УДК 004.82

Швед А. В.,
канд. техн. наук, доцент (б.в.з.)
кафедри інтелектуальних інформаційних систем,
ЧНУ ім. Петра Могили,
м. Миколаїв, Україна,
helenashv@mail.ru

АЛГОРИТМ ВИБОРУ ПРАВИЛА КОМБІНУВАННЯ ЕКСПЕРТНИХ СВІДОЦТВ

У статті запропоновано адаптивний алгоритм вибору оптимального правила комбінування. Адаптивність алгоритму полягає в тому, що в залежності від сформованого набору критеріїв і структури експертних суджень обирається одне із запропонованих правил комбінування для кожної пари експертних суджень, які комбінуються. Алгоритм дозволяє отримувати комбіновані експертні судження з найменшим досяжний рівень невизначеності. У статті дається огляд мір в основі яких лежить ентропійний підхід і використання функцій довіри, правдоподібності або пігністичної ймовірності для оцінювання рівня невизначеності. Наведено ряд прикладів вибору правила комбінування.

Ключові слова: *правило комбінування; теорія свідоцтв; ентропія; конфлікт; невизначеність.*

Вступ. За останні роки значно зріс інтерес до методів аналізу експертних оцінок в умовах невизначеності і ризику. Одним із інструментів, що дозволяє виконувати аналіз експертних оцінок, враховуючи різні види НЕ-фактори (неповнота, неточність, невизначеність, неузгодженість), є математична теорія свідоцтв [1, 2, 3].

Для агрегування експертних оцінок, які були одержані за різними критеріями або формування групового рішення в теорії свідоцтв використовується операція комбінування експертних оцінок на основі правила комбінування Демпстера. Однак застосування зазначеного правила в деяких ситуаціях призводить до отримання некоректних результатів комбінування – інформація, яка отримується з конфліктуючих джерел ігнорується.

Спроба позбутися цього недоліку призвела до розвитку альтернативних правил комбінування свідоцтв [4, 5]. Нині в рамках теорії свідоцтв запропоновано велику кількість правил комбінування [5], кожне з яких має ряд переваг, але і має певні недоліки. Порівняльний аналіз розглянутих правил комбінування є достатньо важкою задачею, тому що не існує уніфікованих критеріїв, за допомогою яких можна обгрунтовано оцінити кожне правило.

При виборі правила необхідно враховувати ряд факторів, таких як модель аналізу, інформація про конфлікти і консенсус між окремими судженнями експертів (свідоцтвами), інформація про джерела даних (експертів), інформація про ступінь взаємодії і структуру суджень експертів (свідоцтв).

Цілі і задачі дослідження. Метою роботи є розробка процедури вибору правила комбінування експертних оцінок, що дозволяє врахувати фактори, в умовах яких виконується збір і аналіз експертної інформації.

Виклад основного матеріалу дослідження. Припустимо, що є основа аналізу $\Omega = \{\omega_i \mid i = \overline{1,n}\}$, що являє собою множину вихідних даних (вичерпних та взаємовиключних) [1,2]. На основі аналізу Ω може бути сформована система підмножин $\mathrm{P} = \{B_j \mid j = \overline{1,s}\}$, $s = 2^{\Omega}$, кожне з яких являє собою фокальний елемент і задовольняє умовам:

$$\begin{aligned}
&1.\ B_j = \{\varnothing\};\\
&2.\ B_j = \{\omega_i\};\\
&3.\ B_j = \{\omega_i \mid i = \overline{1,p}\},\ p < n;\\
&4.\ B_j = \Omega = \{\omega_i \mid i = \overline{1,n}\}.
\end{aligned} \qquad (1)$$

Для кожного виділеного фокального елементу задана оцінка (основна маса ймовірності – *basic belief assignment, bba*), що відображає суб'єктивну міру впевненості, що шуканий елемент множини Ω знаходиться у підмножині $B_j \subseteq \Omega$

$$0 \le m(B_j) \le 1,\ \forall (B_j \in 2^{\Omega}),\ m(\varnothing) = 0,\ \sum_{B_j \in 2^{\Omega}} m(B_j) = 1; \qquad (2)$$

