

Уменьшение аппаратурных затрат схемы МПА Мура при реализации в базисе CPLD

Цололо С.А.

Донецкий национальный технический университет

s.solos@gmail.com

Abstract

Tsololo S.A. Optimization circuit of Moore FSM realization on CPLD. Method of Moore's circuit optimization is proposed. Method based on features of CPLD architecture and Moore's FSM model. An example of application of proposed method is given.

1. Введение

Современное развитие микроэлектроники привело к появлению программируемых логических устройств [1, 2]. Одними из представителей которых являются CPLD (complex programmable logic devices) [3, 4]. В качестве базовых элементов CPLD используются макроячейки PAL (programmable array logic), которые соединяются между собой с помощью программируемых матриц межсоединений.

В цифровых системах [5, 6], которые реализуются на CPLD, часто в качестве устройств управления используется модель микропрограммного автомата (МПА) Мура [7].

Одной из важных проблем, возникающих при синтезе МПА на CPLD, является минимизация числа макроячеек в его логической схеме. Одним из путей решения этой проблемы является оптимальное кодирование состояний [8]. Однако этот подход не позволяет оптимизировать схему формирования выходных сигналов.

В настоящей работе предлагается метод оптимизации, основанный на учете особенностей как МПА Мура, так и CPLD. Особенностями автомата Мура является наличие псевдоэквивалентных состояний и зависимость выходных сигналов (микроопераций) только от его внутренних состояний. Особенностью CPLD является большое число входов макроячеек PAL, что позволяет использовать несколько источников кодов состояний МПА [9].

2. Общие положения

Пусть автомат Мура задан прямой структурной таблицей (ПСТ) со столбцами [1]: $a_m, K(a_m), a_s, K(a_s), X_h, \Phi_h, h$. Здесь $\Pi_A = \{B_1, \dots, B_1\}$ – исходное состояние МПА; $K(a_m)$ – код состояния $a_m \in A$ разрядности $R = \lceil \log_2 M \rceil$, для кодирования состояний используются внутренние переменные из

множества $T = \{T_1, \dots, T_R\}$; $a_s, K(a_s)$ – соответственно состояние перехода и его код; X_h – входной сигнал, определяющий переход $\langle a_m, a_s \rangle$, и равный конъюнкции некоторых элементов (или их отрицаний) множества логических условий $X = \{x_1, \dots, x_L\}$; Φ_h – набор функций возбуждения триггеров памяти МПА, принимающих единичное значение для переключения памяти из $K(a_m)$ в $K(a_s)$, $\Phi_h \subseteq \Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_R\}$; $h = 1, \dots, H$ – номер перехода. В столбце a_m записывается набор микроопераций Y_q , формируемых в состоянии $a_m \in A$, где $Y_q \subseteq Y = \{y_1, \dots, y_N\}$, $q = 1, \dots, Q$. Эта таблица является основой для формирования систем функций

$$\Phi = \Phi(T, X), \quad (1)$$

$$Y = Y(T), \quad (2)$$

задающих логическую схему МПА. Системы (1)-(2) определяют структурную схему МПА Мура U_1 (рис. 1).

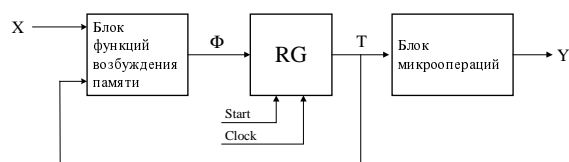


Рисунок 1 – Структурная схема автомата Мура U_1

В этой структуре блок функций возбуждения памяти (БФП) реализует систему (1), регистр RG служит для хранения кодов состояний, а блок микроопераций (БМО) реализует систему (2). Для минимизации числа макроячеек PAL в БФП может использоваться метод оптимального кодирования состояний [8], позволяющий уменьшить число термов в

системе (1) до H_0 . Здесь H_0 – число переходов эквивалентного автомата Мили. Оптимизация БМО может быть выполнена за счет уточненного кодирования состояний [10]. При этом число макроячеек может быть уменьшено до N , что соответствует ситуации, когда каждая функция $u_n \in Y$ реализуется на одной макроячейке. Для оптимального и уточненного кодирования состояний может быть использован, например, известный алгоритм ESPRESSO [3]. Однако оба метода не могут быть применены одновременно. Поэтому кодирование состояний позволяет оптимизировать либо БФП, либо БМО.

В настоящей статье предлагается метод, позволяющий оптимизировать число PAL в схемах обоих блоков МПА Мура.

