

УДК 622.232.71

**Е.Н. Бойко** (канд. техн. наук, доц.),

ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

**ФОРМИРОВАНИЕ УСИЛИЙ НА ГРАНЯХ ОСТРОГО  
ОДИНОЧНОГО РЕЗЦА**

*В работе определены усилия, формирующиеся на гранях режущего инструмента при разрушении им угольного массива. Установлено, что формирующиеся на гранях резца с рабочей боковой гранью усилия являются многомерными случайными величинами, случайный характер которых обусловлен случайным характером тех же, что и для радиальных резцов параметрами и случайным характером длины скола массива боковой гранью резца. Частота усилия, формирующегося на боковой грани рассматриваемых резцов, является случайной величиной, плотность распределения вероятностей которой не противоречит закону Вейбулла.*

**Ключевые слова:** разрушение, пласт, режущий инструмент, боковая грань, усилия, случайный характер, случайная величина, плотность распределения.

***Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.***

Для радиальных резцов существующей конструкции (резцы типа ЗР4-80) характерным является наличие практически двух рабочих граней – передней (основной разрушающей грани) и задней (создающей в неразрушенной части массива пласта напряжения сжатия). Боковые грани резца из-за незначительного (порядка 3-4 град) уклона в сторону тыльной его части практически не участвуют в процессе разрушения пласта и не взаимодействуют с ним.

***Анализ исследований и публикаций.***

Разработка вопросов формирования усилий на гранях резца при разрушении угля и их аналитического описания относится к концу 50-х началу 60-х годов. Эти вопросы решались экспериментально-аналитическим путем. Экспериментально определяли работу (расход энергии) резца при разрушении массива, в качестве которого принимали, как правило, углещементный блок, изготовленный соответствующим образом, и объем разрушенного материала. Затем определяли удельную работу – работу резца по разрушению массива относили к объему разрушенного материала – и таким образом было установлено, что величина этой удельной работы численно равна отношению силы к площади разрушения, т.е.

$$W = Z / S, \quad (1)$$

где  $Z$  – сила на передней грани резца, а  $S$  – площадь разрушения массива.

Поэтому, разработанные на основании экспериментально-аналитического метода зависимости для определения силы на гранях одиночного резца при разрушении пласта отражают энергетическую картину процесса и являются их средними величинами. Они могут быть использованы при решении энергетических задач – таких как определение мощности, затрат энергии и т.п.

Но при рассмотрении вопроса формирования гранулометрического состава разрушаемого угля требуется знание действительных усилий на гранях резца и действительного характера разрушения пласта. Разрушение пласта в виде сколов было установлено в опытах, однако первые попытки аналитического описания «скольного» характера разрушения пласта в виде случайного процесса и установление закона распределения его вероятностей предприняты в работах [1, 2].

#### ***Постановка задачи.***

Задачей данной работы является исследование процесса формирования усилий на резце с рабочей боковой гранью и сравнение его с процессом формирования усилий на резце существующей конструкции.

Формирующиеся на гранях радиальных резцов существующей конструкции усилия при разрушении пласта являются многопараметрическими функциями, зависящими от:

- сопротивляемости угля резанию,
- толщины и ширины среза,
- схемы набора режущего инструмента,
- горнотехнических условий отработки пласта
- ряда других факторов, которые в той или иной форме учитываются при аналитическом описании и определении этих усилий и в случае, когда эти усилия определяются в энергетической постановке, т.е. когда определяются их средние или, точнее, усредненные значения по расходу энергии (мощности) на разрушение массива и объему разрушенного массива. Такой подход к определению усилий на гранях резца дает возможность решать ряд практически важных инженерных задач и широко используется на практике.

Выполненные в последние годы специальные тензометрические исследования формирования усилий на гранях резца, в том числе и

исследования автора настоящей работы, дали возможность аналитического описания их действительных (мгновенных) значений с учетом действительного характера разрушения пласта (сколами) и как многопараметрических, случайных величин, случайный характер которых обуславливается случайным характером параметров, влияющих на величину этих усилий, а именно: сопротивляемости угля резанию (нормальный закон или закон Гаусса), длины скола массива (закон Вейбулла), площади контакта резца по задней грани с разрушаемым пластом (закон равной вероятности), толщины среза (закон арктангенса от нормально распределенной величины) и др. факторов.

Установлено, что частота указанных усилий, формирующихся на гранях резца, является монотонно убывающей случайной функцией длины скола массива, плотность распределения вероятностей для которой имеет вид, близкий к закону Вейбулла.

### *Изложение материала и результаты.*

#### **1. Формирование усилий на остром резце существующей конструкции.**

Из осциллограмм мгновенных усилий, формирующихся на гранях резца при разрушении массива и их линейризованного представления, рис. 1, следует, что они могут быть представлены в виде треугольных импульсов со случайными параметрами. Случайный характер усилий обусловлен случайным характером сопротивляемости угля резанию (нормальный закон), длины скола массива (закон Вейбулла-

