Итерационный алгоритм распределения конструктивных элементов при задании электрической схемы в виде гиперграфа

Саломатин В.А., Струнилин В.Н.
Донецкий национальный технический университет
vstrun@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Salomatin V., Strunilin V. Iteration algorithm of distributing of structural elements at the task of electrical circuit as hypergraph. *A heuristic iteration layout algorithm at the task of electrical circuit as hypergraph is offered. In a difference from the known methods procedure allowing it is considerably to simplify finding of a next pair of elements for an exchange in different units is developed. The offered algorithm abbreviates time of decision of task of arrangement.*

Введение

Известно [1,2], что при разработке конструкции радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) проектировщик решает важную задачу распределения (компоновки) элементов низшего конструктивного уровня в высший (например БИС, ИС на печатной плате, плат в блоке и т.д.) в соответствии с выбранными критериями и ограничениями.

При решении этой задачи основным критерием является минимизация межмодульных связей, что необходимо для повышения надежности схем за счет уменьшения числа разъемных соединений, уменьшения влияния электрических наводок, времени задержки сигнала в электрических цепях и т.д.

Постановка задачи

Электрическая схема задается в виде гиперграфа G = (E, V, U), где E – множество элементов схемы, V – множество электрических цепей, U – множество дуг, соединяющих элементы схемы и электрические цепи, причем $\forall u_{ij} \in U\ [\,U = (e_i, v_j)$.

Задача компоновки интерпретируется как задача «разрезания» гиперграфа G на куски $G_1 = (E_1, V_1, U_1)$, …, $G_k = (E_k, V_k, U_k)$ таким образом, чтобы число ребер (цепей), соединяющих узлы (куски) было минимальным, т.е. необходимо найти

$$\min \sum_{i=1}^{k} \sum_{i=1}^{k-1} \left|V_{ij}\right|, \quad i \neq j$$

Конструктивные ограничения в задачах компоновки следующие: кусков разрезания k; число вершин в каждом куске n_i (определяется числом конструктивных элементов, которые необходимо разместить на коммутационной плате, подложке БИС и т.д.); число внешних связей (цепей) каждого куска G_i определяется как $\left|\tilde{A}E_i \cap \tilde{A}E \setminus E_i\right| \le m_i$, где E_i – число вершин (элементов узла) каждого куска, $ГE_i$ – число инцидентных цепей.

Итерационный алгоритм компоновки

Сущность итерационных алгоритмов заключается в выборе некоторого начального «разрезания» исходного гиперграфа схемы на куски с последующей минимизацией числа цепей между кусками с помощью парного обмена вершин различных кусков. При этом для каждой итерации осуществляется перестановка тех вершин, которые обеспечивают максимальное уменьшение числа связей (цепей) между парой кусков.

В работах [3, 4] сформулированы условия нахождения приращения числа внешних связей (цепей) ΔS_{ij} при перестановке вершин $e_i \in G_n$ и $e_j \in G_m$.

Для цепи v_k инцидентной вершине e_i возможны следующие случаи:

1. Цепь v_k будет удалена из разреза при перестановке пары элементов e_i, e_j, если E_k ($E_k = Гv_k$) не содержит e_j и ни одной из вершин из множества $E_n \setminus e_i$, т.е.

$$(E_k \setminus e_i) \cap (E_n \cup e_j) = \varnothing \qquad (1).$$

Очевидность случая 1 показана на рис.1.

2. Цепь v_k появится в разрезе при перестановке пары элементов e_i, e_j, если E_k не содержит ни одной из вершин множества E_m, т.е.

$$E_k \cap E_m = \varnothing \qquad (2).$$

Очевидность случая 2 показана на рис.2.

Если одновременно не выполняются

условия (1) и (2), то ребро v_k останется в разрезе после перестановки e_i , e_j.

