

Чуйко Г. П.,

д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри,
ЧДУ ім. Петра Могили, м. Миколаїв, Україна

Галяк Д. А.,

магістрант, ЧДУ ім. Петра Могили, м. Миколаїв, Україна

Шиян І. О.,

аспірант, ЧДУ ім. Петра Могили, м. Миколаїв, Україна

ОТРИМАННЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ ЦИФРОВИХ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРІВ КОЕНА-ДОБЕШІ-ФІВО У МЕЖАХ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MAPLE

Розглядається методика розрахунків біортогональних вейвлет-фільтрів родини Коена-Добеші-Фіво (Cohen-Daubechies-Feauveau, CDF) з метою розширення програмного пакету DiscreteTransforms системи комп'ютерної математики Maple. Продемонстрований алгоритм розрахунку біортогональних фільтрів та запропоновані певні нормувальні множники для використання вейвлет-коефіцієнтів у межах Maple. Представлена методика застосування отриманих банків цифрових фільтрів у дискретному вейвлет-перетворенні на прикладі знешумлення медичного зображення. Після декомпозиції типового медичного зображення з шумами, отриманими фільтрами, його вейвлет-образ піддається процедурі очистки та синтезу (відновленню) програмними засобами системи комп'ютерної математики Maple. Очищена та відновлена копія зображення порівнюється з первинним зображенням та оцінюється відомими показниками якості.

Ключові слова: вейвлет-фільтри; дискретні вейвлет-перетворення; вейвлет-аналіз; вейвлет-синтез; квадратурно-дзеркальні фільтри; очистка шумів; медичне зображення.

Дискретне вейвлет-перетворення (ДВП) сигналів – один з популярних засобів обробки медичних сигналів [1], зокрема й медичних зображень. Із практичної точки зору дискретне вейвлет-перетворення (ДВП) це насамперед набори цифрових фільтрів для аналізу та синтезу вхідного сигналу. Саме з такими цифровими фільтрами (низьких та високих частот) оперують під час вейвлет розкладання та відновлення одновимірних [1] та двовимірних сигналів.

Існує достатня кількість родин вейвлетів, придатних для обробки таких сигналів [2]. Серед них варто виділити біортогональні вейвлети родини CDF (Коена-Добеші-Фіво) [2; 3; 4; 5]. Такий вибір пояснюється їх властивостями і підтверджений успішним та широким застосуванням у різноманітних програмних технологіях та додатках. Добре відомо, зокрема, що графічний стандарт JPEG 2000 використовує біортогональний CDF 5/3 вейвлет (відомий ще як вейвлет LeGall 5/3 [4; 5]) для стискання без втрат, та вейвлет CDF 9/7 для стискання з втратами [2; 3]. Стандарт JPEG 2000 широко застосовують в цифровому кінематографі, охоронних системах спостереження, технологіях Інтернету, тощо.

На сьогодні в системі комп'ютерної математики Maple (версія 17 і пізніші) присутній потужний інструментарій для виконання ДВП. Проте відсутність ширшого набору CDF фільтрів, зокрема й цифрового фільтру CDF 5/3, дещо обмежує можливості застосування зазначеного програмного пакету для обробки

зображень. Розрахунки цифрових фільтрів родини CDF у межах Maple дозволяли б значно розширити можливості програмного пакету дискретних вейвлет-перетворень СКМ Maple.

Метою цієї роботи є демонстрація методики розрахунків цифрових вейвлет-фільтрів біортогональної родини CDF з метою доповнення засобів СКМ Maple, та застосування отриманих фільтрів на прикладі очищення типового медичного зображення від шумів.

Як відомо вейвлети – це перенесені в часі, та масштабовані копії, або так звані дочірні вейвлети деякої швидко осцилюючої функції – так званого материнського вейвлета. У ДВП (DWT) мають справу з дискретними (цифрованими) сигналами з використанням дискретного набору масштабів та перенесень [1; 2]. З точки зору обробки сигналів під час виконання ДВП відбувається фільтрація сигналу банками цифрових фільтрів для аналізу та для синтезу. Для цього найчастіше застосовують так звані квадратурно-дзеркальні фільтри з кінцевою імпульсною характеристикою, до класу яких відносяться біортогональні фільтри родини CDF [2].