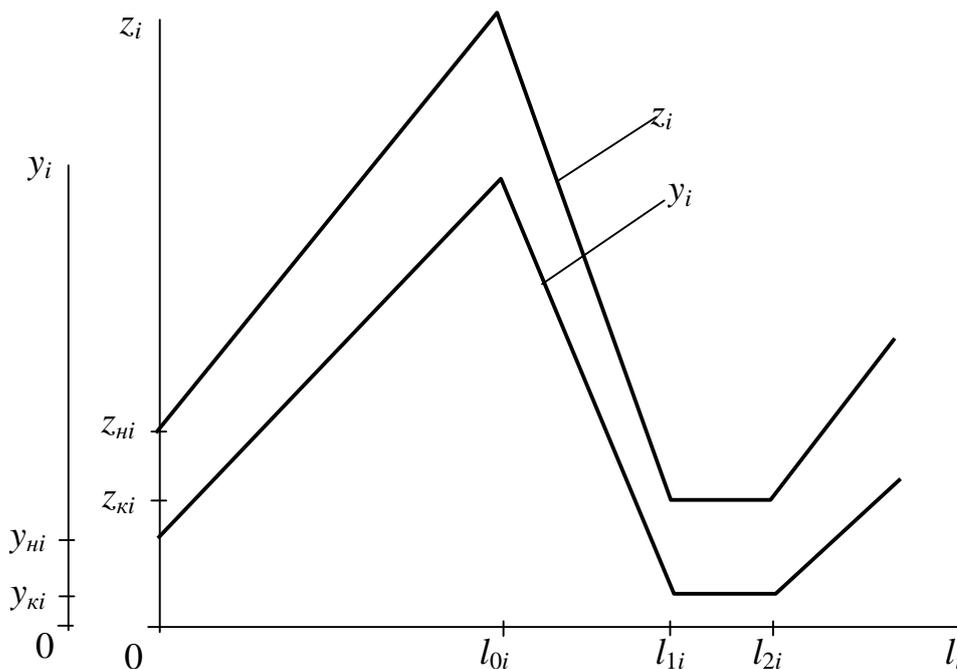


Рис.1 – Линейризованное представление сил на гранях резца

ла), контакта резца по задней грани с разрушаемым пластом (закон равной вероятности) и толщины среза (закон арктангенса от нормально распределенной величины).

При разрушении пласта резцами рабочего органа, когда в контакте с пластом находится в среднем 23-26 резцов, процесс разрушения может быть представлен в виде случайного процесса со свойствами «белого шума», т.е. случайного процесса, дисперсия которого в широком диапазоне частот не зависит от частоты – остается практически постоянной. При этом наличие в пласте твердых минеральных включений (сернистого колчедана, кварцита, пирита и др.) обуславливает формирование величины силы, значительно превосходящей установленный для нормального разрушения уровень, который назван «выбросом».

При таком подходе к определению сил, формирующихся на гранях одиночного резца, аналитические выражения для мгновенных их значений имеют вид [ 1, 2 ]:

- усилие на передней грани  $i$ -го резца

$$Z_i = \begin{cases} z_{ni} + k_z A_{pi} h_i t_i l_i, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ z_{ni} + k_z A_{pi} h_i t_i l_{oi} \left[ 1 - (l_i - l_{oi}) / (l_{1i} - l_{oi}) \right], & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ z_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}; \end{cases} \quad (2)$$

- усилие на задней грани  $i$ -го резца

$$Y_i = \begin{cases} y_{ni} + (k_y h_i l_i + k_\alpha \alpha_{yi}) A_{pi}, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ y_{ni} + \left[ k_y h_i l_{oi} \left( 1 - \frac{l_i - l_{oi}}{l_{1i} - l_{oi}} \right) + k_\alpha \alpha_{yi} \right] A_{pi}, & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ y_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $z_{ni}$ ,  $y_{ni}$  – начальное усилие соответственно на передней и задней грани  $i$ -го резца,  $k_z$ ,  $k_y$ ,  $k_\alpha$  – математическое ожидание коэффициентов, учитывающих изменения соответствующих сил при изменении толщины среза и действительного заднего угла резца,  $h_i$ ,  $t_i$  – соответственно толщина и ширина среза  $i$ -го резца,  $A_{pi}$  – сопротивляемость углю резанию в месте установки  $i$ -го резца,  $\alpha_{yi}$  – изменение действительного заднего угла  $i$ -го резца,  $l_i$  – длина скола массива  $i$ -м резцом,  $l_{oi}$ ,  $l_{1i}$ ,  $l_{2i}$  – граничные значения длины скола массива, при которых

меняется характер сил на гранях резца,  $z_{ki}, y_{ki}$  – конечные значения сил соответственно на передней и задней грани  $i$ -го резца.

Представим начальное и конечное значения усилий на гранях в виде [ 1, 2 ]

$$z_{ni} = fy_{ni} = z_{ki}; \quad y_{ni} = y_{ki} = k_s S_i A_{pi}, \quad (4)$$

где  $f$  – коэффициент сопротивления углю резанию,  $k_s$  – математическое ожидание величины, учитывающей объемность напряженного состояния разрушаемого массива пласта, площади контакта резца с массивом по задней грани  $S_i$  и др. факторы.

Распределение плотностей вероятностей длины скола массива по данным статистической обработки осциллограмм необходимой длительности, не противоречит закону Вейбулла (коэффициент согласия Пирсона – не менее 0,65).

Сопротивляемость углю резанию – величина случайная даже в пределах лавы, распределение плотностей вероятностей ее, согласно [ 1 ], не противоречит нормальному закону (закону Гаусса), аналитическое выражение которого имеет вид

$$f(A_{pi}) = 1/(\sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \exp[-0,5(A_{pi} - A_p)^2 / \sigma_{A_{pi}}^2], \quad (5)$$

где  $A_p, \sigma_{A_{pi}}$  – соответственно математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение сопротивляемости углю резанию.

Вследствие выколов массива, которые могут «заходить» в его глубину, а также неравномерности подачи резца на пласт контакт последнего с разрушаемым пластом имеет случайный характер, плотность распределения вероятностей для которого, согласно [ 1 ], не противоречит закону равной вероятности

$$h(S_i) = 1/S_p, \quad 0 \leq S_i \leq S_p, \quad (6)$$

где  $S_p$  – площадь затупления резца по задней грани.