Для вираження мінімального та максимального (потенційного) ступеню довіри до підмножини $B_j \subseteq \Omega$, в теорії свідоцтв визначені функції:

– функція довіри (*belief function*) *Bel*: $2^{\Omega} \to [0,1]$:

$$Bel(A) = \sum_{B_j \subseteq A,\, B_j \in 2^{\Omega}} m(B_j) \tag{3}$$

– функція правдоподібності (*plausibility function*) *Pl*: $2^{\Omega} \to [0,1]$:

$$Pl(A) = \sum_{B_j \cap A \neq \varnothing,\, B_j \in 2^{\Omega}} m(B_j) \tag{4}$$

У роботі [6] введена функція пігністичної ймовірності:

$$betP(A) = \sum_{B_j \in 2^{\Omega}, B_j \neq \varnothing} \frac{|A \cap B_j|}{|B_j|} m(B_j) \tag{5}$$

У теорії свідоцтв виділено два основних типа невизначеності: не специфічність (*non-specificity*) або неточність (*imprecision*), та конфлікт (*conflict*) [7].

Зважена ентропія Хартлі (*Weighted Hartley entropy*) дозволяє оцінити у кількісному показнику міру не специфічності [8].

$$N(m) = \sum_{B_j \subseteq \Omega, B_j \neq \varnothing} m(B_j) \log_2\left(|B_j|\right),\ 0 \le N(m) \le \log_2\left(|\Omega|\right) \tag{6}$$

У [9] введено поняття «ступінь специфічності» $\delta_S(m) \in [0,1]$:

$$\delta_S(m) = 1 - d(m, m_S)\ ,\ \forall m \quad d(m, m_X) = d(m, m_Y), \quad m(X) = m(Y) \tag{7}$$

У виразі (7) у якості метрики $d(m, m_S)$ може бути застосована будь-яка міра, що характеризує відстань між виділеними групами свідоцтв, наприклад міра *Jousselme* [10]:

$$d_J(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathrm{m}_1 - \mathrm{m}_2)^{\mathrm{T}}\ \underset{=}{D}(\mathrm{m}_1 - \mathrm{m}_2)} \tag{8}$$

де m_i – 2^{Ω}-мірний вектор-стовпчик, елементами якого є основні маси ймовірності фокальних елементів, сформованих на основі *i*-ої групи свідоцтв; $(\mathrm{m}_i)^{\mathrm{T}}$ – транспонований вектор m_i (вектор-рядок); значення $(\mathrm{m}_1\text{-}\mathrm{m}_2)$ – різниця відповідних векторів;

$\underset{=}{D}$ – матриця розмірністю $2^{\Omega} \times 2^{\Omega}$, елементи якої визначаються як:

$$D(B_i, B_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } B_i = B_j; \\ S(B_i, B_j), & \forall B_i, B_j \in \Omega. \end{cases} \tag{9}$$

Функція $S(B_i, B_j)$ відповідає коефіцієнту Жаккарда $S(B_i, B_j) = |B_i \cap B_j| / |B_i \cup B_j|$, де $|\cdot|$ – кардинальність відповідних підмножин.

Значення вектору m_S задовольняють умовам:

$$m_S(X_{\max}) = 1,\ X_{\max} = \arg\max\left(\frac{m(X)}{|X|}\right), X \in 2^A, X \neq \varnothing$$

Інший тип невизначеності – конфлікт (*conflict*), характеризується розбіжністю у виборі і оцінюванні елементів основи аналізу, і може бути описаний виразом:

$$Conf(m) = -\sum_{B_j \in 2^{\Omega}} m(B_j) \log_2\left(f(B_j)\right), \tag{10}$$

де функція $f(B_j)$ може приймати значення функцій $\mathrm{Bel}(B_j)$, $\mathrm{Pl}(B_j)$, $\mathrm{BetP}(B_j)$ або $Con(B_j) = \sum_{B_i \in 2^{\Omega}} m(B_i) \frac{|B_j - B_i|}{|B_j|}$, в залежності від міри конфлікту, що оцінюється [11, 12, 13].

