

## ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСУ НАКОПИЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ

Обґрунтовано можливість використання динамічних моделей для опису процесів накопичення інформації, які можуть знайти застосування в системах навчання, у комп'ютеризованих системах навчання зокрема. У припущенні, що подання об'єкта визначається інформацією, що описує об'єкт, обґрунтовано застосування інформаційного простору, визначено норму і метрику, доведено лінійність інформаційного простору. Показано, що при описі ситуації, коли необхідно враховувати зв'язність і вплив різних інформаційних об'єктів, накопичених системою, динаміка процесу накопичення і втрати інформації описується системою диференціальних рівнянь. Використовуючи постулати теорії корисності, в припущенні, що максимальна кількість інформації постійна, отримано формули для ентропії і оцінки очікуваної корисності накопиченої інформації.

**Ключові слова:** інформація, інформаційні технології, інформаційний простір, процес динамічного моделювання, теорія корисності, ентропія.

Обоснована возможность использования динамических моделей для описания процессов накопления информации, которые могут найти применение в системах обучения, в компьютеризированных системах обучения в частности. В предположении, что представление объекта определяется информацией, которая описывает объект, обосновано применение информационного пространства, определены его норма и метрика, доказана линейность информационного пространства. Показано, что при описании ситуации, когда необходимо учитывать связность и влияние разных информационных объектов, накопленных системой, динамика процесса накопления и потери информации описывается системой дифференциальных уравнений. Используя постулаты теории полезности, в предположении, что максимальное количество информации постоянно, получены формулы для энтропии и оценки ожидаемой полезности накопленной информации.

**Ключевые слова:** информация, информационные технологии, информационное пространство, процесс динамического моделирования, теория полезности, энтропия.

A foundation for the possibility of using dynamic models for describing information accumulation processes that can be used in educational systems, particularly computerized ones, was provided. Under the assumption that the representation of an object is defined by information describing it the use of information space is justified, its norm and metric are defined; the information space's linearity is proven. It is shown that in the description of a situation where it is necessary to consider the relations between objects and their influence on each other the dynamic of the information accumulation and loss process is described by a system of differential equations. Using the postulates of the usefulness theory, the assumption that the maximum amount of information is constant, the formulas for entropy and grading the expected usefulness of acquired information were derived.

**Key words:** information, information technology, information space, process dynamic modeling, usefulness theory, entropy

**Актуальність дослідження.** Технології накопичення інформації обслуговують досить широкий спектр процесів: від процесів навчання до примітивного накопичення статистичних даних. При усій різноманітності обслуговуваних процесів технології накопичення інформації мають деякі

загальні властивості, що обумовлені внутрішніми зв'язками в інформаційних потоках і концепцією корисності інформації. При побудові математичної моделі процесу накопичення інформації необхідно враховувати не лише прості зв'язки у структурі інформаційних потоків, але і динамічні властивості

процесів накопичення інформації. Оскільки цьому аспекту в дослідженнях сучасних авторів приділяється недостатня увага, роботи, орієнтовані на те, щоб для опису процесів цього класу використовувати поняття інформаційного простору, є актуальними.

**Мета статті.** Цю статтю виконано з метою обґрунтування використання динамічних моделей для опису процесів накопичення інформації, які можуть знайти застосування в системах навчання, в комп'ютеризованих системах навчання зокрема.

**Основна частина.** Зважаючи на гіпотезу, що явища зовнішнього світу пов'язані з певною причиною, яку можливо ототожнювати з інформацією, і в припущенні, що представлення об'єкта визначається інформацією, що описує

об'єкт, в [1] показано, що вираз  $I = I_m \sqrt{\frac{f}{f_m}}$ , де

$I_m$  – максимальна інформація, яку може містити повідомлення,  $f$  – цільова функція даної оптимізаційної задачі, де  $f(I_m) = f_m$ , визначає норму в даному інформаційному просторі і дозволяє ввести відповідну метрику. Відмітимо, що при цьому визначенні норми для випадку аналізу вхідного потоку інформації можуть бути здійснені такі операції [1]:

1. Множення на константу:

$$IC = I_m \sqrt{\frac{C^2 f}{f_m}}. \quad (1)$$

2. Складання:

$$I = \sum_1^n I_i = \sum_1^n I_{mi} \sqrt{\frac{f_i}{f_{mi}}} \quad (2)$$

При цьому виконуються умови лінійності:

1.  $I_1 + I_2 = I_2 + I_1$ .
2.  $(I_1 + I_2) + I_3 = I_1 + (I_2 + I_3)$ .
3.  $I + 0 = I$ .
4.  $I - I = 0$ .
5.  $C_1 (C_2 I) = (C_1 C_2) I$ .
6.  $1 \cdot I = I$ .
7.  $(C_1 + C_2) I = C_1 I + C_2 I$ .
8.  $C(I_1 + I_2) = C_1 I + C_2 I$ .