Для дальнейшего анализа полученных выражений для мгновенных усилий, формирующихся на гранях  $i$ -го резца при разрушении пласта, удобно представить их в виде:

- усилие на передней грани

$$Z_i = \begin{cases} z_{ni} + z_{1i}, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ z_{ni} + z_{2i} + z_{3i}, & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ z_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}; \end{cases} \quad (7)$$

- усилие на задней грани

$$Y_i = \begin{cases} y_{ni} + y_{1i} + y_{2i}, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ y_{ni} + y_{3i} + y_{4i} + y_{5i}, & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ y_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь  $z_{1i} = k_z A_{pi} h_i t_i l_i$ ,  $z_{2i} = k_z A_{pi} h_i t_i l_{oi}$ ,  $z_{3i} = k_z A_{pi} h_i t_i l_{oi} (l_i - l_{oi}) / (l_{1i} - l_{oi})$ ,  $y_{1i} = k_y A_{pi} h_i t_i$ ,  $y_{2i} = k_\alpha \alpha_{yi} A_{pi}$ ,  $y_{3i} = k_y h_i l_{oi} A_{pi}$ ,  $y_{4i} = k_y h_i l_{oi} (l_i - l_{oi}) / (l_{1i} - l_{oi}) A_{pi}$ ,  $y_{5i} = y_{2i}$ .

Из приведенных выражений следует, что формирующиеся на гранях резца силы, представляют собой суммы произведений многомерных случайных величин, которые исходя из физической картины процесса разрушения пласта в первом приближении представим независимыми. Тогда совместная плотность распределения вероятностей, например, сопротивляемости углю резанию и площади контакта резца по задней грани с разрушаемым пластом примет вид

$$\hat{\lambda}(A_{pi}, S_i) = 1 / (S_p \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \exp \left[ -0,5 (A_{pi} - A_p)^2 / \sigma_{A_{pi}}^2 \right], \quad (9)$$

т.е. равна произведению плотностей распределения вероятностей составляющих.

Плотность распределения вероятностей начальных и конечных значений усилий имеет вид

$$\varphi(z_{ni}) = 1 / (k_s S_p \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \int_{\xi}^{\infty} \xi^{-1} e^{-\frac{(\xi - A_p)^2}{2\sigma_{A_{pi}}^2}} d\xi, \quad (10)$$

$$\gamma(y_{ni}) = 1 / (k_s S_p \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \int_{\zeta}^{\infty} \zeta^{-1} e^{-\frac{(\zeta - A_{pi})^2}{2\sigma_{A_{pi}}^2}} d\zeta,$$

где  $\xi = f y_{ni} / (k_s S_p)$ ,  $\zeta = y_{ni} / (k_s S_p)$ .

В связи с тем, что аналитические выражения для плотностей распределения вероятностей других слагаемых усилий довольно громоздки, приведем зависимости только для их основных статистик – математического ожидания  $M$  и дисперсии  $D$ .

$$M z_{ni} = 0,5 f k_s S_p A_{pi}, \quad D z_{ni} = 1/3 (f k_s S_p A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4),$$

$$M y_{ni} = 0,5 k_s S_p A_{pi}, \quad D y_{ni} = 1/3 (k_s S_p A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4),$$

$$M z_{1i} = k_1 [c + a/b \Gamma(1/b)] A_{pi},$$

$$Dz_{1i} = k_1^2 \{ \sigma_{A_{pi}}^2 [c^2 + 2a/b \langle c\Gamma(1/b) + a\Gamma(2/b) \rangle] + A_{pi}^2 [a^2/b \langle 2\Gamma(2/b) - 1/b\Gamma^2(1/b) \rangle] \},$$

$$Mz_{2i} = k_2 A_{pi}, \quad Dz_{2i} = k_2^2 \sigma_{A_{pi}}^2,$$

$$Mz_{3i} = k_3 A_{pi} [c_1 + a/b\Gamma(1/b)],$$

$$Dz_{3i} = k_3^2 \{ \sigma_{A_{pi}}^2 [c_1^2 + 2a/b \langle c_1\Gamma(1/b) + a\Gamma(2/b) \rangle] + A_{pi}^2 [a^2/b \langle 2\Gamma(2/b) - 1/b\Gamma^2(1/b) \rangle] \},$$

$$Mz_{ki} = 0,5 fk_s S_p A_{pi}, \quad Dz_{ki} = 1/3 (fk_s S_p A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4).$$

Здесь  $v_{A_{pi}}$  – коэффициент вариации сопротивления углю резанию  $i$ -го резца,

$$k_1 = k_z h_i t_i, \quad k_2 = k_z h_i t_i l_{oi}, \quad c_1 = c - l_{oi}, \quad k_3 = k_z h_i t_i l_{oi} / (l_{1i} - l_{oi}),$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt - \text{гамма-функция.}$$

Математическое ожидание и дисперсия усилия на передней грани резца:

- на интервале  $0 \leq l_i \leq l_{oi}$

$$Mz_i = [0,5 fk_s S_p + k_1 \langle c + a/b\Gamma(1/b) \rangle] A_{pi},$$

$$Dz_i = \{ 1/3 (fk_s S_p)^2 + k_1^2 [c^2 + 2a/b \langle c\Gamma(1/b) + a\Gamma(2/b) \rangle] + fk_1 k_s S_p \langle c + a/b\Gamma(1/b) \rangle \} + A_{pi}^2 \{ 1/12 (fk_s S_p)^2 + k_1^2 [a^2/b \langle 2\Gamma(2/b) - 1/b\Gamma(1/b) \rangle] \};$$