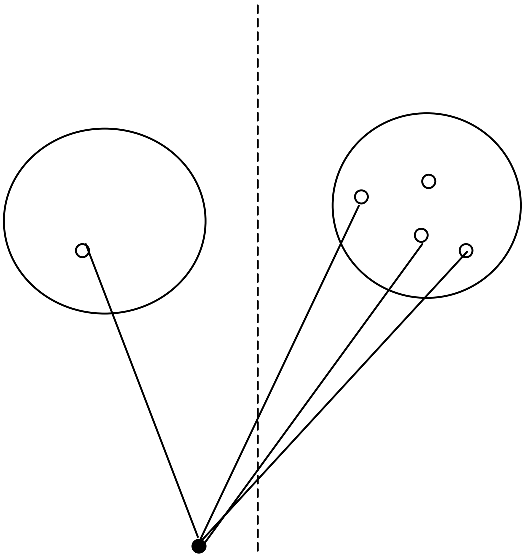

Рисунок 1 – Цепь v_k удаляется из разреза

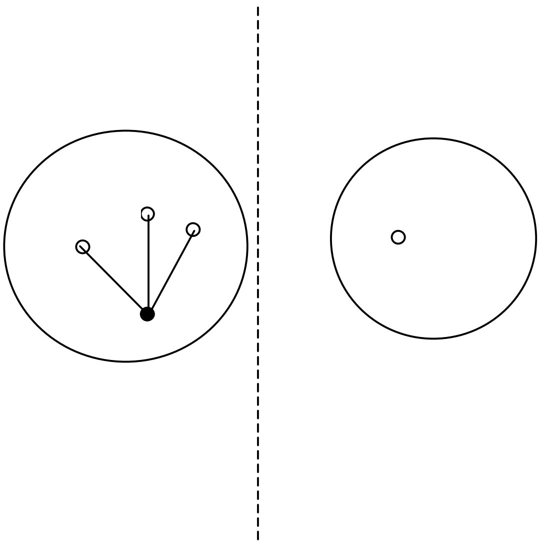

Рисунок 2 – Цепь v_k появится в разрезе

Аналогично для цепи v_l, инцидентной вершине $e_j \in E_k'$:

1. Цепь v_l уйдет из разреза при перестановке e_i, e_j, если E_l ($E_l = \Gamma v_l$) не содержит вершины e_i и ни одной из вершин $E_m \setminus e_j$, т.е.

$$(E_l \setminus e_j) \bigcap (E_m \bigcup e_i) = \varnothing \qquad (3).$$

2. Цепь v_l появится в разрезе при перестановке вершин e_i , e_j, если E_l не содержит ни одной из вершин множества E_l, т.е.

$$E_l \bigcap E_n = \varnothing \qquad (4).$$

Если одновременно не выполняются условия (3) и (4), то ребро v_l останется в разрезе после перестановки e_i , e_j.

Очевидно, что если ребро останется в разрезе, то оно не влияет на приращение ΔS_{ij} , и его можно не учитывать

$$\Delta S_{IJ} = (\bar{S}_I + \bar{S}_J) - (\overset{+}{S}_i + \overset{+}{S}_J), \qquad (5)$$

где $\bar{S}_I, \bar{S}_J$ - количество ребер, которые будут удалены из разреза при перестановке вершин e_i , e_j;

$\overset{+}{S}_I, \overset{+}{S}_J$ - количество ребер, которые появятся в разреза при перестановке вершин e_i , e_j.

На каждой итерации находим такую пару вершин e_i , e_j ($e_i \in G_n$ & $e_j \in G_m$) для которой

$\Delta S_{IJ} = \max (\Delta S'pq) > 0$,

где $e_p \in E_n$ & $e_q \in E_m$

После обмена пары e_i, e_j значение $\Delta S'$ необходимо пересчитать для пар вершин, смежных с элементами $e_i \bigcup e_j$. Алгоритм заканчивается, когда $\forall\, \Delta S_{ij} \le 0$.

Алгоритм компоновки

1^0. $\forall$ e_i, $e_j \in$ E [$e_i \in E_n$ & $e_j \in E_m$] определяем инцидентные им цепи $\Gamma e_i = V_i$ &$\Gamma e_j = V_j \rightarrow 2^0$.

2^0. Определяем множество вершин, инцидентных ребру v_k и v_l соответственно, т.е. $\Gamma v_k = X_k$ & $\Gamma v_l = X_l \rightarrow 3^0$.