У [12] запропонована міра для визначення сумарної невизначеності (*global uncertainty*) як сума її складових: конфлікту та не специфічності

$$T(m) = Conf(m) + N(m)\ , \tag{11}$$

де *N*(*m*) – зважена ентропія Хартлі (6); *Conf*(*m*) – міра конфлікту (10).

У [9] введено поняття суперечливість (*contradiction*). Необхідно розрізняти конфлікт (*conflict*) і суперечливість (*contradiction*). Під суперечливістю в теорії свідоцтв розуміють кількісне вираження того, наскільки значення *bba* суперечить самому собі.

Суперечливість фокального елементу B_j визначається як відстань між $m(\cdot)$ фокальних елементів групи свідоцтв і значенням m_{Bj}

$$Contr_m(B_j) = d(m, m_{B_j})\ , \tag{12}$$

де $\forall B_i, B_j \subseteq \Omega$

$$m_{B_j}(B_i) = \begin{cases} 1, & i = j, i = \overline{1,s}; \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Суперечливість групи свідоцтв розраховується як зважена суперечливість всіх фокальних елементів групи, $Contr_m \in [0,1]$:

$$Contr_m = \sum_{B_j \in 2^{\Omega}} m(B_j) d(m, m_{B_j}) \tag{13}$$

Для отримання агрегованих (узагальнених) експертних оцінок в теорії свідоцтв використовується правило комбінування Демпстера [2]. Однак вказане правило має істотний недолік – воно повністю ігнорує інформацію, отриману при комбінуванні конфліктуючих свідоцтв ($A_i \cap B_j = \varnothing$), що в свою чергу приводить до некоректних результатів комбінування. Нині запропоновано значну кількість альтернативних правил комбінування, здатних, в тому числі, обробляти конфліктуючі експертні свідоцтва [14–16]. Розглянемо деякі з таких правил.

Правило комбінування Демпстера [14] ($m_{DS}(\varnothing)=0$, $\forall(C\neq\varnothing)\in 2^{\Omega}$)

$$m_{DS}(C)=\frac{1}{1-k_{12}}\cdot\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\Omega}\\ X_1\cap X_2=C}} m_1(X_1)m_2(X_2), \qquad (14)$$

де X_1, X_2 – виділені експертами 1 і 2 підмножини альтернатив;

k_{12} – ступінь конфліктності

$$k_{12}=\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\Omega}\\ X_1\cap X_2=\varnothing}} m_1(X_1)m_2(X_2).$$

На відміну від правила комбінування Демпстера, Ягер [14] не відносить комбіновані маси ймовірності при отриманні порожніх перетинів фокальних елементів до порожньої множини і не проводить їх нормалізацію, а використовує для відображення ступеня незнання. Комбінована маса ймовірності $m_Y(X)$ за правилом Ягера може бути виражена наступним чином:

$$m_Y(X)=\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\Omega}\\ X_1\cap X_2=X}} m_1(X_1)m_2(X_2), \qquad (15)$$

за умови, що $m_Y(\varnothing)=0$, $\forall X\in 2^{\Omega}$, $X\neq\varnothing$ и $X\neq\Omega$.

Правило комбінування Дюбуа і Прада ($m_{DP}(\varnothing)=0$, $\forall(C\neq\varnothing)\in 2^{\Omega}$) [15]

$$m_{DP}(C)=\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\Omega}\\ X_1\cap X_2=C}} m_1(X_1)m_2(X_2)+\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\Omega}\\ X_1\cap X_2=\varnothing\\ X_1\cup X_2=C}} m_1(X_1)m_2(X_2) \qquad (16)$$

Правило перерозподілу конфліктів PCR5 ($\forall C\subset D^{\Omega}\setminus\{\varnothing\}$) [16]

$$m_{PCR5}(C)=m_{12}(C)+\sum_{\substack{Y\in D^{\Omega}\setminus\{X\}\\ X\cap Y=\varnothing}}\left[\frac{m_1(X)^2\cdot m_2(Y)}{m_1(X)+m_2(Y)}+\frac{m_2(X)^2\cdot m_1(Y)}{m_2(X)+m_1(Y)}\right]. \qquad (17)$$

де $m_{12}(C)$ – комбінована маса ймовірності для підмножини $C=X\cap Y$, яка розрахована на основі кон'юнктивного консенсусу.