У більшості випадків важливе повне, чи близьке до повного, відновлення сигналів. Особливо, якщо йдеться про обробку медичних сигналів, зокрема й зображень. Тому беззаперечно важливим є вибір фільтрів та методик їх розрахунку. При визначенні необхідного оптимального вейвлет-базису розглядаються наступні властивості вейвлетів [2]:

- компактність носія;
- гладкість;
- симетрія;
- кількість нульових моментів.

Використання класу біортогональних вейвлетів дає можливість використовувати одні й ті самі базисні функції для розрахунку коефіцієнтів розкладання. Вейвлет CDF 5/3 (відомий також як LeGall 5/3) – найкоротший біортогональний симетричний вейвлет-фільтр з двома нульовими моментами, що дозволяє максимально зменшити граничні артефакти [4]. Як уже відзначалося, його часто використовувати для обробки зображень без втрат інформації.

На жаль, програмний пакет DiscreteTransforms СКМ Maple не містить банку цифрових фільтрів для вейвлету CDF 5/3. Пакет дозволяє оперувати лише з єдиним представником родини CDF: біортогональним CDF 9/7 вейвлетом, який останніми часами став популярним для вейвлет-компресії зображень.

Проведемо розрахунок засобами СКМ Maple цифрового CDF фільтру довжиною 5/3, скориставшись відомим алгоритмом обчислення пари біортогональних фільтрів [2; 3].

Попередньо даний алгоритм був застосований для обчислення цифрових фільтрів вейвлету CDF 9/7 за зразком [3], за виключенням іншого способу нормування. Отримані в ході такого розрахунку вейвлет-коефіцієнти повністю співпали з тими, що задаються в програмному пакеті DiscreteTransforms.

Алгоритм розрахунку CDF фільтру довжиною 5/3 [2; 3], застосований нами в межах СКМ Maple є таким:

- визначається парна кількість нульових моментів пари НЧ фільтрів для аналізу та синтезу (при $k_1 = k_2 = 1$):

$$2k_1 = 2; 2k_2 = 2 \quad (1)$$

- обираються непарні довжини обох фільтрів, завданням двох параметрів l_1 та l_2 , таких що $l_1 = 2 \neq l_2 = 1$:

$$2l_1 + 1 = 5; 2l_2 + 1 = 3 \quad (2)$$

- обчислюється параметр r за виразом $r = k_1 + k_2 = 2$:

- знаходиться явний вираз для поліному такого загального вигляду як функцію від параметру r :

$$P_1(x) \rightarrow r = \sum_{n=0}^{r-1} \text{binomial}(n+r-1, n)x^n \quad (3)$$

де $\text{binomial}(n+r-1, n) = \frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!}$ – біноміальні коефіцієнти.

$$h_1, h_2 = \begin{bmatrix} -0.125000000000000 \\ 0.250000000000000 \\ 0.750000000000000 \\ 0.250000000000000 \\ -0.125000000000000 \\ 0. \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0. \\ 0.500000000000000 \\ 1. \\ 0.500000000000000 \\ 0. \\ 0. \end{bmatrix} \quad (11)$$

- ВЧ фільтри отримуються інверсією порядку коефіцієнтів фільтрації в низькочастотних фільтрах зі зміною знаків у парних коефіцієнтів фільтрації. Таки-