3. Основная идея предлагаемого метода

Одной из особенностей МПА Мура является наличие псевдоэквивалентных состояний [8], то есть состояний с одинаковыми переходами под действием одинаковых входных сигналов. Такие состояния соответствуют операторным вершинам [1] алгоритма управления, выходы которых связаны со входом одной и той же вершины алгоритма. Пусть $\Pi_A = \{B_1, \dots, B_I\}$ – разбиение множества A на классы псевдоэквивалентных состояний. Выполним уточненное кодирование состояний и представим Π_A в виде $\Pi_B \cup \Pi_C$. При этом класс $B_i \in \Pi_B$, если $|B_i| = 1$ или если коды состояний $a_m \in B_i$ входят в один обобщенный интервал R -мерного булевого пространства. В противном случае $B_i \in \Pi_C$, причем $|\Pi_C| = I_N$. Закодируем классы $B_i \in \Pi_C$ двоичными кодами $K(B_i)$ разрядности

$$R_1 = \lceil \log_2 (I_C + 1) \rceil \quad (3)$$

и используем для такого кодирования элементы множества $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_{R_1}\}$. Единица в (3) добавляется для учета кода признака того, что $B_i \notin \Pi_C$.

Одной из особенностей макроячеек PAL является большое число входов S , достигающее нескольких десятков [6, 7]. Пусть для данного алгоритма управления и данной микросхемы CPLD выполняется условие

$$S \geq L + R + R_1. \quad (4)$$

Тогда автомат Мура может быть реализован в виде модели U_2 (рис.2).

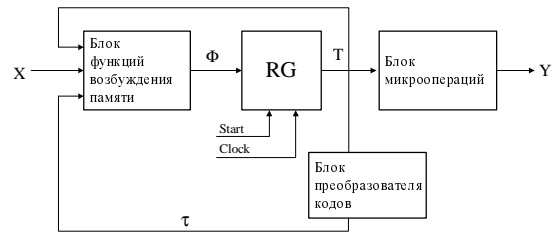


Рисунок 2 – Структурная схема МПА Мура U_2

В МПА U_2 блок преобразователя кодов (БПК) реализует систему функций

$$\tau = \tau(T), \quad (5)$$

то есть выполняет преобразование кодов состояний $a_m \in B_i$ в коды классов $B_i \in \Pi_C$. Блок микроопераций реализует систему (2), а БФП формирует функции

$$\Phi = \Phi(T, \tau, X). \quad (6)$$

Этот подход позволяет уменьшить число термов системы функций Φ до H_0 и уменьшить число макроячеек PAL в БМО до N (если каждая микрооперация $u_n \in Y$ реализована на одной макроячейке). Однако такая оптимизация связана с введением дополнительного блока БПК, который потребляет некоторые ресурсы кристалла.

Предлагаемый метод синтеза МПА U_2 включает следующие этапы:

1. Формирование таблицы переходов автомата Мура на основе отмеченного алгоритма управления [1].
2. Уточненное кодирование состояний.
3. Формирование разбиения Π_A множества состояний на классы псевдоэквивалентных состояний, нахождение множеств Π_B и Π_C .
4. Оптимальное кодирование классов $B_i \in \Pi_C$, ориентированное на уменьшение числа термов в системе (5).
5. Формирование преобразованной прямой структурной таблицы автомата Мура.
6. Формирование таблицы блока преобразователя кодов.
7. Формирование систем функций (2), (5), (6).
8. Реализация логической схемы автомата.

4. Пример применения предложенного метода

Пусть для некоторого МПА Мура S_1 построена таблица переходов, из которой следует, что $M = 13$, $N = 8$ и $\Pi_A = \{B_1, \dots, B_7\}$, где $B_1 = \{a_1\}$, $B_2 = \{a_2, a_3\}$, $B_3 = \{a_4\}$,

$B_4 = \{a_5, a_6, a_7\}$, $B_5 = \{a_8, a_9\}$, $B_6 = \{a_{10}\}$,
 $B_7 = \{a_{11}, a_{12}, a_{13}\}$. При этом система микроопераций может быть представлена в виде (7):

$$\begin{aligned} y_1 &= A_2 \vee A_3 \vee A_{12}; \\ y_2 &= A_4 \vee A_8 \vee A_9 \vee A_{10}; \\ y_3 &= A_3 \vee A_7 \vee A_8 \vee A_{11}; \\ y_4 &= A_5 \vee A_{11}; \\ y_5 &= A_6 \vee A_7 \vee A_8; \\ y_6 &= A_4 \vee A_6 \vee A_{10}; \\ y_7 &= A_3 \vee A_{11} \vee A_{12} \vee A_{13}; \\ y_8 &= A_3 \vee A_7 \vee A_{12}. \end{aligned} \quad (7)$$

В системе (7) переменная A_m соответствует конъюнкции внутренних переменных, определяемой кодом состояния $a_m \in A$. Один из вариантов уточненного кодирования состояний приведен в карте Карно (рис. 3).