- на интервале  $l_{oi} < l_i \leq l_{1i}$

$$Mz_i = [0,5 fk_s S_p + k_2 + k_3 \langle c + a/b\Gamma(1/b) \rangle] A_{pi},$$

$$Dz_i = \{ (1/3 fk_s S_p + k_2) fk_s S_p + k_2^2 + k_3 \langle c_1 + a/b\Gamma(1/b) \rangle (2k_2 + fk_s S_p) + k_3^2 [c_1^2 + 2a/b \langle c_1\Gamma(1/b) + a\Gamma(2/b) \rangle] \} \sigma_{A_{pi}}^2 + \{ 1/12 (fk_s S_p)^2 + k_3 [a^2/b \langle 2\Gamma(2/b) - 1/b\Gamma^2(1/b) \rangle] \} A_{pi}^2;$$

- на интервале  $l_{1i} < l_i \leq l_{2i}$

$$Mz_i = 0,5fk_s S_p A_{pi}, \quad Dz_i = 1/3(fk_s S_p A_{pi})^2 (v_{Api}^2 + 1/4).$$

Зависимости для математического ожидания и дисперсии силы, формирующейся на задней грани резца при разрушении пласта, аналогичны зависимостям для силы на передней грани резца.

Представляя полное усилие на передней грани резца в виде

$$Z_{ni} = Z_i + fY_i, \quad (11)$$

будем иметь

$$MZ_{ni} = MZ_i + fMY_i, \quad DZ_{ni} = DZ_i + f^2DY_i + 2K(Y_i, Z_i), \quad (12)$$

где  $K(Y_i, Z_i)$  - корреляционный момент между указанными силами, аналитические выражения для которого имеют вид:

- на интервале  $0 \leq l_i \leq l_{oi}$

$$K(Y_i, Z_i) =$$

$$= Dz_{ni} + f\{k_4/k_1 Dz_{1i} + \sigma_{Api}^2 [Mz_{ni}^* M(y_{1i}^* + y_{2i}^*) + Mz_{1i}^* M(y_{1i}^* + y_{2i}^*)]\},$$

- на интервале  $l_{oi} < l_i \leq l_{1i}$

$$K(Y_i, Z_i) = Dz_{ni} + f\{k_7/k_3 Dz_{3i} + k_6/k_2 Dz_{2i} + \sigma_{Api}^2 [Mz_{ni}^* M(y_{3i}^* + y_{4i}^* + y_{5i}^*) + Mz_{2i}^* M(y_{ni}^* + y_{4i}^* + y_{5i}^*) + Mz_{3i}^* M(y_{ni}^* + y_{3i}^* + y_{5i}^*)]\}.$$

- на интервале  $l_{1i} < l_i \leq l_{2i}$

$$K(Y_i, Z_i) = Dz_{ki} + f\{k_7/k_3 Dz_{3i} + k_6/k_2 Dz_{2i} + \sigma_{Api}^2 [Mz_{kni}^* M(y_{3i}^* + y_{4i}^* + y_{5i}^*) + Mz_{2i}^* M(y_{ki}^* + y_{4i}^* + y_{5i}^*) + Mz_{3i}^* M(y_{ki}^* + y_{3i}^* + y_{5i}^*)]\}.$$

Здесь

$$k_4 = k_y h_i, \quad k_5 = k_\alpha \alpha_{yi}, \quad k_6 = k_y h_i l_{oi}, \quad k_7 = -k_y h_i l_{oi} / (l_{1i} - l_{oi}),$$

$$z_{ni}^* = fk_s S_i, \quad z_{1i}^* = k_1 l_i, \quad z_{2i}^* = k_2, \quad z_{3i}^* = k_3 (l_i - l_{oi}),$$

$$y_{ni}^* = k_s S_i, \quad y_{1i}^* = k_4 l_i, \quad y_{2i}^* = k_5 \alpha_{yi}, \quad y_{3i}^* = k_6, \quad y_{4i}^* = k_7 (l_i - l_{oi}), \quad y_{5i}^* = y_{2i}^*.$$

Частота усилий на гранях резца

$$\omega_{Zi} = \omega_{Yi} = 2\pi V_p l_{2i}^{-1}, \quad (13)$$

где  $V_p$  – скорость резания  $i$ -го резца.

Откуда следует, что частота усилий на гранях резца – монотонно убывающая функция длины скола массива. С учетом закона распределения вероятностей длины скола (закон Вейбулла) и [ 4 ] плотность распределения вероятностей частоты усилий на гранях  $i$ -го резца

$$\gamma(\omega_{Zi}) = \frac{2\pi V_{pi} b}{a\omega_{Zi}^2} \left( \frac{2\pi V_{pi} - c\omega_{Zi}}{a\omega_{Zi}} \right)^{b-1} \exp \left[ - \left( \frac{2\pi V_{pi} - c\omega_{Zi}}{a\omega_{Zi}} \right)^b \right]. \quad (14)$$

## 2. Формирование усилий на остром резце с рабочей боковой гранью.

Резцы с рабочей боковой гранью отличаются от резцов существующей конструкции тем, что одна из двух боковых граней (правая или левая в зависимости от направления навивки лопастей) является рабочей. При этом рабочая боковая грань резца всегда должна быть расположена со стороны вновь образованной свободной поверхности разрушаемого пласта предыдущим резцом. Характер взаимодействия этой грани резца несколько отличается от характера взаимодействия его передней и задней граней.