Таким чином, можна стверджувати, що інформаційний простір вхідних повідомлень, що розглядається поза завданням накопичення інформації, є лінійним [2]. Проте в завданні накопичення інформації ситуація змінюється. Дійсно, якщо перше повідомлення визначається тільки кількістю інформації, пов'язаною з повідомленням, то подальші повідомлення менш інформативні, оскільки відстань у відповідній метриці між накопиченою інформацією та інформацією, що поступає, зменшується. Припустимо, наприклад, постійне повторення

вхідної інформації:  $I_1 = I_2 = \dots = I_n$ . У такому разі реалізується послідовне зміння виграшу (користі) від отриманої інформації:

$$\begin{aligned} I_1 &\rightarrow f_1; \\ I_2 &\rightarrow f_{2/1}; \\ I_3 &\rightarrow f_{3/1,2}; \\ &\dots \\ I_n &\rightarrow f_{n/1\dots n-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Оскільки з кожним кроком посилюються обмеження, тоді як наслідок, зменшується оптимум:

$$f_1 \geq f_{2/1} \geq f_{3/1,2} \geq \dots \geq f_{n/1\dots n-1} \quad (5)$$

Отже, при постійній вхідній інформації сприймана інформація зменшується з кожним кроком. Позначивши сприйману інформацію як  $I_\varepsilon$ , можемо записати:

$$I_\varepsilon(1) \geq I_\varepsilon(2) \geq I_\varepsilon(3) \geq \dots \geq I_\varepsilon(n) \quad (6)$$

Припустивши, що кожен акт подачі повідомлення займає за часом інтервал  $\Delta t$ , можемо перейти до часової залежності  $I_\varepsilon = I_\varepsilon(i\Delta t)$ . При  $\Delta t \rightarrow 0$  переходимо до безперервного часу. У такому разі природно припустити, що швидкість зміни інформації пропорційна поточній кількості інформації, тобто припустити закон органічного росту в процесі накопичення інформації:

$$\frac{dI_\varepsilon}{dt} = \alpha I_\varepsilon. \quad (7)$$

Це припущення дозволяє одержати математичну модель динаміки процесу накопичення інформації. З іншого боку, можливість оцінки інформативності повідомлень і міри накопичення інформації дозволяє оптимізувати співвідношення корисної інформації і інформації використаного носія. Дійсно, при досягненні максимуму функції мети досягається максимальне значення інформації:

$$I = I_m \sqrt{\frac{f_m}{f_m}} = I_m. \quad (8)$$

Використовуючи відомі методи опису динамічних систем [3], після введення в модель позначення вхідної інформації  $I_x$ , представимо динаміку процесу перехідним процесом лінійної системи, що відповідає моделі (9):

$$\begin{aligned} \frac{dI_\varepsilon}{dt} &= -\alpha I_\varepsilon + \beta I_x; \\ pI_\varepsilon(p) &= -\alpha I_\varepsilon(p) + \beta I_x; \end{aligned} \quad (9)$$

$$I_\varepsilon(p) = \frac{(\beta/\alpha)}{(1/\alpha)p + 1}.$$

Після введення позначень  $\beta/\alpha = k$  і  $1/\alpha = T$ , отримаємо передавальну функцію каналу накопичення інформації:

$$\begin{aligned} I_\varepsilon(p) &= W(p)I_x(p); \\ W(p) &= \frac{k}{Tp + 1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Отже, математична модель процесу накопичення інформації (знань), у простому випадку може бути описана процесом накопичення 1 і втрати 2 інформація (рис. 1).

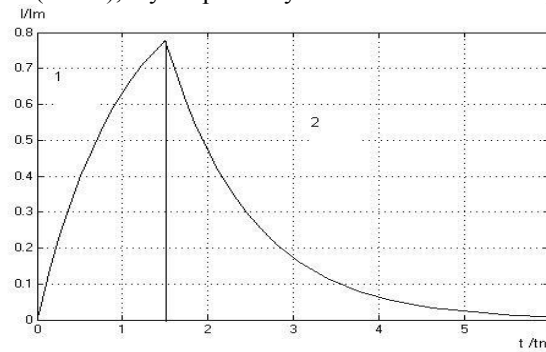


Рис. 1. Процес накопичення і втрати інформації

Проте реальна ситуація ускладнюється зв'язками між різними об'єктами і їхньою інформацією. У цьому випадку необхідно враховувати зв'язність і вплив різних інформаційних об'єктів, накопичених системою. Припустивши, що цей об'єкт пов'язаний з  $n$  об'єктами, можемо охарактеризувати кількість інформації  $n$  мірним вектором:

$$\vec{I}_\varepsilon = \mathbf{I}_\varepsilon = \begin{bmatrix} I_{\varepsilon 1} \\ I_{\varepsilon 2} \\ \vdots \\ I_{\varepsilon n} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Тоді динаміка накопичення і втрати інформації описується системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{\mathbf{I}}_\varepsilon = \mathbf{A}\mathbf{I}_\varepsilon + \mathbf{B}\mathbf{I}_x. \quad (12)$$