Для нашого прикладу:

$$P_1(x) = 1 + 2x \quad (4)$$

- далі необхідно факторизувати поліном (4) у добуток поліномів-факторів цілочисельних ступенів, які задаються такими виразами:

$$P_1(x) = \sum_{n=0}^1 a_n x^n; P_2(x) = \sum_{n=0}^0 b_n x^n \quad (5)$$

з урахуванням вимоги $a_0 = b_0 = 1$ маємо

$$P_1(x) = a_1 x + 1; P_2(x) = 1 \quad (6)$$

- далі перемножуються поліноми-фактори (6) та порівнюються коефіцієнти поліному-добутку з коефіцієнтами при рівних ступенях змінної для поліному (4):

$$P_1(x) \cdot P_2(x) = a_1 x + 1 \quad (7)$$

- як результат порівняння правих частин (7) та (4) маємо:

$$a_1 = 2 \quad (8)$$

- здійснимо підстановку отриманих коефіцієнтів (8) та нової змінної $x = \frac{1}{2} - \frac{z}{4} - \frac{1}{4z}$, де $z = e^{j\omega}$ у поліноми (6):

$$P_1(z) = 2 - \frac{z}{2} - \frac{1}{2z}; P_2(z) = 1 \quad (9)$$

- обчислимо поліноми Лорана, які визначають коефіцієнти цифрових фільтрів низьких частот для аналізу (H_1) та синтезу (H_2) відповідно:

$$H_1(z) = \frac{3}{4} + \frac{z}{4} + \frac{1}{4z} - \frac{z^2}{8} - \frac{1}{8z^2}; H_2(z) = \frac{1}{2} + \frac{z}{4} + \frac{1}{4z} \quad (10)$$

- наступним кроком алгоритму є перетворення коефіцієнтів поліномів в упорядковані вектори фільтрів НЧ для аналізу та синтезу. При цьому треба домовитися щодо нормування таких векторів. Аналіз розрахунків вейвлет-коефіцієнтів CDF 9/7 показав, що коефіцієнти поліномів (10) необхідно домножити на нормувальні множники у вигляді набору $\{1, 2\}$, у той час як в [2; 3] користувалися симетричними нормувальними коефіцієнтами $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

- для використання результатів у межах Maple збільшимо фіктивні довжини фільтрів просто розширивши межі послідовностей коефіцієнтів у виразах дописуванням нулів (окрім того, тип коефіцієнтів цифрових фільтрів повинен бути заданий як float [8]):

ми є відомі властивості так званих квадратурно-дзеркальних фільтрів (КДФ) [2]: Отже:

$$g_1, g_2 = \begin{bmatrix} 0. \\ 0. \\ 0.5000000000000000 \\ -1. \\ 0.5000000000000000 \\ 0. \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0. \\ 0.1250000000000000 \\ 0.2500000000000000 \\ -0.7500000000000000 \\ 0.2500000000000000 \\ 0.1250000000000000 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Зобразимо розраховані пари цифрових фільтрів (11, 12) для аналізу та синтезу у вигляді стовпчикових діаграм (рис. 1, рис. 2):