Передняя грань резца с рабочей боковой гранью, как и резца существующей конструкции, соприкасается с разрушаемым пластом, точнее, с образовавшимся уступом пласта, толщина которого определяется толщиной среза (стружки), величина которой непостоянна, как функция угла поворота рабочего органа, и изменяется по зависимости, близкой к синусоиде. Этой гранью резец, действуя на образующейся уступ, создает в этой зоне напряжение сжатия. При достижении напряжением сжатия величины, равной или больше допустимого для данного угля, происходит его разрушение, а поскольку массив пласта находится в естественном напряженном состоянии под действием вмещающих пород, происходит саморазрушение оставшейся части пласта между соседними резцами, т.е. межщелевого целика.

Задняя грань резца с рабочей боковой гранью также практически не производит разрушения пласта. Этой гранью резец соприкасается с остающейся не разрушенной частью пласта, вдавливается в него и скользит по пласту. Величина площади контакта резца по задней грани с пластом зависит как от величины затупления, конструктивного заднего угла, так и от места его положения на дуге резания и соотношения между скоростями резания и подачи комбайна, или, что тоже, подачи резца на пласт (забой). Этой гранью резец создает в ос-

тающемся не разрушенном пласте напряжение сжатия, а сила, формирующаяся на этой грани, обуславливается величиной напряжения сжатия массива и площади контакта ее с не разрушенной частью пласта. В случае, когда при разрушении уступа пласта передней гранью резца или по каким-то другим причинам, например, выбиванием твердого включения из массива происходят «выколы», заходящие и в остающуюся не разрушаемую часть пласта, контакт резца по задней грани с пластом может быть потерян. В этом случае сила на задней грани резца будет уменьшаться до нуля.

Таким образом, взаимодействие резца с рабочей боковой гранью с разрушаемым пластом по двум его рабочим граням – передней и задней – аналогично взаимодействию этих граней резца существующей конструкции и создает в нем напряжения сжатия. Разрушение пласта производится передней гранью резца за счет создания в разрушаемой части пласта – уступе – напряжения сжатия и доведения его до предельного значения.

Одна из боковых граней (левая или правая) в резцах с рабочей боковой гранью является рабочей. С этой целью эта грань наклонена под углом  $\alpha$ , а высота ее может быть равна высоте передней грани. При взаимодействии резца с пластом его рабочая боковая грань взаимодействует с углом межщелевого целика, ширина которого должна выбираться такой, чтобы он весь не само разрушался под действием естественного напряженного состояния массива пласта. Это может быть достигнуто при такой величине ширины среза, когда разрушение пласта будет происходить в режиме, близком к полублокированному резу, по крайней мере, с противоположной стороны рабочей боковой грани, т.е. со стороны нерабочей боковой грани резца. В этом случае резец по боковой рабочей грани взаимодействует с массивом остающегося не разрушенного межщелевого целика, создавая в нем напряжение сдвига.

Правильность или, по крайней мере, не противоречие изложенной картины взаимодействия рабочих граней резца с рабочей боковой гранью с разрушаемым пластом подтверждается результатами специальных тензометрических исследований процесса разрушения массива и формирования усилий на его гранях.

Мгновенные значения усилий, формирующиеся на рабочих гранях резца, имеют явно выраженный динамический характер с довольно крутыми фронтами как нарастания, так и спада, что является

свидетельством «скольного» характера разрушения пласта по всем рабочим граням.

Распределение вероятностей длины скола массива рабочей боковой гранью резца, полученное по данным обработки результатов экспериментальных тензометрических исследований достаточного объема, не противоречит закону Вейбулла (критерий согласия Пирсона 0,57). И для этой грани резца аналитическое выражения для плотности распределения вероятностей имеет вид

$$\varpi(l_{ci}) = b_c / a_c [(l_{ci} - c_c) / a_c]^{b_c - 1} \exp\{-[(l_{ci} - c_c) / a_c]^{b_c}\}, \quad (15)$$

где  $l_{ci}$  – длина скола массива рабочей боковой гранью  $i$ -го резца

Представим действительные значения усилий, формирующихся на гранях  $i$ -го резца с рабочей боковой гранью, в виде кусочно-линейных зависимостей, рис. 2, аналогично представлению усилий на гранях  $i$ -го резца существующей конструкции

- на передней грани резца

$$Z_{\delta i} = \begin{cases} z_{ni} k_z A_{pi} h_i t_i l_i, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ z_{ni} + k_z A_{pi} h_i t_i l_{oi} [1 - (l_i - l_{oi}) / (l_{1i} - l_{oi})], & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ z_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}; \end{cases} \quad (16)$$

