зліва) і $t = 30$ с (праворуч)

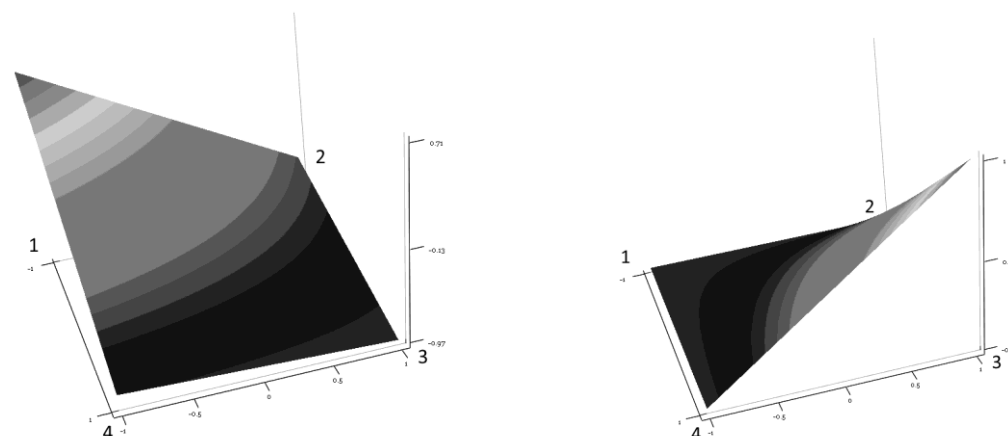


Рис. 3. Поверхні температурних полів у моменти часу $t = 45$ с (зліва) і $t = 100$ с (праворуч)
Запропонована методика узагальнюється на елементи 2D і 3D вищих порядків.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хомченко А. Н. Конструювання серендипових поверхонь, нечутливих до змін функцій форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Наукові нотатки : міжвуз. зб. – Луцьк : ЛДТУ, 2008. – Вип. 22. – С. 366–371.

2. Хомченко А. Н. Дискретні моделі температурних полів в областях складної форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Крайові задачі для диференціальних рівнянь : зб. наук. пр. Чернів. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича. – Чернівці, 2008. – Вип. 16. – С. 293–311.
3. Хомченко А. Н. Геометричне моделювання стаціонарних теплових полів в областях складної форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь, 2008. – С. 34–43. – (Праці / Тавр. держ. агротехнол. ун-т ; Т. 38, Вип. 4).
4. Пат. на винахід 85889 Україна, МПК G 01 K 7/00, G 01 K 7/42. Спосіб визначення температурного поля / Хомченко А. Н., Камаєва С. О. ; заявники та патентовласники Хомченко А. Н., Камаєва С. О. – № 200701524 ; заявл. 13.02.07 ; опубл. 10.03.09, Бюл. № 5. – 4 с.
5. Хомченко А. Н. Критерій інваріантності температурних полів серендипових елементів щодо альтернативних функцій форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації : Міжнар. наук. конф., Кам'янець-Подільський, 5-6 черв. 2008 р. : матеріали. – Кам'янець-Подільський, 2008. – Вип. 1. – С. 191–196.
6. Камаєва С. О. Відновлення температурного поля пластини неопуклої форми / С. О. Камаєва // Эффективные инструменты современных наук – 2009 : V Междунар. науч.-практ. конф., Дніпропетровськ, 27 квіт. – 5 трав. 2009 р. : тез. докл. – Прага ; Дніпропетровськ, 2009. – Т. 14. – С. 23–26.
7. Камаєва С. О. Ансамблювання скінченних елементів з альтернативними базисами / С. О. Камаєва // Актуальные проблемы современных наук – 2009 : V Междунар. науч.-практ. конф., Дніпропетровськ, 7-15 черв. 2009 р. : тез. докл. – Польща ; Дніпропетровськ, 2009. – Т. 21. – С. 74–76.

© Хомченко А. Н., Топчий Д. О., 2014

Дата надходження статті до редколегії 20.05.2014 р.

ХОМЧЕНКО Анатолій Никифорович – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри прикладної та вищої математики Чорноморського державного університету імені Петра Могили.

Коло наукових інтересів: ймовірно-геометричні моделі теорії наближення функцій, методи барицентричного усереднення граничних потенціалів.

ТОПЧИЙ Дмитро Олегович – здобувач кафедри прикладної та вищої математики Чорноморського державного університету імені Петра Могили.

Коло наукових інтересів: метаматика, абстрактна теорія множин, теорія категорій, теорія алгоритмів.