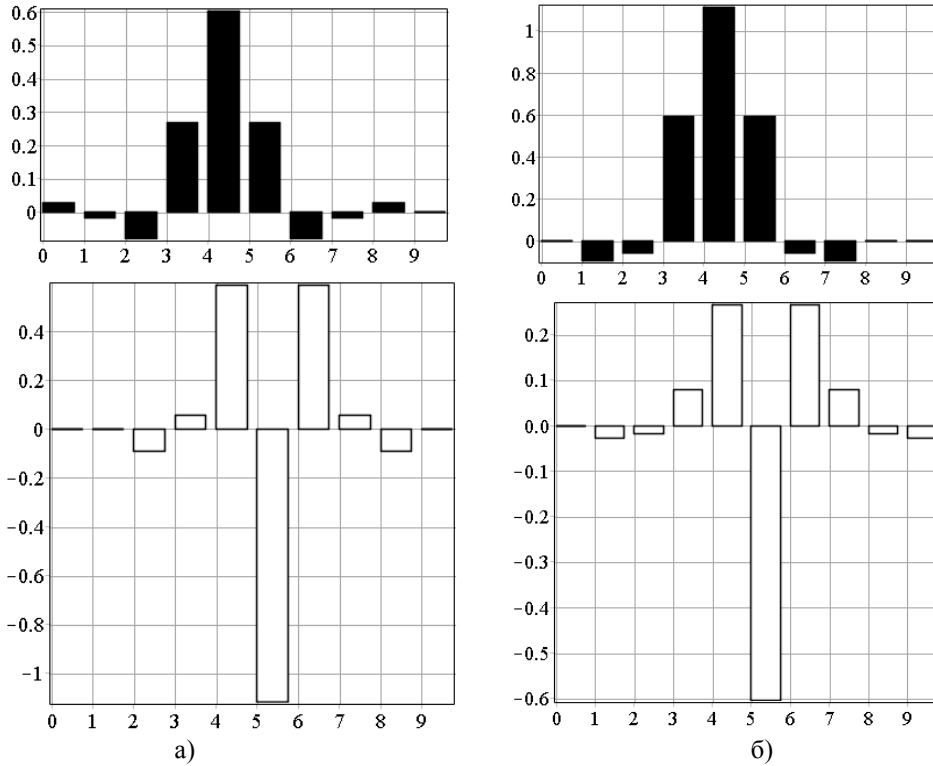


Рис. 1. Пари фільтрів CDF 9/7: а – для аналізу; б – для синтезу

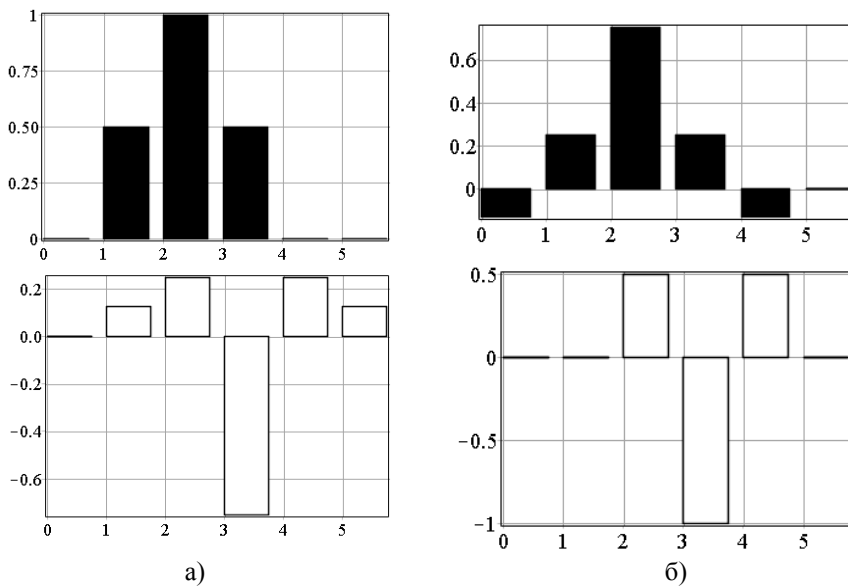


Рис. 2. Пари фільтрів CDF 5/3 (LeGall): а – для аналізу; б – для синтезу

Отримавши потрібні пари фільтрів, приступимо до обробки двовимірних сигналів, таких як типові медичні зображення. Видалення шуму із зображень є класичною проблемою в їх комп'ютерній обробці.

Зображення можуть бути спотворені шумом на будь-якому етапі – під час отримання, стиснення, передачі, відтворення [6].

Цифрові вейвлет-фільтри CDF 5/3 було застосовано на типовому медичному зображенні з шумами. Для очистки зображення була використана процедура трешолдінгу – простий нелінійний метод очистки, який може виконуватися над вейвлет-коефіцієнтами

зображення [6]. Після виконання процедури очищення вейвлет-образу та зворотного синтезу з вейвлет-розкладання було отримане очищене медичне зображення. Візуально оцінити результат та порівняти вхідне та вихідне зображення можна на рис. 3.

