УДК 004.81

Хіміченко І. В.,
здобувач наукового ступеня
кандидат технічних наук,
старший веб-програміст компанії Hosting Max,
м. Миколаїв, Україна,
sstrykerr@gmail.com

НАЙБЛИЖЧИЙ ДОМЕННИЙ БЛОК ЯК ОСНОВА ФРАКТАЛЬНОГО СТИСНЕНЯ ЗОБРАЖЕННЯ

Запропонована інформаційна технологія для фрактального стиснення зображень. Доменний блок є основою при пошуку відповідності при відтворенні стисненого зображення. Сусідні блоки є ключовими при стиснені.

Ключові слова: *інформаційна технологія, переробка інформації, стиснення зображень, відтворення зображень.*

Постановка проблеми. Проблема пошуку найближчого сусіднього елементу полягає в тому, щоб для даного набору доменних блоків побудувати таку структуру даних, щоб для даного рангового блоку R_m можна було швидко знайти найближчий до R_m доменний блок.

Однією з основних складнощів при фрактальному стисненні зображень є розробка ефективного за часом методу зіставлення доменно-рангових областей. На сьогоднішній день розглянуті сучасні підходи щодо підвищення ефективності за часом процесу зіставлення доменних і рангових областей. На основі аналізу існуючих методів прискорення фрактального стиснення зображень зроблений висновок про те, що найбільш перспективним і відповідним для подальшого поліпшення є метод Саупа, який зводить задачі фрактального стиснення до задачі пошуку найближчого сусіднього елементу в багатовимірному метричному просторі.

Передбачимо, що зображення поділене на рангові області, що не перекриваються, розміром $N \times N$. Загальні принципи даного підходу можуть бути перенесені і на випадок рангових блоків, що перекриваються. Будемо розглядати кожен ранговий блок як вектор R_m в лінійному векторному просторі $\Re^n$, де $n = N \times N$. Перетворення квадратного зображення із стороною квадрата довжиною N у вектор довжиною $n = N^2$ можна виконувати, наприклад, рядковим скануванням блоку. Робота з векторами замість двовимірних масивів значно спрощує запис, без втрати повноти розгляду.

У процесі кодування зображення для кожного рангового блоку необхідно виконати пошук по всіх блоках кодової книги. Вектор, що представляє доменний блок, записуватимемо як D_k. Також розглянемо невелику множину $p < n$ незалежних від зображення блоків. Представимо їх векторами $B_1, B_2, ..., B_p \in \Re^n$, які вибираються так, щоб скласти ортонормальний базис - p-розмірного підпростору $\Re^n$. Їх також називають фіксованими базисними блоками. Тоді задача кодування рангового блоку може бути виражена як задача знаходження коефіцієнтів найменших квадратів:

$$E(R_m, D_k) = \min_{s, o_j \in R} \left\| R_m - \left(s \cdot D_k + \sum_{j=1}^{p} o_j B_j \right) \right\| = \min_{x \in R^{p+1}} \| R_m - Ax \|$$

,

де A - це $n \times (p+1)$ матриця, колонки якої D_k, B_1, B_2, B_p та $x = (s, o_1, o_2, ..., o_p) \in \Re^{p+1}$ - вектор коефіцієнтів. Дана задача має бути вирішена для всіх доменних блоків D_k, і блок, який дає найменше значення помилки $\left\| R_m - \left(s \cdot D_k + \sum_{j=1}^{p} o_j B_j \right) \right\|$ вибирається за умови, що значення s для даного блоку забезпечує збіжність процесу декодування (тобто $|s| < 1$). Ця умова може бути усунена, якщо використовувати ортогональне представлення Оєйна.

Спираючись на вищевикладене, таким чином, час обробки одного запиту на пошук відповідного доменного блоку для даного рангового блоку визначається кількістю операцій обчислення функції відстані $d\left(R_m^{\perp}, D_k^{\perp}\right)$ між проекціями рангового і доменного блоків, і кількістю операцій обчислення хеш-функції $g_i\left(D_k^{\perp}\right)$. Спільне число запитів дорівнює кількості рангових блоків. Таким чином, досягається сублінійний час обробки одного запиту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботі P. Indyk та R. Motwani [3] представлена методика вирішення задачі $(R, c) - NN$ наближеного пошуку найближчого сусіднього елемента, заснована на просторово-чутливому хешуванні (LSH— locality sensitive hashing). Автори LSH пропонують використати просторове хешування організації пошуку в додатках баз даних, розпізнаванні образів, пошуку в архівах документів. У даній статті пропонується застосувати просторово-чутливе хешування для організації пошуку найближчого сусіднього елемента при фрактальному кодуванні зображень.