		$T_3 T_4$			
	$T_1 T_2$	00	01	11	10
00		a_1	a_2	*	a_4
01		a_5	*	a_6	a_{10}
11		a_{11}	a_3	a_7	a_8
10		a_{13}	a_{12}	*	a_9

Рис. 3. Уточненные коды состояний автомата S_1

При формировании этой карты учтен тот факт, что $R = \lceil \log_2 13 \rceil = 4$ и $T = \{T_1, \dots, T_4\}$. Теперь система (7) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} y_1 &= \overline{T_3} T_4; & y_2 &= T_3 \overline{T_4}; & y_3 &= T_1 T_2; \\ y_4 &= T_2 T_3 \overline{T_4}; & y_5 &= T_2 T_3; & y_6 &= \overline{T_1} T_3; \\ y_7 &= T_1 \overline{T_3}; & y_8 &= T_1 T_4. \end{aligned} \quad (8)$$

Очевидно, для реализации системы (2) в нашем случае достаточно $N = 8$ макроячеек, что является абсолютным минимумом. Анализ карты Карно показывает, что коды состояний $a_8, a_9 \in B_5$ входят в один обобщенный интервал $K(B_5) = 1*10$, таким образом $B_5 \in \Pi_B$. Итак, для рассматриваемого примера $\Pi_B = \{B_1, B_3, B_5, B_6\}$, $\Pi_{\bar{N}} = \{B_2, B_4, B_7\}$ и $I_{\bar{N}} = 3$, $R_1 = 2$, $\tau = \{\tau_1, \tau_2\}$.

Для минимизации системы (5) закодируем классы $B_i \in \Pi_C$ следующим образом: чем больше состояний включает класс, тем меньше единиц содержит его код. Такой подход позаимствован из метода кодирования состояний [1]. С учетом такого подхода имеем $K(B_4) = 00$, $K(B_2) = 10$, $K(B_3) = 11$. Отметим, что код 00 в данном случае используется как признак того,

что $B_i \in \Pi_B$.

Преобразованная прямая структурная таблица автомата U_2 включает столбцы: B_i , $K(B_i)$, a_s , $K(a_s)$, X_h , Φ_h , h . Пусть, например, таблица 1 задает переходы из состояний $a_2, a_3 \in B_2$ и $a_4 \in B_3$.

Таблица 1. Фрагмент таблицы переходов автомата S_1

a_m	a_s	X_h	h
$a_2 (y_1)$	a_4	x_4	1
	a_5	$\bar{x}_4 x_5$	2
	a_{10}	$\bar{x}_4 \bar{x}_5$	3
$a_3 (y_1 y_3 y_7 y_8)$	a_4	x_4	4
	a_5	$\bar{x}_4 x_5$	5
	a_{10}	$\bar{x}_4 \bar{x}_5$	6
$a_4 (y_2 y_6)$	a_{11}	1	7

Этому фрагменту соответствует фрагмент преобразованной ПСТ (табл. 2), имеющий только 4 строки.

Таблица 2. Фрагмент преобразованной ПСТ автомата S_1

B_i	$K(B_i)$				a_s	$K(a_s)$				X_h	Φ_h	h
	τ_1	τ_2	T_1	T_2		T_3	T_4	T_1	T_2			
B_2	10****				a_4	0010				x_4	D_3	1
					a_5	0100				$\bar{x}_4 x_5$	D_2	2
					a_{10}	0110				$\bar{x}_4 \bar{x}_5$	$D_2 D_3$	3
B_3	00001*				a_{11}	1100				1	$D_1 D_2$	4

Если $K(B_i) \neq 00$, то значения переменных $T_r \in T$ рассматриваются как несущественные (источником кода является блок БПК). Если $K(B_i) = 00$, то источником кода класса $B_i \in \Pi_B$ является регистр RG .