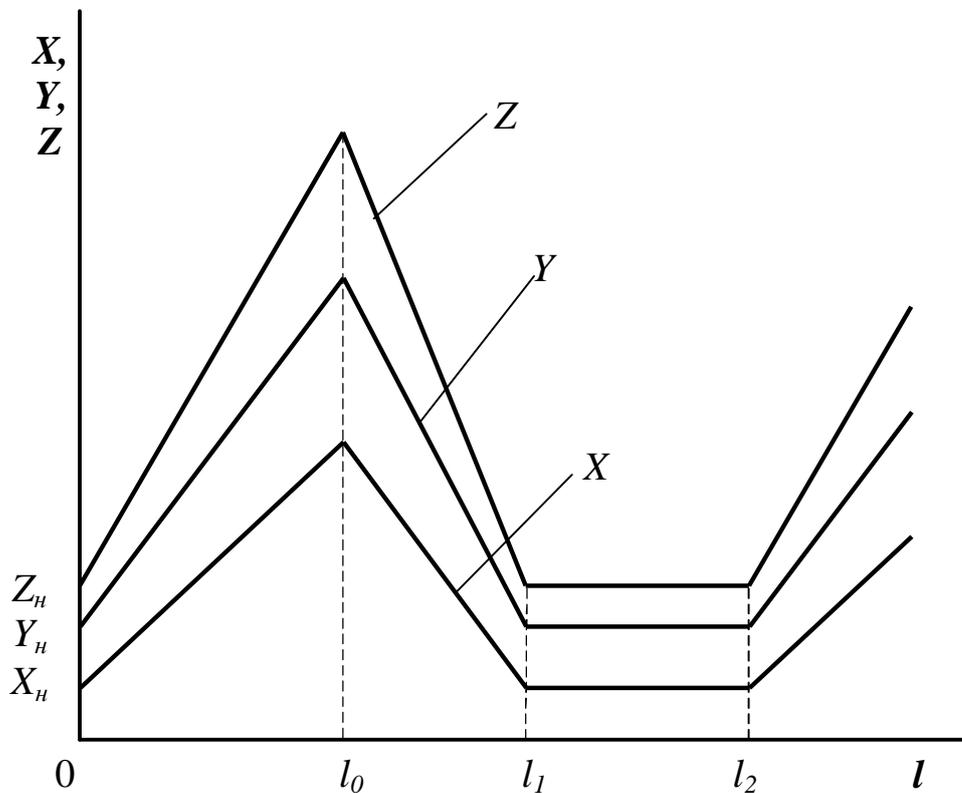


Рис. 2 – Линеаризованное представление сил на гранях резца с рабочей боковой гранью

- на задней грани резца

$$Y_{\bar{6}i} = \begin{cases} y_{ni} + (k_y h_i l_i + k_\alpha \alpha_{yi}) A_{pi}, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ y_{ni} + \left[ k_y h_i l_{oi} \left( 1 - \frac{l_i - l_{oi}}{l_i - l_{oi}} \right) + k_\alpha \alpha_{yi} \right] A_{pi}, & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ y_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}. \end{cases} \quad (17)$$

- на рабочей боковой грани резца

$$X_{\bar{6}i} = \begin{cases} x_{ni} k_x A_{pi} h_i t_i l_{ci}, & 0 \leq l_{ci} \leq l_{oci}, \\ x_{ni} + k_x A_{pi} h_i t_i l_{coi} \left[ 1 - (l_{ci} - l_{oci}) / (l_{1ci} - l_{oci}) \right], & l_{oci} < l_{ci} \leq l_{1ci}, \\ x_{ki}, & l_{1ci} < l_{ci} \leq l_{2ci}; \end{cases} \quad (18)$$

где все величины имеют тот же, что и в (12), (13) физический смысл.

Для дальнейшего анализа представим силы на гранях резца в виде

- на передней грани резца

$$Z_{\bar{6}i} = \begin{cases} z_{ni} + z_{1i}, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ z_{ni} + z_{2i} + z_{3i}, & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ z_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}; \end{cases} \quad (19)$$

- на задней грани резца

$$Y_{\bar{6}i} = \begin{cases} y_{ni} + y_{1i} + y_{2i}, & 0 \leq l_i \leq l_{oi}, \\ y_{ni} + y_{3i} + y_{4i} + y_{5i}, & l_{oi} < l_i \leq l_{1i}, \\ y_{ki}, & l_{1i} < l_i \leq l_{2i}. \end{cases} \quad (20)$$

- на рабочей боковой грани резца

$$X_{\bar{6}i} = \begin{cases} x_{ni} + x_{1i}, & 0 \leq l_{ci} \leq l_{oci}, \\ x_{ni} + x_{2i} + x_{3i}, & l_{oci} < l_{ci} \leq l_{1ci}, \\ x_{ki}, & l_{1ci} < l_{ci} \leq l_{2ci}; \end{cases} \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned} z_{ni} &= f y_{ni} = z_{ki}, & y_{ni} &= k_s S_i A_{pi} = y_{ki}, & x_{ni} &= k_x S_{\delta i} A_{pi} = x_{ki}, \\ z_{1i} &= k_z A_{pi} h_i t_i l_i, & z_{2i} &= k_z A_{pi} h_i t_i l_{oi}, & z_{3i} &= k_z A_{pi} h_i t_i l_{oi} (l_i - l_{oi}) / (l_{1i} - l_{oi}), \\ y_{1i} &= k_y A_{pi} h_i t_i, & y_{2i} &= k_\alpha \alpha_{yi} A_{pi}, & y_{3i} &= k_y h_i l_{oi} A_{pi}, & y_{4i} &= k_y h_i l_{oi} (l_i - l_{oi}) / (l_{1i} - l_{oi}) A_{pi}, \\ y_{5i} &= y_{2i}, & x_{1i} &= k_x A_{pi} h_i t_i l_{ci}, & x_{2i} &= k_x A_{pi} h_i t_i l_{oci}, \\ x_{3i} &= k_x A_{pi} h_i t_i l_{oci} (l_{ci} - l_{oci}) / (l_{1ci} - l_{oci}). \end{aligned}$$