3^0. Находим значения $\bar{S}_I, \bar{S}_J$, $\overset{+}{S}_I, \overset{+}{S}_J$, исходя из формул (1) – (4) $\rightarrow 4^0$.

4^0. Определяем ΔS_{IJ} по формуле (5) $\rightarrow$ 4^0.

5^0. Находим $\Delta S_{IJ} = \max (\Delta Spq)$. Если $\Delta S_{IJ} > 0$, то переходим $\rightarrow 6^0$, иначе $\rightarrow 8^0$.

6^0. Меняем местами e_i , $e_j \rightarrow 7^0$.

7^0. Пересчитываем ΔS_{IJ} для пар вершин, смежных с $e_i \bigcup e_j \rightarrow 1^0$.

8^0. Конец алгоритма.

Расчет по формулам (1) – (4) является громоздким и увеличивает время решения задачи для схем реальной сложности. Предлагается следующая процедура, позволяющая сократить время решения задачи.

Задаем матрицу Q гиперграфа

$$Q = \|q_{ij}\|_{|E|V\|},$$

где $q_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } e_i \in V_j \\ 0, \text{если } e_i \notin V_j \end{cases}$.

Тогда условия (1)–(4) можно сформулировать следующим образом.

Матрица Q первоначально разбивается на подматрицы Q_0, Q_1, . . . , Q_k, что соответствует разбиению гиперграфа на куски G_0, G_1, . . . , G_k. В подматрицу Q_0 включаем элемент e_0, который соответствует разъему схемы. Рассмотрим две подматрицы Q_n и Q_m, которые соответствуют кускам G_n и G_m гиперграфа G. Исходя из (1)–(4) можно сформулировать следующие правила, применительно к матрице Q.

1. Цепь v_k остается в разрезе при перестановке вершин e_i, e_j ($e_i \in E_n$ & $e_j \in E_m$) если:

а) в столбце v_k матрицы Q имеется два единичных элемента в строках e_i , e_j. В столбце v_l матрицы Q имеется два единичных элемента в строках e_i , e_j .

б) в столбце v_k матрицы Q найдется два единичных элемента (за исключением строки e_i), один из которых принадлежит подматрице Q_n, а второй Q_m . В столбце v_l матрицы Q найдется два единичных элемента (за исключением строки e_j), один из которых принадлежит подматрице Q_m, а второй Q_n.

2. Цепь v_k уйдет из разреза при перестановке вершин e_i , e_j, если в столбце v_k матрицы Q один единичный элемент находится в строке e_i подматрицы Q_n , а остальные единичные элементы находятся в подматрице Q_m . Цепь v_l уйдет из разреза при перестановке вершин e_i , e_j, если в столбце v_l матрицы Q один единичный элемент находится в строке e_j подматрицы Q_m , а остальные единичные элементы находятся в подматрице Q_n

3. Цепь v_k появится в разрезе при перестановке вершин $e_i \in E_n$ и $e_j \in E_m$, если все единичные элементы находятся в подматрице Q_n . Цепь v_l появится в разрезе при перестановке вершин $e_i \in E_n$ и $e_j \in E_m$, если все единичные элементы находятся в подматрице Q_m .

Следует отметить, что при выполнении правил 1(б), 2 и 3 в столбце v_k (v_l) имеется один единичный элемент в строке e_i (e_j).

Заметим, что при перестановке вершин e_i, e_j приращение ΔS_{IJ} находится только для кусков G_n и G_m и, соответственно, для подматриц Q_n и Q_m.

Ясно, что проверка цепей по правилам 1-3 значительно проще, чем по формулам (1) –(4) и потребует меньше времени на реализацию значений ΔS_{IJ} .

Пример работы алгоритма

Пусть задан некоторый фрагмент схемы в виде гиперграфа G (рис.3) и, соответственно, матрицы Q (табл.1).