Розглянемо коротко основну ідею просторово-чутливого хешування. Для домена S, що є множиною точок з мірою відстані D, сімейство LSH функцій визначено як:

Визначення [3]: Множина функцій $H = \{h : S \to U\}$ називається (r_1, r_2, p_1, p_2)-чутливою для D, якщо для кожного $v, q \in S$ виконується:

якщо $v \in B(q, r_1)$, то $\Pr_H[h(q) = h(v)] \geq p_1$

якщо $v \notin B(q, r_2)$, то $\Pr_H[h(q) = h(v)] \leq p_2$

де $B(x, r)$ — гіперсфера радіусом r із центром у точці x.

Для того, щоб просторово-чутлива функція хешування була корисною з погляду її застосування до фрактального стиснення зображень, вона повинна задовольняти нерівностям $p_1 > p_2$ та $r_1 < r_2$.

Покажемо, як просторово-чутливі функції можуть бути використані для вирішення $(R, c) - NN$ задачі при фрактальному кодуванні: виберемо $r_1 = R$ та $r_2 = cR$. Для даного сімейства H хеш-функцій з параметрами (r_1, r_2, p_1, p_2) як у визначенні вище, збільшимо розрив між «високою» імовірністю p_1 й «низькою» імовірністю p_2 шляхом з'єднання декількох функцій. Зокрема, для параметра k, визначеного нижче, визначимо сімейство функцій $\psi = \{g : S \to U^k\}$ так, що $g(v) = (h_1(v), ..., h_k(v))$, де $h_1 \in H$. Для цілого числа L виберемо L функцій $g_1, ..., g_L$ з ψ, незалежно й рівномірно, випадковим чином. Під час кроку попередніх обчислень, збережемо кожний $v \in P$ (набір доменних областей) у множині $g_j(v)$, для $j = 1, ..., L$. Так як загальне число таких множин може бути великим, залишимо тільки непусті множини шляхом повернення до класичного хешування. Для того, щоб обробити рангову область q, зробимо пошук серед всіх множин $g_1(q), ..., g_L(q)$. Оскільки можливо (хоча й малоймовірно) що загальна кількість доменів, збережених у цих множинах, є великою, то пошук домену переривається після знаходження $3L$ елементів (включаючи дублікати). Нехай $v_1, ..., v_t$ — знайдені елементи. Для кожного домену v_j, якщо $v_j \in B(q, r_2)$, повертаємо відповідь ТАК (тобто даний домен є потенційним кандидатом побудови перетворення в рангову область q), інакше повертаємо НІ.

Алгоритм фрактального кодування за допомогою просторово-чутливого хешування (FracLSH) складається із двох частин: на етапі попередніх обчислень для всіх векторів, що представляють доменні блоки, обчислюється їх ортонормована проекція $p_j = \phi(D_j)$ на ортодоповнення $\Im^{\perp}$. І, далі, для отриманих точок $p_j \in R^n \setminus \Im$ обчислюються й зберігаються значення хеш-функцій $g_i(p_j)$.

На етапі пошуку доменно-рангових відповідностей для даної рангової області обчислюється ортонормована проекція $q_j = \phi(R_j)$ ортодоповнення $\Im^{\perp}$. Обчислюється значення хеш-функцій і виконується лінійний пошук у таблицях хеш-функцій доменних блоків, обчислених раніше.

Завдяки властивостям просторово-чутливих хеш-функцій при збігу хеш-значень для рангового й доменного векторів існує дуже висока ймовірність того, що дані вектори знаходяться близько один до одного в заданому метричному просторі. Для K знайдених доменних блоків-кандидатів виконується обчислення помилки $E(D, R)$ по формулі (1) і вибирається найбільш відповідний блок. Таким чином, ми уникаємо необхідності вирішувати задачу методом найменших квадратів для кожної пари доменно-рангового блоку, а відбираємо декілька кандидатів, які з великою ймовірністю дадуть близький до оптимального розв’язок. Цим і досягається істотне підвищення часової ефективності алгоритму.