При цьому елемент  $a_{ij}$  описує зв'язок  $i$ -го та  $j$ -го компонентів вектору інформації, а елемент матриці  $B$  описує вплив вхідної інформації на процес накопичення і втрати інформації. У процесі накопичення інформації відбувається накопичення інформації, що описується зміною або траєкторією вектору  $\mathbf{I}_\varepsilon(t)$ . Істотно, що очікувана кількість інформації пов'язана з очікуваним вирашем від наявності цієї інформації. Припустивши для простоти, що максимальна кількість інформації постійна – випадок планових занять, можемо записати:

$$M\{\mathbf{I}_\varepsilon\} = \mathbf{H}_\varepsilon = \begin{bmatrix} M\{I_{\varepsilon 1}\} \\ M\{I_{\varepsilon 2}\} \\ \vdots \\ M\{I_{\varepsilon n}\} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Отже, з одного боку, ентропії  $\mathbf{H}_\varepsilon$ , що оцінює очікувану інформацію, відповідає траєкторія  $\mathbf{I}_\varepsilon(t)$ , і, з іншого боку, припущення постійності максимальної інформації дозволяє оцінювати очікувану користь накопиченої інформації:

$$M\left\{\frac{1}{I_m^2} \mathbf{I}_\varepsilon^T \mathbf{I}_\varepsilon\right\} = M\left\{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{f_m}\right\}. \quad (14)$$

Істотним моментом є структура повідомлення. Дійсно, раніше порядок системи диференціальних рівнянь, що описують динаміку процесу накопичення інформації, окремо не розглядали, але існує простий зв'язок між порядком моделі і відповідним концептом і ідеалом. Якщо це повідомлення не має зв'язків з накопиченою раніше інформацією і модель описується диференціальним рівнянням першого порядку або інерційною ланкою першого порядку, при накопиченні інформації про послідовність явищ модель має клітинну матрицю порядку, визначуваного кількістю концептів [4]. У загальному випадку, модель описується клітинною матрицею з діагоналлю, що відповідає власним властивостям об'єктів, і недиагональними елементами, що описують зв'язки між концептами (табл. 1).

Таблиця 1

Моделі динаміки накопичення інформації

Ідеал	Порядок	Схема моделювання динаміки
	Модель першого порядку	
	Модель високого порядку	
	Зв'язна модель високого порядку	

Таким чином, математична модель процесу накопичення інформації в інформаційному просторі подано лінійною динамічною системою. Ентропія системи описує очікувану інформацію, накопичену в системі, і пов'язана з очікуваною корисністю накопиченої інформації. Для складних інформаційних потоків проявляється вплив зв'язності, і модель

стає багатовимірною системою диференціальних рівнянь. При цьому порядок системи визначається кількістю зв'язків в інформаційному потоці. Наприклад, для потоку з простими зв'язками дев'яти компонент накопичення інформації по компонентах, в припущенні їх рівної складності, має вигляд, наведений на рис. 2.

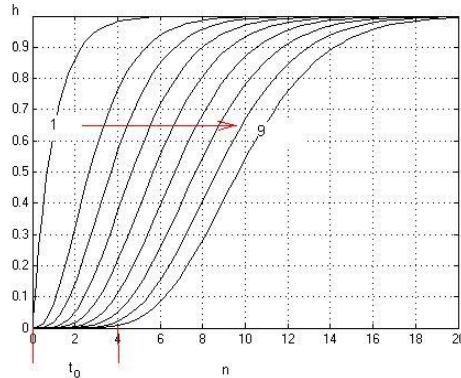


Рис. 2. Накопичення інформації для простого ланцюжка повідомлень

Таким чином, використовуючи концепцію інформаційного простору, дістаємо можливість побудови математичної моделі динаміки процесу накопичення інформації, що відображає основні властивості процесу.

#### Висновки:

1. У завданні накопичення інформації інформаційний простір лінійний.
2. При накопиченні корисної інформації про складний об'єкт виникає фазова затримка, що є властивістю процесу.

3. Для простого повідомлення, що містить відомості про єдиний об'єкт, математична модель описується лінійним диференціальним рівнянням першого порядку.

4. Для складних повідомлень порядок диференціальних рівнянь моделі визначається кількістю об'єктів в повідомленні.

5. При управлінні вхідними потоками в процедурі накопичення інформації необхідно мати процедуру прогнозу в контурі управління.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Соколова О. В. Определение нормы в информационной технологии накопления знаний / О. В. Соколова // Журнал научных публикаций. Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – М., 2014. – № 7 (66). – С. 56–58.
2. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. Том 1 / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Высшая школа. – 2003. – 704 с.
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1 : Линейные системы / Д. П. Ким. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
4. Бюлер К. Теория языка / К. Бюлер. – М. : Прогресс, 1993. – 502 с.
5. Филлипс Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбор. – М. : Лаборатория Базовых Знаний. 2001 – 616 с.
6. Рей У. методы управления технологическими процессами / У. Рейю – М. : Мир. – 1983. – 368 с.

© Соколова О. В., 2014

Дата надходження статті до редколегії 24.05.2014 р.

**СОКОЛОВА Оксана Валентинівна** – викладач, Херсонський національний технічний університет.  
**Коло наукових інтересів:** математичне моделювання систем, інформаційні технології.