Таблица блока преобразователя кодов включает столбцы a_m , $K(a_m)$, B_i , $K(B_i)$, τ_m , m , где столбец τ_m включает переменные $\tau_r \in \tau$, равные единице в коде $K(B_i)$ для m -й строки таблицы. В нашем случае таблица БПК имеет $I_M = 7$ строк (табл. 3).

Преобразованная ПСТ используется для формирования системы (6). Так, из табл. 2 имеем фрагменты уравнений: $D_1 = \tau_1 \tau_2 \overline{T_1} \overline{T_2} T_3$, $D_2 = \tau_1 \tau_2 \bar{x}_4$, $D_3 = \tau_1 \tau_2 \bar{x}_4 \vee \tau_1 \tau_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5$. Система (5) формируется с использованием таблицы БПК. В нашем случае из табл. 3 имеем систему:

$$\tau_1 = \overline{T_3} T_4 \vee T_1 T_2 \overline{T_3}; \quad (8)$$

$$\tau_2 = T_2 \overline{T_3 T_4} \vee T_3 T_4 \vee T_1 \overline{T_2 T_4}.$$

Таблица 3. Таблица преобразователя кодов автомата S_1

a_m	$K(a_m)$	B_i	$K(B_i)$	τ_m	m
a_2	0001	B_2	10	τ_1	1
a_3	1101	B_2	10	τ_1	2
a_5	0100	B_4	01	τ_2	3
a_6	0111	B_4	01	τ_2	4
a_7	1111	B_4	01	τ_2	5
a_{11}	1100	B_7	11	τ_1, τ_2	6
a_{12}	1001	B_7	11	τ_1, τ_2	7

Реализация схемы автомата с использованием систем (2), (5), (6) выполняется, например, при помощи пакета WebPack [7] и в данной статье этот этап не рассматривается.

5. Заключение

В статье предлагается метод введения преобразователя кодов состояний автомата Мура в коды классов псевдоэквивалентных состояний. Это позволяет уменьшить число макроячеек PAL в схеме автомата. Следует также отметить, что метод позволяет уменьшить число термов в системе функций возбуждения памяти до соответствующего числа в эквивалентном автомате Мили.

Кроме того, применение уточненного кодирования состояний позволяет уменьшить аппаратные затраты в схемах формирования. Отметим, что преобразование кодов выполняется параллельно с выполнением микроопераций операционным автоматом цифровой системы и, следовательно, не влияет на ее быстродействие. Как показали исследования, выигрыш может достигать 39%.

Научная новизна предложенного метода заключается в использовании особенностей автомата Мура (наличие классов псевдоэквивалентных состояний) и элементного базиса (большой коэффициент объединения по входу) для оптимизации числа макроячеек PAL в логической схеме автомата. Практическая значимость метода заключается в уменьшении

площади кристалла, занимаемой комбинационной схемой МПА, что позволяет получить схемы, которые обладают меньшей стоимостью, чем известные из литературы аналоги.

Направления дальнейших исследований связаны с исследованием возможности применения предложенного метода для случая реализации устройства управления в базе FPGA и в составе «систем-на-кристалле», микроопераций и преобразователя кодов. Исследования показали, что предлагаемый метод всегда более эффективен по сравнению с известными методами реализации автомата Мура.

Уменьшение числа макроячеек в большинстве случаев сопровождается уменьшением числа уровней в комбинационной части автомата. Это позволяет уменьшить время такта и, следовательно, повысить производительность цифровой системы в целом.

Литература

1. Maxfield C. The Design Warrior's Guide to FPGAs. – Amsterdam: Elsevier, 2004. – 541 pp.
2. altera.com
3. xilinx.com
4. Баркалов А.А. Принципы оптимизации логической схемы микропрограммного автомата Мура. // Кибернетика и системный анализ. – 1998, №1. – с. 65-72
5. Соловьев В.В. Проектирование цифровых схем на основе программируемых логических интегральных схем. – М.: Горячая линия-ТЕЛЕКОМ, 2001. – 636 с.
6. DeMicheli G. Synthesis and Optimization of Digital Circuits. – McGraw-Hill, 1994. – 636 pp.
7. Baranov S. Logic Synthesis for Control Automata. – Kluwer Academic Publishers, 1994. – 312 pp.
8. Баркалов А.А., Цололо С.А. Оптимизация схемы автомата Мура в составе системы на кристалле. // Радиоэлектроника и информатика. – 2007, №1. – с. 35 - 39
9. Adamski A., Barkalov A. Architectural and Sequential Synthesis of Digital Devices. – Zielona Gora: University of Zielona Gora Press, 2006. – 199 pp