Викладення основного матеріалу. Етап пошуку доменно-рангових відповідностей є найбільш трудомісткою операцією при фрактальному кодуванні зображень. При класичному підході для всіх можливих комбінацій доменних і рангових областей потрібно вирішити задачу пошуку оптимальних коефіцієнтів методом найменших квадратів і вибрати кращий варіант. І, хоча такий метод дає найкращий розв’язок, його часова ефективність є неприйнятною із практичної точки зору. Однак, задачу фрактального кодування зображень можна звести до задачі пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному просторі. У свою чергу, наближений розв’язок задачі пошуку найближчого сусіднього може бути ефективно знайдений з використанням просторово-чутливого хешування. У статті розглянутий підхід до побудови алгоритмів, що реалізують фрактальне стиснення шляхом комбінації цих двох ідей.

Зведення задачі фрактального стиснення зображень до задачі пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному просторі. Викладемо коротко ідею D. Saupe [1], що дозволяє відійти від повного перебору всіх комбінацій доменних і рангових областей та, шляхом відносно ефективної предобробки, звести задачу до пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному метричному просторі.

Припустимо, що зображення розділене на рангові області, що не перекриваються, розміром $N \times N$, і доменні області вдвічі більшого розміру. Будемо розглядати кожен ранговий блок як вектор R у лінійному векторному просторі R^n, де $n = N \times N$. Перетворення квадратного зображення зі стороною квадрата довжиною N у вектор довжиною $n = N^2$ можна виконувати, наприклад, порядковим скануванням блоку. Робота з векторами замість 2-х мірних масивів значно спрощує запис, без втрати спільності розгляду.

В процесі кодування зображення для кожного рангового блоку необхідно виконати пошук по всіх блоках кодової книги. Вектор, що представляє доменний блок, будемо записувати як *D*. Також будемо розглядати невелику множину $p < n$ незалежних від зображення блоків. Представимо їхніми векторами $B_1, B_2, ..., B_p \in R^n$, які вибираються таким чином, щоб складати ортонормований базис p-розмірного підпростору R^n. Їх також називають фіксованими базисними блоками. Тоді задача кодування рангового блоку може бути виражена як задача знаходження коефіцієнтів найменших квадратів [1]:

$$E(R,D) = \min_{a, b_k \in R} \left\| R - (a \cdot D + \sum_{k=1}^{p} b_k B_k) \right\| = \min_{x \in R^{p+1}} \| R - Ax \| \quad (1)$$

де A — це $n \times (p+1)$ матриця, колонки якої є вектора $D, B_1, B_2, ..., B_p$, а $x = (a, b_1, b_2, ..., b_p) \in R^{p+1}$ — вектор коефіцієнтів.

Дана задача повинна бути вирішена для всіх доменних блоків D і блок, що дає найменше значення помилки $E(D,R)$, вибирається за умови, що значення a для даного блоку забезпечує збіжність процесу декодування (тобто $|a| < 1$).

Нехай P — ортогональний оператор, що проектує R^n в підпростір $\Im$ з базисом $B_1, B_2, ..., B_p$. Ранговий блок R має унікальне розкладання $R = OR + PR$, де оператор $O = I - P$ проектує свій операнд на ортодоповнення $\Im^\perp$. Для $Z = (z_1, ... z_n) \in R^n \setminus \Im$, визначимо оператор

$$\phi(Z) = \frac{OZ}{\|OZ\|}.$$

Для даних позначень базовий результат, отриманий Saupe в [1] виглядає наступним чином:

$$E(D,R) = \langle R, \phi(R) \rangle \sqrt{1 - \langle \phi(D), \phi(R) \rangle^2}.$$

Таким чином, задача про мінімізацію помилки $E(D,R)$ серед доменних блоків D може розглядатися з погляду кутового критерію: мінімум $E(D,R)$ досягається тоді, коли скалярний добуток векторів максимальний, тому що:

$$\langle \phi(D), \phi(R) \rangle^2 = \cos^2 \angle(\phi(D), \phi(R)).$$

А це означає необхідність мінімізації кута $\angle(\phi(D), \phi(R))$, або, еквівалентно, $\angle(OD, OR)$. Таким чином, задача фрактального кодування зображення зводиться до задачі пошуку найближчого сусіднього до даного рангового доменного вектора в лінійному просторі $R^n \setminus \Im$.