У літературних джерелах зазначається, що порівняльний аналіз цих правил досить складний, тому що не існує уніфікованих критеріїв їх вибору. В роботі [11] Ягер зазначає, що якість одержуваних експертних свідчень поліпшується по мірі того, як значення міри специфічності прагне до одиниці, а значення ентропії – до нуля.

У роботі запропоновано процедуру вибору правила комбінування, що базується на принципі мінімальної невизначеності.

Припустимо, що маємо групу експертів $\mathrm{E}=\{E_j \mid j=\overline{1,t}\}$, яка оцінюючи деяку множину альтернатив $\mathrm{A}=\{A_i \mid i=\overline{1,n}\}$, сформувала множину індивідуальних ранжувань (впорядкувань) B=$\{B_j| \ j=\overline{1,t}\ \}$, де B_j являє собою 2^{A}- мірний вектор, що відображає вподобання (вибір) експерта E_j. Кожний елемент множини B побудований на основі правил (1). Для кожної підмножини B_j, $j=\overline{1,t}$ буде сформовано вектор $\mathrm{m}_j=\{m_i \mid i=\overline{1,s}\}$, $s=2^{\mathrm{A}}$, елементи якого задовольняють умовам (2).

Припустимо, що формовано множину правил комбінування $\mathrm{P}=\{P_i \mid i=\overline{1,k}\}$. Ґрунтуючись на принципі мінімальної невизначеності (мінімальної ентропії) необхідно обрати правило $P\in\mathrm{P}$, $\mathrm{m}_{combP}=\mathrm{m}_i P\ \mathrm{m}_j$, що мінімізує значення функції сумарної невизначеності комбінованої маси ймовірності $\min\ (T(\mathrm{m}_{combP}))$.

Формально процедуру вибору правила комбінування можна представити у вигляді двох послідовних етапів.

На першому етапі із множини доступних правил комбінування $\mathrm{P}=\{P_i \mid i=\overline{1,k}\}$, обирається підмножина $\mathrm{P}'\subseteq\mathrm{P}$, що задовольняє набору визначених критеріїв $C=\{c_i \mid i=\overline{1,q}\}$.

Попередньо необхідно виділити ряд критеріїв, щодо яких буде оцінено то чи інше правило комбінування. В якості критеріїв вибору правила комбінування можуть бути розглянуті модель аналізу (модель Демпстера, модель Дезера-Смарандаке), інформація про джерела даних (експертів), їх компетентність, характер аналізованих даних (інформація про конфлікти і консенсуси; інформація про ступінь взаємодії і структуру експертних суджень та ін.). Наприклад, правило Демпстера не може бути застосовано в умовах наявності значного конфлікту, відповідно виключається із подальшого розгляду. Рекомендації щодо вибору правила комбінування на основі аналізу ряду критеріїв наведені в роботах [17, 18].

У результаті буде сформована множина $\mathrm{P}'=\{P_i \mid i=\overline{1,z}\}$, $z\leq k$, яка отримана шляхом виключення із множини $\mathrm{P}=\{P_i \mid i=\overline{1,k}\}$, правил що не задовольняють сформованому набору критеріїв вибору правил комбінування.

Другий етап полягає у виборі правила комбінування на основі аналізу кількісних характеристик невизначеності.

Правило вибирається виходячи із рекомендацій:

1. Виходячи із принципу максимальної специфічності, обирається правило комбінування $P_l\in\mathrm{P}'$, що

максимізує значення коефіцієнту специфічності (7) результату комбінування $\max(\delta_S(m_i P_l \; m_j))$, $\delta_S(m_i P_l \; m_j) \neq 1$.

2. Виходячи із принципу мінімального конфлікту, обирається правило комбінування $P_r \in P'$, що мінімізує значення міри суперечливості (13) результату комбінування $\min(Contr(m_i P_r \; m_j)), Contr(m_i P_r \; m_j) \neq 0$.