Таблица 1. Матрица Q

		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
Q_0	e_0		1		1			1	
Q_1	e_1	1		1	1				
	e_2		1	1		1		1	
	e_3	1			1				
	e_4			1	1				1
Q_2	e_5		1			1	1		1
	e_6				1		1	1	1
	e_7					1		1	

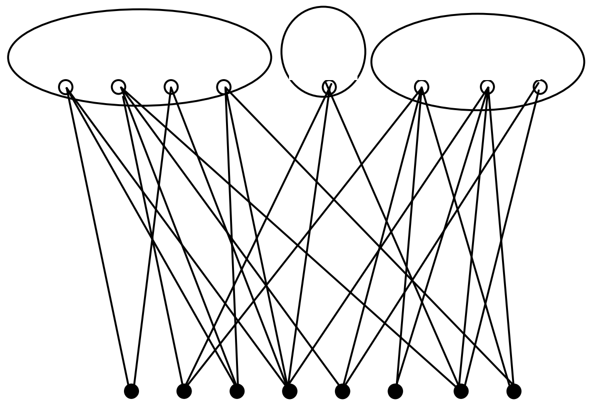

Рисунок 3 – Гиперграф G

На первой итерации необходимо найти ΔS_{IJ} для следующих пар:

ΔS_{15} , ΔS_{16} , ΔS_{17} ,

ΔS_{25} , ΔS_{26} , ΔS_{27} ,

. . .

ΔS_{45} , ΔS_{46} , ΔS_{47} .

Необходимо выбрать пару $\max(\Delta S_{IJ}) > 0$.

Для примера найдем ΔS_{26} .

$Гe_2 = v_2\, v_3\, v_5\, v_7 = V_2$;

$Гe_6 = v_4\, v_6\, v_7\, v_8 = V_6$.

По алгоритму, изложенному в [4], необходимо для каждого ребра (цепи) осуществить проверку по формулам (1)-(4).

V_2 : $\Gamma V_2 = \{ e_2\, e_5 \} = X_2$.

Проверяем условия (1) и (2):

1) $\{X_2 \setminus e_2 \} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \varnothing$.

$\{ e_5 \} \cap \{ e_1\, e_2\, e_3\, e_4\, e_6\} = \varnothing \;\Rightarrow\; \bar{S}_2 = 1$.

Так как $\bar{S}_2 = 1$, то проверять условие (2) не нужно, т.е. $\overset{+}{S}_2 = 0$. Итак, ребро v_2 уйдет из разреза при перестановке вершин e_2, e_6.

V_3 : $\Gamma V_3 = \{e_1 e_2 e_4\} = X_3$.

1) $\{X_3 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \varnothing$.

$\{e_1 e_4\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} \neq \varnothing \Rightarrow \overset{-}{S}_3 = 0$.

Проверяем условие (2):

2) $\{X_3\} \cap \{E_2\} = \varnothing$.

$\{e_1 e_2 e_4\} \cap \{e_5 e_6 e_7\} = \varnothing \Rightarrow \overset{+}{S}_3 = 1$.

Ребро v_3 появится в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6.

V_5 : $\Gamma V_5 = \{e_2 e_5 e_7\} = X_5$.

1) $\{X_5 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \varnothing$.

$\{e_5 e_7\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} = \varnothing \Rightarrow \overset{-}{S}_5 = 1$,

а $\overset{+}{S}_5 = 0$.

Ребро v_5 уйдет из разреза при перестановке вершин e_2, e_6.

V_7 : $\Gamma V_7 = \{e_2 e_6 e_7\} = X_7$.

1) $\{X_7 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \varnothing$.

$\{e_6 e_7\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} \neq \varnothing \Rightarrow \overset{-}{S}_7 = 0$.

Проверяем условие (2):

2) $\{X_7\} \cap \{E_2\} = \varnothing$.

$\{e_2 e_6 e_7\} \cap \{e_5 e_6 e_7\} \neq \varnothing \Rightarrow \overset{+}{S}_7 = 0$.

Следовательно, ребро v_7 останется в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6.

V_4 : $\Gamma V_4 = \{e_1 e_3 e_4 e_6\} = X_4$.

3) $\{X_4 \setminus e_6\} \cap \{E_2 \cup e_2\} = \varnothing$.

$\{e_1 e_3 e_4\} \cap \{e_5 e_6 e_7 e_2\} = \varnothing \Rightarrow \overset{-}{S}_4 = 1$,

а $\overset{+}{S}_4 = 0$.