Стійкі розподіли визначаються як границі нормалізованих сум незалежних рівномірно розподілених випадкових змінних (нижче дано альтернативне визначення). Найбільш відомий приклад стійкого розподілу - це нормальний (гаусовий) розподіл. Проте, клас таких розподілів є значно ширшим. Розподіл μ над $\Re$ називається p-стійким, якщо існує $p \ge 0$ таке, що для будь-яких d, дійсних чисел $v_1, ..., v_d$ та змінних $X_1, ..., X_d$ з розподілом μ, випадкова змінна $\sum_i v_i X_i$ має такий же розподіл, як і змінна $\left(\sum_i |v_i|^p\right)^{1/p} X$ де X - випадкова змінна з розподілом μ.

Відомо, що стійкі розподіли існують для будь-якого $p \in (0,2]$. Зокрема, гаусовий (нормальний) розподіл μ_G, визначений як функція щільності вірогідності

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2},$$

є 2-стійким.

Зауважимо, що з практичної точки зору, не дивлячись на недолік закритих форм функцій розподілу щільності, відомо, що можна створити p-стійку випадкову змінну з двох незалежних випадкових змінних, рівномірно розподілених на інтервалі $[0,1]$.

Використовуючи p-стійкі розподіли, побудуємо сімейство хеш-функцій H, адаптоване до фрактального стиснення зображень. Інтуїтивно, сімейство хеш-функцій має бути просторово-чутливим, тобто якщо два вектори $R_m^\perp, D_k^\perp$ близькі один до одного (значення $\|R_m^\perp - D_k^\perp\|_p$ відносно невелике), то вони повинні з великою вірогідністю викликати колізію (мати одне і те ж значення хеш-функції) і, якщо вони розташовані далеко один від одного, то вірогідність колізії має бути мала. Нехай a - вектор розмірності d, елементи якого вибираються незалежно з p-стійкого розподілу. Скалярний добуток $\langle a, R_m^\perp \rangle$ проектує кожен вектор на множину дійсних чисел. З p-стійкості випливає, що для двох векторів $R_m^\perp, D_k^\perp$ відстань між їх проекціями $\left| \langle a, R_m^\perp \rangle - \langle a, D_k^\perp \rangle \right|$ розподілено як $\|R_m^\perp - D_k^\perp\|_p X$, де X - це випадкова змінна, що вибрана з p-стійкого розподілу. Якщо «розділити» множину дійсних чисел на підмножини рівного розміру r та визначити значення хеш-функції для вектора залежно від того, на яку підмножину він проектується, то інтуїтивно ясно, що така хеш-функція буде просторово чутлива в описаному вище сенсі.

Формально, кожна хеш-функція $h_{a,b}(v):\Re^d \to N$ відображує вектор v розмірності d (проекція рангового $R_m^{\perp}$ або доменного блоку $D_k^{\perp}$) на множину цілих чисел. Кожна хеш-функція в сімействі однозначно визначається вибором випадкового вектора a, визначеного вище, і дійсного числа b, вибраного випадковим чином з діапазону $[0,r]$. Для даних a,b визначимо хеш-функцію $h_{a,b}$ таким чином:

$$h_{a,b}(v) = \left\lceil \frac{\langle a,v\rangle + b}{r} \right\rceil \qquad (2)$$

Тепер обчислимо вірогідність колізії хеш-функції, вибраної випадково згідно описаним вище міркуванням, для двох векторів $R_m^{\perp}, D_k^{\perp}$. Нехай $f_p(t)$ позначає щільність вірогідності абсолютного значення p-стійкого розподілу. Для двох векторів $R_m^{\perp}, D_k^{\perp}$ Нехай $c = \left\| R_m^{\perp} - D_k^{\perp} \right\|_p$. Для випадково вибраного вектора a, елементи якого узяті з p-стійкого розподілу, $\left| \langle a, R_m^{\perp}\rangle - \langle a, D_k^{\perp}\rangle \right|$ розподілене як cX, де X – випадкова змінна, вибрана з p-стійкого розподілу. Оскільки b вибране випадково з діапазону $[0,r]$, легко побачити, що

$$p(c) = \Pr_{a,b}\left[h_{a,b}(R_m^{\perp}) = h_{a,b}(D_k^{\perp})\right] = \int_0^r \frac{1}{c} f_p\left(\frac{t}{c}\right)\left(1 - \frac{t}{r}\right)dt$$

Для фіксованого параметра r вірогідність колізії монотонно зменшується із зростанням з $c = \left\| R_m^{\perp} - D_k^{\perp} \right\|_p$. Згідно визначення, що було дане на початку параграфа, сімейство хеш-функцій $h_{a,b}(v)$ є (r_1, r_2, p_1, p_2)-чутливим для $p_1 = p(1)$ та $p_2 = p(c)$ при $r_2 / r_1 = c$.