3. Якщо $P_l \neq P_r$, то обирається правило, що задовольняє умові

$$P = \begin{cases} P_l, & T(m_i P_l \; m_j) < T(m_i P_r \; m_j); \\ P_r, & T(m_i P_l \; m_j) > T(m_i P_r \; m_j). \end{cases} \quad (18)$$

Розглянемо приклади практичного застосування запропонованої методики вибору правила комбінування, в умовах різних структур експертних суджень (рис.1).

Припустимо, що задана основа аналізу $A = \{A_i \mid i = \overline{1,4}\}$ і множина експертів $E = \{E_k \mid k = \overline{1,m}\}$. Множина $X = \{B_j \mid j = \overline{1,s}\}$, $s = 2^A$, являє собою сукупність фокальних елементів $B_j \subseteq A$, $\forall j : |B_j| = 1$, які виділені на основі однієї групи свідоцтв E_k. У роботі проаналізовані основні види структур експертних свідоцтв: узгоджені – $\forall(B_i, B_j) \subseteq X$, $|B_i| \leq |B_j|$: $B_i \subseteq B_j$; сумісні – $\forall(B_i, B_j) \subseteq X$: $B_i \cap B_j \neq \varnothing$; довільні – $\exists(B_i, B_j) \subseteq X$: $B_i \cap B_j \neq \varnothing$; роздільні – $\forall(B_i, B_j) \subseteq X$: $B_i \cap B_j = \varnothing$.

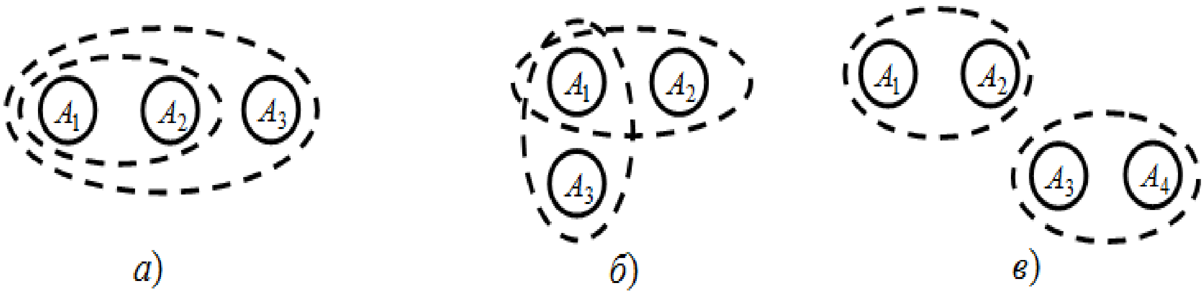

Рис. 1. Структура експертних свідоцтв:
а) – узгоджені; *б*) – сумісні; *в*) – довільні

1. Узгоджені експертні свідоцтва

$$B_1 \subseteq B_2 \subseteq \ldots \subseteq B_i \subseteq \ldots \subseteq B_s \subseteq X \quad (19)$$

У таблиці 1 наведені оцінки основних мас ймовірності експертних свідоцтв із узгодженою структурою.

Таблиця 1

Основні маси ймовірності експертних суджень із узгодженою структурою

	1.a		1.b		1.c		1.d		1.e		1.f	
	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2
$m_1(A_1)$	0.5	1/3	0.1	1/3	0.5	0.1	0.4	0.6	0.1	0.9	0.3	0.25
$m_1(A_2)$	0.5	1/3	0.9	1/3	0.5	0.1	0.6	0.2	0.9	0.05	0.7	0.65
$m_1(A_3)$	-	1/3	-	1/3	-	0.8	-	0.2	-	0.05	-	0.1

У таблиці 2 наведено розрахункові значення міри специфічності (7) і міри суперечливості (13) для вихідних основних мас ймовірності експертних суджень, і комбіновані маси ймовірності, які були отримані на основі застосування правил Демпстера, Ягера, Дюбуа і Прада та правила перерозподілу конфліктів PCR5.