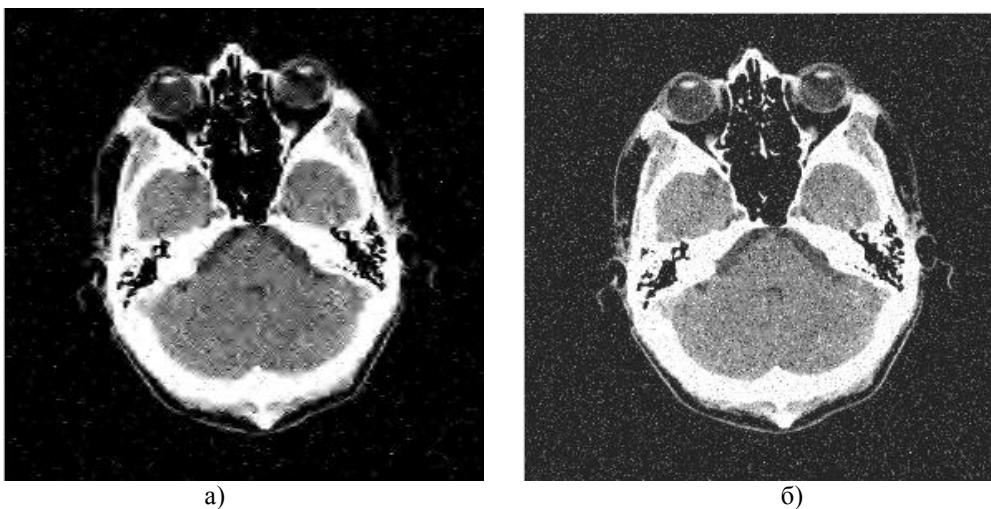


Рис. 3. Типове медичне зображення: а – зображення з шумами; б – очищене зображення

З рисунку видно, що більшість високочастотних малих коефіцієнтів, зумовлених шумами, очищено, а діагностичні характеристики первинного сигналу збереглися. Якість відновленого зображення можна оцінити також відомими кількісними критеріями. Якість синтезованого зображення згідно з такими оцінками доволі висока: відносне стандартне відхилення інтенсивності пікселів (відоме як параметр $gmse$) синтезованого зображення від оригіналу не перевищує 8 %, а пікове відношення сигнал/шум (параметр PSNR) сягає

приблизно 13 дБ. Ентропія відновленого зображення збільшилася з приблизно 5 бітів/піксель до близько 6,5 бітів/піксель. Статистична кореляція двох зображень також дуже висока і позитивна і складає не менше 0,966.

Окрім того, на рис. 4 відображено розподіл пікселів відновленого зображення з похибкою відносно оригіналу, яка перевищує подвоєне стандартне відхилення ($gmse$).

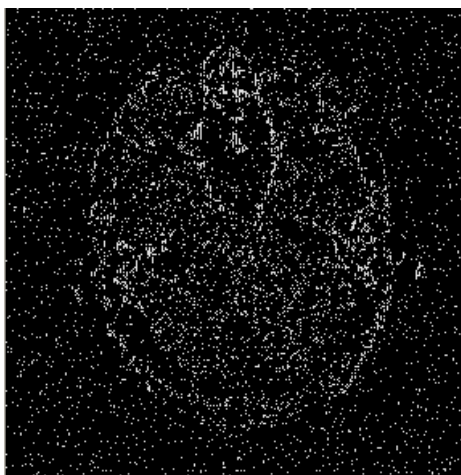


Рис. 4. Розподіл пікселів очищеного зображення з похибками, більшими за подвоєне стандартне відхилення ($gmse$)

Розраховані банки біортогональних вейвлет-фільтрів родини CDF дозволяють розширити можливості пакету дискретних перетворень системи комп'ютерної математики Maple. Застосування отриманих фільтрів з метою очистки типового медичного сигналу з шумами дозволило отримати очищений вихідний сигнал з прийнятними характеристиками. Перспек-

тивним виглядає дослідження застосування розрахованих вейвлет-фільтрів у галузі додавання так званих «ватермарок» (прихованих верифікаційних ознак, «водяних знаків») для захисту зображень, а також для потреб стеганографії (додавання в зображення інших прихованих елементів або прихованої інформації) [4].