Параметр r не був чітко визначений, оскільки він залежить від значень c та p. Для кожного даного c задача полягає у виборі такого кінцевого значення r, яке робить ρ якомога меншим.

Висновки. У даній роботі представлений ефективний алгоритм фрактального стиснення, що дозволяє значно збільшити часову ефективність кодування зображень. Експерименти показують, що запропонована схема має більш високі характеристики в порівнянні із традиційними схемами фрактального стиснення, і може успішно конкурувати із кращими сучасними алгоритмами в даній області.

Очевидно, даний метод може застосовуватися в комбінації із квадро-деревом й іншими схемами розбивки зображення, що відкриває шляхи подальшого збільшення продуктивності і якості відновленого зображення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Saupe. D. Accelerating fractal image compression by multi-dimensional nearest neighbor search / Proceedings DCC'95 Data Compression Conference. – IEEE Soc. Press, March 1995.
2. Datar M., Immorlica N., Indyk P., Mirrokni V. S. Locality-Sensitive Hashing Scheme Based on p -Stable Distributions / Symposium on Computational Geometry. – 2004.
3. Indyk P., Motwani R. Approximate nearest neighbor: towards removing the curse of dimensionality / Proceedings of the Symposium on Theory of Computing. – 1998.
4. Хіміченко І.В. Підхід до фрактального стиснення зображень з використанням просторово-чутливого хешування як метода підвищення часової ефективності при фрактальному стисненні / САИТ, XI международная научно-техническая конференция УНК ИПСА НТУУ «КПИ», 2009
5. Хіміченко І.В. Роль пошуку найближчого сусіднього елементу при фрактальному стисненні зображень / ИАИ, IX международная научная конференция, НТУУ «КПИ», 2009

И. В. Химиченко,
компания GeeksForLess,
г. Николаев, Украина

БЛИЖАЙШИЙ ДОМЕННЫЙ БЛОК КАК ОСНОВА ФРАКТАЛЬНОГО СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Предложена информационная технология сжатия изображений. Доменный блок является основой фрактального сжатия изображений при поиске соответствия распаковки изображений. Соседние блоки являются ключевыми для сжатия.

Ключевые слова: *информационная технология; переработка информации; сжатие и распаковка изображения.*

I. V. Khimichenko,
GeeksForLess company,
Mykolaiv, Ukraine

NEAREST DOMAIN BLOCK AS A ROOT OF FRACTAL IMAGE COMPRESSION

Using domain block for issuing of fractal image compression. Nearest blocks are taking crucial role in fractal image compression. Hash functions need to be used in case of compression process. The problem of finding the nearest neighbor element is that for a given set of domain blocks to build a structure data to range for this range R_m could quickly find the nearest to R_m domain block. Due to the properties of space-sensitive hash functions at the confluence of the hash values for the range and domain vectors there is a very high probability that these vectors are close to each other in a given metric space. For domain blocks found candidate performed the calculation error and select the most appropriate block. Thus, we avoid the need to solve the problem by least squares for each pair of domain-range blocks, we select a few candidates who are likely to give close to optimum solution. This is achieved by significantly increasing time efficiency of the algorithm. Search of domain-range matching is the most time consuming operation in fractal image coding. In the classical approach to all possible combinations of domain and range areas need to solve the problem of finding optimal coefficients by least squares and choose the best option. And, although this method gives the best solution, its temporal efficiency is unacceptable from a practical point of view. However, the problem of fractal image coding can be reduced to the problem of finding the nearest neighboring elements in the multidimensional space. In the article the approach to the construction of algorithms that implement the fractal compression by a combination of the two ideas.

Key words: *information technology; data processing; fractal image compression.*

Рецензенти: д. т. н., проф. ***М. Т. Фісун;***
д. т. н., проф. ***А. Н. Хомченко.***

Дата надходження статті до редколегії 08.11.16