Таблиця 2

Розрахункові значення мір невизначеності для свідоцтв із узгодженою структурою

	1.a		1.b		1.c		1.d		1.e		1.f	
	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$
$m_1()$	0,5	0,5	0,9	0,18	0,5	0,5	0,6	0,48	0,9	0,18	0,7	0,42
$m_2()$	0,42	0,58	0,42	0,58	0,83	0,31	0,714	0,5	0,91	0,17	0,69	0,46
$m_{rezDS}()$	**0,5**	0,5	**0,9**	**0,18**	0,5	0,5	**0,67**	0,44	0,7	0,44	**0,86**	**0,24**
$m_{rezY}()$	0,31	**0,39**	0,40	0,39	**0,93**	**0,14**	0,37	**0,40**	0,90	**0,19**	0,55	0,46
$m_{rezDP}()$	0,43	0,5	0,59	0,45	0,57	0,47	0,48	0,45	**0,91**	0,20	0,64	0,42
$m_{rezPCR}()$	0,49	0,54	0,79	0,36	0,56	0,54	0,56	0,52	0,50	0,49	0,79	0,34

Із результатів наведених у таблиці 2 видно, що для випадків 1.b і 1.f для правила Демпстера виконуються умови

$\max(\delta_S(m_1 P_{DS}\ m_2))$ та $\min(Contr(m_1 P_{DS}\ m_2))$;

для випадків 1.c ці ж умови виконуються для правила Ягера. Вибір правил комбінування для випадків 1.a, 1.d та 1.e здійснюється на основі аналізу міри сумарної невизначеності (11), виходячи із умови (18).

2. Сумісні експертні судження

$$B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_i \cap \ldots \cap B_s \neq \varnothing \qquad (20)$$

В таблиці 3 наведені оцінки основних мас ймовірності експертних свідоцтв із сумісною структурою.

Таблиця 3

Основні маси ймовірності експертних суджень із сумісною структурою

	1.a		**1.b**		**1.c**		**1.d**		**1.e**	
	E_1	**E_2**	**E_1**	**E_2**	**E_1**	**E_2**	**E_1**	**E_2**	**E_1**	**E_2**
$m_1(A_1)$	0.5	0.5	0.1	0.9	0.1	0.1	0.9	0.9	0.4	0.6
$m_1(A_2)$	0.5		0.9		0.9		0.1		0.6	
$m_1(A_3)$		0.5		0.1		0.9		0.1		0.4

У таблиці 4 наведені розрахункові значення мір специфічності (7) та суперечливості (13).

Таблиця 4

Розрахункові значення мір невизначеності для свідоцтв із сумісною структурою

	1.a		1.b		1.c		1.d		1.e	
	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$
$m_1()$	0,5	0,5	0,9	0,18	0,9	0,18	0,9	0,18	0,6	0,48
$m_2()$	0,5	0,5	0,9	0,18	0,9	0,18	0,9	0,18	0,6	0,48
$m_{rezDS}()$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$m_{rezY}()$	**0,78**	**0,33**	**0,92**	**0,14**	**0,99**	**0,02**	0,84	0,26	**0,79**	**0,32**
$m_{rezDP}()$	0,52	0,52	0,89	0,22	0,84	0,28	0,89	0,21	0,50	0,49
$m_{rezPCR}()$	0,57	0,55	0,51	0,50	0,5	0,51	**0,98**	**0,051**	0,56	0,54
	1.a2		1.d2		1.d3		1.d4		1.e2	
	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$
$m_1()$	0,5	0,5	0,9	0,18	0,9	0,18	0,9	0,18	0,6	
$m_2()$	0,42	0,58	0,83	0,31	0,83	0,31	0,83	0,31	0,48	0,57
$m_{rezDS}()$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$m_{rezY}()$	**0,86**	**0,24**	0,76	0,35	**0,92**	**0,14**	**0,99**	**0,018**	**0,9**	**0,18**
$m_{rezDP}()$	0,47	0,55	0,85	0,28	0,84	0,30	0,82	0,33	0,41	0,55
$m_{rezPCR}()$	0,53	0,58	**0,96**	**0,082**	0,57	0,50	0,57	0,51	0,43	0,59

На основі даних таблиці 4 можна зробити наступні висновки, що виходячи із рекомендацій запропонованої процедури вибору правила комбінування, для випадків 1.a, 1.b, 1.c, 1.e, 1.a2, 1.d3, 1.d4 та 1.e2 найбільш прийнятним є правило Ягера; для випадків 1.d та 1.d2 – правило перерозподілу конфліктів PCR5.

