

УДК 004.3

## Матричная реализация автомата Мура с расширением кодов состояний перехода

А. А. Баркалов, Р. В. Мальчева, К. А. Солдатов  
Донецкий национальный технический университет  
raisa@cs.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

*Barkalov A.A., Malcheva R.V., Soldatov K.A. Matrix Realization of Moore Finite State Machine with an Extension of State Codes. The paper offers a method based on representation of the next state code as a concatenation of codes for class of pseudoequivalent states and collection of microoperations.*

### Введение

Модель микропрограммного автомата (МПА) Мура [1] часто используется при реализации устройств управления цифровых систем [2,3]. Прогресс в области микроэлектроники привел к появлению разнообразных программируемых логических устройств [4,5], используемых при реализации схемы МПА. Однако при массовом производстве изделий микроэлектроники по-прежнему широко используются заказные схемы типа ASIC (Application-Specified Integrated Circuits) [6]. При этом, как правило, схемы МПА реализуются в виде матричных структур, использующих принцип распределенной логики [7].

Одной из важных проблем, возникающих при реализации схемы МПА на заказных матрицах, является уменьшение площади кристалла, занимаемой схемой. Одним из путей решения этой проблемы является оптимальное кодирование состояний [8]. Однако этот подход не позволяет оптимизировать схему формирования выходных сигналов.

В настоящей работе мы предлагаем метод оптимизации, основанный на представлении кода состояния МПА в виде конкатенации кодов класса псевдоэквивалентных состояний и кода набора микроопераций (микрокоманды). Такой подход позволяет уменьшить аппаратные затраты в комбинационных блоках МПА и не приводит к потере быстродействия.

Целью исследования является оптимизация схемы МПА Мура за счет нестандартного представления кодов состояний.

Задачей исследования является разработка метода синтеза МПА Мура, позволяющего уменьшить площадь матриц в схеме автомата. При этом алгоритм управления представляется в виде граф-схемы алгоритма (ГСА) [1].

### Общие положения и основная идея предлагаемого метода

Пусть автомат Мура задан прямой структурной таблицей (ПСТ) со столбцами [1]:  $a_m, K(a_m), a_s, K(a_s), X_h, \Phi_h, h$ . Здесь  $a_m$  - исходное состояние МПА;  $K(a_m)$  - код состояния  $a_m \in A$  разрядности  $R_A = \lceil \log_2 M \rceil$ , для кодирования состояний используются внутренние переменные из множества  $T = \{T_1, \dots, T_{R_A}\}$ ;  $a_s, K(a_s)$  - соответственно состояние перехода и его код;  $X_h$  - входной сигнал, определяющий переход  $\langle a_m, a_s \rangle$ , и равный конъюнкции некоторых элементов (или их отрицаний) множества логических условий  $X = \{x_1, \dots, x_L\}$ ;  $\Phi_h$  - набор функций возбуждения триггеров памяти МПА, принимающих единичное значение для переключения памяти из  $K(a_m)$  в  $K(a_s)$ ,  $\Phi_h \subseteq \Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_{R_A}\}$ ;  $h = 1, \dots, H$  - номер перехода. В столбце  $a_m$  записывается набор микроопераций  $Y_q$ , формируемых в состоянии  $a_m \in A$ , где  $Y_q \subseteq Y = \{y_1, \dots, y_N\}$ ,  $q = 1, \dots, Q$ . Эта таблица является основой для формирования систем функций

$$\Phi = \Phi(T, X), \quad (1)$$

$$Y = Y(T), \quad (2)$$

задающих логическую схему МПА. Системы (1)-(2) определяют матричную схему МПА Мура  $U_1$ , состоящую из четырех матриц (Рис. 1).

В автомате  $U_1$  конъюнктивная матрица  $M_1$  реализует систему термов  $F = \{F_1, \dots, F_H\}$ ; дизъюнктивная матрица  $M_2$  реализует систему (1); конъюнктивная матрица  $M_3$  реализует термы  $A_m (m=1, \dots, M)$ , соответствующие состоянием МПА; дизъюнктивная матрица  $M_4$  реализует функции системы (2). Регистр RG служит для хранения кодов состояний и управляется сигналами Start (обнуление) и Clock (изменение содержимого в зависимости от функции  $\Phi$ ). Матрицы  $M_1$  и  $M_2$  определяют блок функций возбуждения памяти (БФП), а