Из приведенных выражений следует, что формирующиеся на гранях резца с рабочей боковой гранью усилия при разрушении пласта аналогичны по структуре усилиям, формирующимся на гранях радиального резца существующей конструкции, и представляют собой суммы произведений многомерных, случайных величин. Поэтому и для усилий рассматриваемых резцов с рабочей боковой гранью имеют место полученные и приведенные выше соотношения как по основным статистикам, так и другим параметрам. Так, например, совместная плотность распределения сопротивляемости углю резанию и длины скола боковой гранью имеет вид

$$\lambda_{\delta}(A_{pi}, S_{\delta i}) = 1 / (S_{\delta} \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \exp \left[ -0,5 (A_{pi} - A_p)^2 / \sigma_{A_{pi}}^2 \right], \quad (22)$$

а совместная плотность распределения начальных и конечных значений усилий на гранях  $i$ -го резца

$$\begin{aligned} \varphi(z_{ni}) &= 1 / (k_s S_p \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \int_{\xi}^{\infty} \xi^{-1} e^{-\frac{(\xi - A_p)^2}{2\sigma_{A_{pi}}^2}} d\xi, \\ \gamma(y_{ni}) &= 1 / (k_s S_p \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \int_{\zeta}^{\infty} \zeta^{-1} e^{-\frac{(\zeta - A_{pi})^2}{2\sigma_{A_{pi}}^2}} d\zeta, \\ \vartheta(x_{ni}) &= 1 / (k_x S_{\delta} \sigma_{A_{pi}} \sqrt{2\pi}) \int_{\xi}^{\infty} \xi^{-1} e^{-\frac{(\xi - A_p)^2}{2\sigma_{A_{pi}}^2}} d\xi. \end{aligned} \quad (23)$$

В связи с тем, что аналитические выражения для плотностей распределения вероятностей других слагаемых усилий для рассматриваемых резцов более громоздки, чем в случае для резцов существ-

вующей конструкции, приведем зависимости только для их основных статистик – математического ожидания  $M$  и дисперсии  $D$ .

$$Mz_{hi} = 0,5fk_s S_p A_{pi}, \quad Dz_{hi} = 1/3(fk_s S_p A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4),$$

$$My_{hi} = 0,5k_s S_p A_{pi}, \quad Dy_{hi} = 1/3(k_s S_p A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4),$$

$$Mz_{1i} = k_1 [c + a/b\Gamma(1/b)] A_{pi}, \quad Dz_{1i} = k_1^2 \{ \sigma_{A_{pi}}^2 [c^2 + 2a/b \langle c\Gamma(1/b) + a\Gamma(2/b) \rangle] + A_{pi}^2 [a^2/b \langle 2\Gamma(2/b) - 1/b\Gamma^2(1/b) \rangle] \},$$

$$Mz_{2i} = k_2 A_{pi}, \quad Dz_{2i} = k_2^2 \sigma_{A_{pi}}^2, \quad Mz_{3i} = k_3 A_{pi} [c_1 + a/b\Gamma(1/b)],$$

$$Dz_{3i} = k_3^2 \{ \sigma_{A_{pi}}^2 [c_1^2 + 2a/b \langle c_1\Gamma(1/b) + a\Gamma(2/b) \rangle] + A_{pi}^2 [a^2/b \langle 2\Gamma(2/b) - 1/b\Gamma^2(1/b) \rangle] \},$$

$$Mz_{ki} = 0,5fk_s S_p A_{pi}, \quad Dz_{ki} = 1/3(fk_s S_p A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4).$$

$$Mx_{hi} = 0,5fk_s S_{\bar{o}} A_{pi}, \quad Dx_{hi} = 1/3(fk_s S_{\bar{o}} A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4),$$

$$Mx_{1i} = k_1 [c_c + a_c/b_c\Gamma(1/b_c)] A_{pi}, \quad Dx_{1i} = k_1^2 \{ \sigma_{A_{pi}}^2 [c_c^2 + 2a_c/b_c \times \langle c_c\Gamma(1/b_c) + a_c\Gamma(2/b_c) \rangle] + A_{pi}^2 [a_c^2/b_c \langle 2\Gamma(2/b_c) - 1/b_c\Gamma^2(1/b_c) \rangle] \},$$

$$Mx_{2i} = k_2 A_{pi}, \quad Dx_{2i} = k_2^2 \sigma_{A_{pi}}^2, \quad Mx_{3i} = k_3 A_{pi} [c_{c1} + a_c/b_c\Gamma(1/b_c)],$$

$$Dx_{3i} = k_3^2 \{ \sigma_{A_{pi}}^2 [c_{c1}^2 + 2a_c/b_c \langle c_{c1}\Gamma(1/b_c) + a_c\Gamma(2/b_c) \rangle] + A_{pi}^2 [a_c^2/b_c \langle 2\Gamma(2/b_c) - 1/b_c\Gamma^2(1/b_c) \rangle] \},$$

$$Mx_{ki} = 0,5fk_x S_{\bar{o}} A_{pi}, \quad Dx_{ki} = 1/3(fk_x S_{\bar{o}} A_{pi})^2 (v_{A_{pi}}^2 + 1/4).$$

Совместные плотности распределения вероятностей усилий, формирующихся на гранях резца и имеющих взаимное влияние, определяются свертками их плотностей распределения вероятностей:

$$\begin{aligned} \mu(Z_{\bar{o}i}, Y_{\bar{o}i}) &= f_z(Z_{\bar{o}i}) \otimes f_y(Y_{\bar{o}i}), \\ \rho(Z_{\bar{o}i}, X_{\bar{o}i}) &= f_z(Z_{\bar{o}i}) \otimes f_x(X_{\bar{o}i}), \\ \phi(Y_{\bar{o}i}, X_{\bar{o}i}) &= f_y(Y_{\bar{o}i}) \otimes f_x(X_{\bar{o}i}) \\ \chi(Z_{\bar{o}i}, Y_{\bar{o}i}, X_{\bar{o}i}) &= f_z(Z_{\bar{o}i}) \otimes f_y(Y_{\bar{o}i}) \otimes f_x(X_{\bar{o}i}). \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь знак  $\otimes$  обозначает свертку плотностей распределения вероятностей соответствующих усилий.