3. Роздільні експертні судження

$$\forall\, B_i, B_j \subseteq \mathrm{X} : B_i \cap B_j = \varnothing,$$

$$B_1 = \{A_1\}, B_2 = \{A_2\}, B_3 = \{A_3\}, B_4 = \{A_4\} \qquad (21)$$

В таблиці 5 наведені оцінки основних мас ймовірності експертних свідоцтв із роздільною структурою.

Таблиця 5

Основні маси ймовірності експертних суджень із роздільною структурою

	1.a		**1.b**		**1.c**	
	E_1	**E_2**	**E_1**	**E_2**	**E_1**	**E_2**
$m_1(A_1)$	0.5		0.1		0.4	
$m_1(A_2)$	0.5		0.9		0.6	
$m_1(A_3)$	-	0.5		0.9		0.6
$m_1(A_4)$		0.5		0.1		0.4

У таблиці 6 наведені розрахункові значення мір специфічності (7) та суперечливості (13).

Таблиця 6

Розрахункові значення мір невизначеності для свідоцтв із роздільною структурою

	1.a		1.b		1.c	
	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$	$\delta_s(\cdot)$	$Contr_m$
$m_1()$	0,5	0,5	0,9	0,18	0,6	0,48
$m_2()$	0,5	0,5	0,9	0,18	0,6	0,48
$m_{rezDS}()$	-	-	-	-	-	-
$m_{rezY}()$	1	0	1	0	1	0
$m_{rezDP}()$	**0,46**	**0,54**	**0,88**	**0,24**	**0,55**	**0,41**
$m_{rezPCR}()$	0,39	0,61	0,5	0,51	0,44	0,60

Для всіх розглянутих прикладів для правила Дюбуа і Прада виконуються умови $\max(\delta_S(m_1 P_{DP}\ m_2))$ та $\min(Contr(m_1 P_{DP}\ m_2))$.

Висновки. В роботі запропонована процедура вибору оптимального правила комбінування експертних свідоцтв в залежності від характеру вихідних даних, що отримані з різних джерел. Запропонована процедура забезпечує отримання комбінованої маси ймовірності з найменшим досяжним рівнем невизначеності. Алгоритм забезпечує відсікання ряду правил, які не задовольняють заданому набору критеріїв вибору правил комбінування. Ґрунтуючись на принципі мінімальної невизначеності, в роботі запропоновано вибирати правило, яке мінімізує значення міри суперечливості і максимізує значення міри специфічності результату комбінування. В якості критеріїв вибору правил можуть бути рекомендовані: модель аналізу (модель Демпстера, модель Дезера-Смарандаке), інформація про джерела даних (експертів), їх компетентність, характер аналізованих даних (інформація про конфлікти і консенсус; інформація про ступінь взаємодії і структуру експертних суджень та ін.).