Ребро v_4 уйдет из разреза при перестановке вершин e_2, e_6.

V_6 : $\Gamma V_6 = \{e_5 e_6\} = X_6$.

3) $\{X_6 \setminus e_6\} \cap \{E_2 \cup e_2\} = \varnothing$.

$\{e_5\} \cap \{e_5 e_6 e_7 e_2\} \neq \varnothing \Rightarrow \overset{-}{S}_6 = 0$,

Проверяем условие (4):

4) $\{X_6\} \cap \{E_1\} = \varnothing$.

$\{e_5 e_6\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4\} = \varnothing \Rightarrow \overset{+}{S}_6 = 1$.

Ребро v_6 появится в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6.

V_8 : $\Gamma V_8 = \{e_4 e_5 e_6\} = X_8$.

3) $\{X_8 \setminus e_6\} \cap \{E_2 \cup e_2\} = \varnothing$.

$\{e_4 e_5\} \cap \{e_5 e_6 e_7 e_2\} \neq \varnothing \Rightarrow \overset{-}{S}_8 = 0$,

Проверяем условие (4):

4) $\{X_8\} \cap \{E_1\} = \varnothing$.

$\{e_4 e_5 e_6\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4\} \neq \varnothing \Rightarrow \overset{+}{S}_8 = 0$.

Ребро v_8 останется в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6.

Цепи v_2, v_5, v_4 уйдут из разреза согласно правилу 2, т.к. один единичный элемент находится в строках e_i (e_j) подматрицы Q_1 (Q_2), а все остальные единичные элементы находятся в подматрице Q_2 (Q_1). Цепи v_3 и v_6 появятся в разрезе согласно правилу 3, т.к. все единичные элементы находятся в подматрице Q_1 (Q_2).

Действительно, исходя из матрицы Q, проверим столбцы, которые соответствуют множествам $V_2 = v_2 v_3 v_5 v_7$ и $V_6 = v_4 v_6 v_7 v_8$. В столбце v_2 все единичные элементы (в данном случае один элемент) находятся в подматрице Q_2 и, согласно правилу 2, ребро v_2 уйдет из разреза. Аналогично уйдут из разреза ребра v_5 и v_4.

Ребра v_7 и v_8 останутся в разрезе. Ребро v_7 останется в разрезе согласно правилу 1(а), т.к. в столбце v_7 имеется два единичных элемента в строках e_2 , e_6, а ребро v_8 – согласно правилу 1(б), т.к. в столбце v_8 имеется два единичных элемента (исключая строку e_6) в строках e_4 и e_5, которые принадлежат подматрицам Q_1 и Q_2 соответственно.

Ребра v_3 и v_6 появятся в разрезе, т.к. все единичные элементы находятся соответственно в подматрицах Q_1 и Q_2.

Находим ΔS_{26} по формуле (5):

$$\Delta S_{26} = (\overset{-}{S}_2 + \overset{-}{S}_5 + \overset{-}{S}_4) - (\overset{+}{S}_3 + \overset{+}{S}_6) = 3-2=1.$$

Выводы по работе

В работе сформулирован алгоритм компоновки, основанный на парных перестановках элементов при задании электрической схемы в виде гиперграфа. Предложена процедура, которая значительно упрощает поиск пары элементов, подлежащих обмену, по сравнению с известным алгоритмом. В перспективе можно перейти к решению задачи компоновки с обменом не пар, а групп элементов, что позволит получать решение, близкое к оптимальному за приемлемое время.

Литература

1. Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств: Учеб. пособие для радиотехн. спец. вузов / Под ред. О.В. Алексеева. — М., 2000. — 479 с.

2. Автоматизированное проектирование узлов и блоков РЭС средствами современных САПР: Учеб. пособие вузов / Под ред. И.Г. Мироненко. — М., 2002. — 391 с.

3. Селютин В.А. Автоматизация проектирования топологии БИС. — М.: Радио и связь. —112с.

4. Савельев А.Я., Овчинников В.В. Конструирование ЭВМ и систем. —М.:Высш. шк.. —312с.