Представляя и для рассматриваемых резцов полное усилие в виде [ 2 ], получим

$$Z_{\bar{o}ni} = Z_{\bar{o}i} + f(Y_{\bar{o}i} + X_{\bar{o}i} \cos \beta). \quad (25)$$

Основные статистики – математическое ожидание  $M$  и дисперсия  $D$  – полного усилия на резце с рабочей боковой гранью будут

$$MZ_{\bar{o}ni} = MZ_{\bar{o}i} + f(MY_{\bar{o}i} + MX_{\bar{o}i} \cos \beta), \quad (26)$$

$$DZ_{\bar{o}ni} = DZ_{\bar{o}i} + f^2(DY_{\bar{o}i} + DX_{\bar{o}i} \cos^2 \beta) + 2K(Z_{\bar{o}i}, Y_{\bar{o}i}, X_{\bar{o}i}),$$

где  $K(Z_{\bar{o}i}, Y_{\bar{o}i}, X_{\bar{o}i})$  – корреляционный момент указанных усилий.

Суммарный вектор сил, формирующихся на гранях резца, в общем случае может быть представлен в виде

$$P_{\bar{o}i} = \sqrt{Z_{\bar{o}ni}^2 + Y_{\bar{o}i}^2 + X_{\bar{o}i}^2 \cos^2 \beta}. \quad (27)$$

Частота усилия, формирующегося на рабочей боковой грани резца,

$$\omega_{Z_{\bar{o}i}} = 2\pi V_p l_{2ci}^{-1}, \quad (28)$$

Откуда следует, что частота силы, формирующейся на рабочей боковой грани резца, – монотонно убывающая функция длины скола массива, плотность распределения вероятностей для которой будет выражение

$$\gamma_{\bar{o}}(\omega_{Z_{\bar{o}i}}) = \frac{2\pi V_{pi} b_c}{a_c \omega_{Z_{\bar{o}i}}^2} \left( \frac{2\pi V_{pi} - c_c \omega_{Z_{\bar{o}i}}}{a_c \omega_{Z_{\bar{o}i}}} \right)^{b_c - 1} \exp \left[ - \left( \frac{2\pi V_{pi} - c_c \omega_{Z_{\bar{o}i}}}{a_c \omega_{Z_{\bar{o}i}}} \right)^{b_c} \right] \quad (29)$$

представляющее собой закон Вейбулла.

### **Выводы и направления дальнейших исследований.**

Таким образом, на основании выполненных исследований получено, что формирующиеся на гранях резца с рабочей боковой гранью усилия являются многомерными случайными величинами, случайных характер которых обусловлен случайным характером тех же, что и для радиальных резцов параметрами и, кроме того, случайным характером длины скола массива боковой гранью резца (закон Вейбулла). Частота усилия, формирующегося на боковой грани рассматриваемых резцов, является случайной величиной, плотность распределения вероятностей которой не противоречит закону Вейбулла.

## Список литературы

1. Бойко Н.Г. Погрузка угля очистными комбайнами: монография / Н.Г.Бойко. – Донецк: РВА ДонНТУ, 2002. – 157 с.
2. Моделирование разрушения углей режущими инструментами / отв. ред. Ю.Д. Красников. – М.: Наука, 1981. – 181 с.
3. Статистические и аналитические материалы Минуглепрома Украины [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.mvp.gov.ua/mvp/control/uk/hublish/category?catid=52294>.
4. Антипов И.В. Геомеханические и технологические основы создания нового уровня крепей очистных забоев тонких пологих пластов: дисс. ...д-ра техн. наук / И.В. Антипов; ДонНТУ. – Донецк, 1995. – 199 с.

Стаття надійшла до редакції 19.04.2013

**Є.М. Бойко. ДВНЗ «Донецький національний технічний університет»**

**Формування зусиль на гранях гострого одиночного різця**

*У роботі визначені зусилля, що виникають на гранях ріжучого інструменту при руйнуванні їм вугільного масиву. Встановлено, що виникаючи на гранях різця з робочою бічною гранню зусилля є багатомірними випадковими обсягами, випадковий характер котрих обґрунтований випадковим характером тих же, що і для радіальних різців параметрами та випадковим характером довжини сколу масива бічною гранню різця. Частота зусилля, що виникає на бічній грані розглянутих різців, є випадковим обсягом, густина розподілу ймовірностей котрої не суперечить закону Вейбулла.*

**Ключові слова:** руйнування, пласт, ріжучий інструмент, бічна грань, зусилля, ймовірний характер, ймовірна величина, щільність розподілу.

***E. Boyko. Donetsk National Technical University***

**Efforts Formation on the Sides of a Sharp Single Cutter**

*The paper considers the efforts formed on the sides of the cutting tool in the process of coal mass destruction. We found out that the efforts formed on the cutter sides are multidimensional random variables, the random character of which is caused by the randomness of the same parameters as for radial cutters and the randomness of the length of the coal mass chipping by the lateral side of the cutter. Frequency of the effort formed on the lateral side of the cutter is a random variable the probability density function of which does not contradict Weibull's law.*

**Keywords:** destruction, layer, cutting tool, lateral side, efforts, randomness, random variable, density of distribution.