ЛІТЕРАТУРА

1. A. P. Dempster, «A generalization of Bayesian inference» Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, no. 30, pp. 205–247, 1968.
2. G. Shafer, A Mathematical Theory of Evidence. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 1976.
3. M. J. Beynon, B. Curry, P. Morgan, «The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to milticriteria decisionn modeling» Omega, vol. – 28. – no. – 1. – pp. 37–50, 2000.
4. K. Sentz and S.Ferson, Combination of Evidence in Dempster-Shafer Theory. SAND2002-0835 Technical Report. Albuquerque, New Mexico: Sandia National Laboratories, 2002.
5. Ph. Smets, «Analyzing the combination of conflicting belief functions» Information Fusion, vol. 8 – pp. 387–412, 2007.
6. Ph. Smets, «Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty», Uncertainty in AI, vol. 5. – pp. 29–39, 1990.
7. G.J. Klir, «Measures of uncertainty in the Dempster-Shafer theory of evidence», Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence, John Wiley and Sons, New York, R.R. Yager and M. Fedrizzi and J. Kacprzyk edition, pp. 35–49, 1994.
8. D. Dubois and H. Prade, «A note on measures of specificity for fuzzy sets», International Journal of General Systems, vol. – 10, no. – 4, pp. 279–283, 1985
9. F. Smarandache, A. Martin, and C. Osswald, «Contradiction measures and specificity degrees of basic belief assignments,». Proc. of 14th International Conference on Information Fusion, Chicago, USA, pp. 475–482, 2011.
10. A.L. Jousselme, D. Grenier, and E. Boss´e, «A new distance between two bodies of evidence,» Information Fusion, vol. – 2. – pp. 91–101, 2001.
11. R. R. Yager, «Entropy and specificity in a mathematical theory of evidence,» International Journal of General Systems, vol. 9, no. – 4, pp. 249–260, 1983.
12. G. J. Klir and B. Parviz, «A note on measure of discord» San Mateo, CA. : Morgan Kaufmann, pp. 138–141, 1992.
13. U. Hohle, «Entropy with respect to plausibility measures» Proceedingsof 12th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic, pp. 167-169, 1982.
14. R. Yager, «On the Dempster-Shafer framework and new combination rules,» Information Sciences, vol. – 41. – pp 93–137, 1987.
15. D. Dubois, and H. Prade, «Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures,» Computational Intelligence, vol.4. – pp. 244–264, 1988.
16. F. Smarandache and J. Dezert, Advances and applications of DSmT for Information Fusion. vol.2. Rehoboth: American Research Press, 2006.
17. K. K. Annamdas, Evidence Based Uncertainty Models and Particles Swarm Optimization for Multiobjective Optimization of Engineering Systems. Open Access Dissertations, 2009.
18. F. Smarandache, «Unification of Fusion Theories (UFT),» Intern.J. of Applied Math. & Statistics, vol. 2. – pp. 1–14, 2004.

А. В. Швед,
Черноморский национальный университет
им. Петра Могилы,
г. Николаев, Украина

АЛГОРИТМ ВЫБОРА ПРАВИЛА КОМБИНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ СВИДЕТЕЛЬСТВ

В статье предложен адаптивный алгоритм выбора оптимального правила комбинирования. Адаптивность алгоритма заключается в том, что в зависимости от сформированного набора критериев и структуры экспертных суждений выбирается одно из рассматриваемых правил комбинирования для каждой пары экспертных суждений, которые комбинируются. Алгоритм позволяет получать комбинированные экспертные суждения с наименьшим достижимым уровнем неопределенности. В статье дается обзор мер в основе которых лежит энтропийный подход и использование функций доверия, правдоподовия или пигнистической вероятности для оценивания уровня неопределенности. Приведен ряд примеров выбора правила комбинирования.

Ключевые слова: *правило комбинирования; теория свидетельств; энтропия; конфликт; неопределенность.*

A. V. Shved,
Petro Mohyla Black Sea
National University,
Mykolaiv, Ukraine

THE ALGORITHM OF SELECTION OF THE COMBINATION RULES

The adaptive algorithm for selecting of combination of rule was proposed in this paper. The adaptivity of this algorithm consists in that depending on the set of formed criteria and the structure of experts' judgments one of the considered combination rules are selected for each pair of expert judgments. The proposed algorithm allows to obtain combined experts' opinion with the lowest possible level of uncertainty. The algorithm provides a cut-off of combination rules that do not satisfy a given set of criteria. Based on the principle of a minimum of uncertainty, we proposed to select the rule that minimizes the value of the contradiction measure and maximizing the value of the specificity measure of the result of combination. As a rule selection criteria could be recommended the analysis model (Dempster model, Dezer-Smarandache model), structure of individual expert judgments, experts' competence, the nature of the analyzed data (information about conflict and consensus, information about the degree of interaction and etc.) The overview of the measures based on Shannon entropy approach and plausibility, credibility or pignistic probability functions for estimation the level of uncertainty has done in this article. The set of numerical examples of selection the combination rules are given.

Key words: *combination rule; the Dempster–Shafer theory (DST) of evidence; entropy; conflict; uncertainty.*

Рецензенти: д. т. н., проф. ***І. І. Коваленко;***
к. т. н., доц. ***І. О. Кравець.***

 Дата надходження статті до редколегії 19.05.16