ЛІТЕРАТУРА

1. Чуйко Г. П. Методика вейвлет-аналізу біомедичних сигналів засобами системи комп'ютерної математики MAPLE / Г. П. Чуйко, І. О. Данішевська, О. В. Дворник, С. І. Шиян // Наукові праці ЧДУ ім. Петра Могили, Комп'ютерні технології. – 2012. Вип. 201. Т. 213. – С. 109–114.
2. Воробьев В. И. Теория и практика вейвлет-преобразования / В. И. Воробьев, В. Г. Грибунин. – СПб. : Изд-во ВУС, 1999. – 204 с.
3. Востров Г. Н. Метод расчета биортогональных фильтров, используемых в вейвлет-преобразованиях / Г. Н. Востров, М. Г. Годынский // Праці Одеського політехнічного університету. Вип. 2(36). – С. 161–166.
4. Navjeet Sidhu. Analysis of Wavelet Le Gall 5/3 transform in Image Watermarking / Navjeet Sidhu, RS Uppal, Kamal deep Kaur, RS Kaler // International Journal of Recent Trends in Engineering, Vol 2, No. 4, November 2009. – Pp. 334–227.
5. Cerna D. Discrete CDF 9/7 Wavelet transform for finite-length signals / Cerna D., Finek V. / Department of Mathematics and Didactics, Technical University in Liberec // Mezinárodní konference Technical Computing Prague 2011, Sborník příspěvků, str. 29.
6. Debalina Jana. Wavelet Thresholding for Image Noise Removal (Different Techniques of Thresholding Used for Wavelet Image Denoising) / Debalina Jana and Kaushik Sinha // International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication (IJRITCC). – June 2014, Vol. 2. – Issue: 6. – Pp. 1400–1405.

Чуйко Г. П., Галяк, Д. А., Шиян І. А.,

Черноморский государственный университет им. Петра Могилы, г. Николаев, Украина

Получение и применение цифровых вейвлет-фильтров Козна-Добешчи-Фиво в пределах системы компьютерной математики Maple

Рассматривается методика расчетов и применения биортогональных вейвлет-фильтров семьи Козна-Добешчи-Фиво (Cohen-Daubechies-Feauveau, CDF), и их применение в дискретном вейвлет-преобразовании на примере очистки медицинского изображения от шумов. После декомпозиции типового медицинского изображения с шумами, полученными фильтрами, его вейвлет-образ подвергается процедуре очистки и синтеза (восстановлению) программными средствами системы компьютерной математики Maple. Очищенная и восстановленная копия изображения сравнивается с первичным изображением и оценивается известными показателями качества.

Ключевые слова: дискретные вейвлет-преобразования; вейвлет-анализ; вейвлет-синтез; квадратурно-зеркальные фильтры; очистка шумов; медицинское изображение.

Chuiko G. P., Halyak D. A., Shiyan I. O.,

Petro Mohyla Black Sea State University, Mykolaiv, Ukraine

Calculation and application of digital wavelet filters Cohen-Daubechies-Feauveau within the computer mathematics system Maple

A processing method for calculation of biorthogonal Cohen-Daubechies-Feauveau family wavelet-filters, and their application in discrete wavelet transformation on example of cleaning noised medical images. For getting analysis and synthesis filter coefficients, there are performed algorithm of calculating of filter coefficients. After decomposition of two-dimensional signal by calculated filters, its image is subjected to denoising procedure and synthesis procedure by tools of the computer mathematics system Maple. Denoised medical image is compared with input noised image and assessed by statistical characteristics.

Key words: wavelet filters; discrete wavelet transform; wavelet analysis; wavelet synthesis; quadrature-mirror filters; cleaning noises; medical images.

© Чуйко Г. П., Галяк Д. А., Шиян І. О., 2015

Дата надходження статті до редколегії 03.11.2015