матриці  $M_3$  і  $M_4$  – блок мікрооперацій (БМО). Для зменшення площі блока БФП може використовуватися метод оптимального кодування состояний [8], позволяющий зменшити число термов в системі (1) до  $H_0$ . Здесь  $H_0$  – число переходов еквівалентного автомата Мили. Площаь блока БМО може бути зменшена за счет уточненого кодування состояний [9]. В пределі кожна мікрооперація  $y_n \in Y$  виражається однією кон'юнкцією матриці  $M_3$  і матриця  $M_4$  відсутствует. Для оптимального і уточненого кодування може використовуватися, наприклад, известный алгоритм ESPRESSO [3]. Однак обидва цих метода не можуть бути використані одночасно, то єсть кодування состояний позволяє зменшити площаь либо БФП, либо БМО.

В настоящей работе предлагается метод, позволяющий зменшити площаь матричної реалізації для обоих блоків МПА Мура.

Однією з особеностей МПА Мура являється наличие псевдоєквівалентных состояний [8], то єсть состояний с одинаковыми переходами под воздействием одинаковых входных сигналов. Такие состояния соответствуют операторным вершинам [1] алгоритма управления, выходы которых связаны со входом однієї і той же вершини алгоритма.

Пусть  $\Pi_A = \{V_1, \dots, V_l\}$  – разбиение множества  $A$  на классы псевдоєквівалентных состояний. Закодируем классы  $V_i \in \Pi_A$  двоичными кодами  $K(V_i)$  разрядности

$$R_B = \lceil \log_2 I \rceil. \quad (3)$$

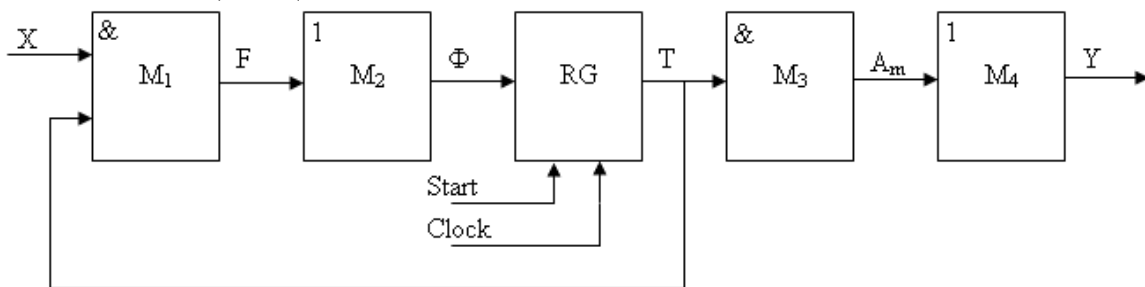


Рисунок 1 – Матричная реалізація автомата Мура  $U_1$

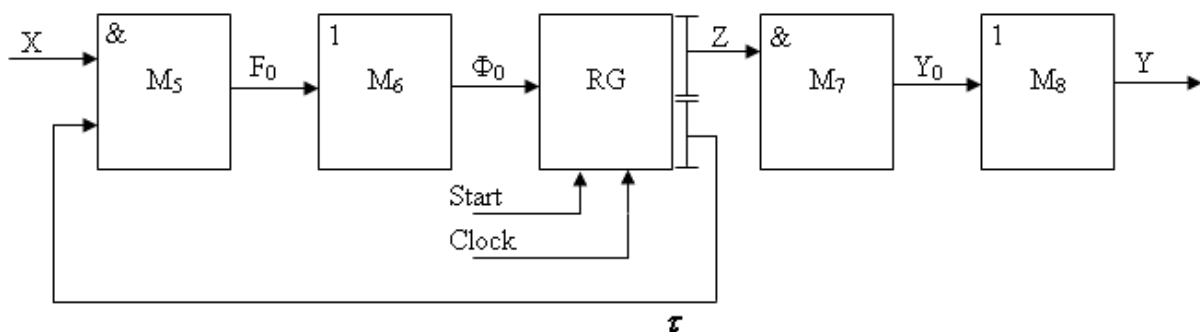


Рисунок 2 – Матричная реалізація автомата Мура  $U_2$

Пусть исходная ГСА  $\Gamma$  включает  $Q$  попарно различных наборов микроопераций (НМО)  $Y_q \subseteq Y$ . Закодируем набор  $Y_q$  двоичным кодом  $K(Y_q)$  разрядности

$$R_Y = \lceil \log_2 Q \rceil. \quad (4)$$

Пусть операторная вершина  $b_i$  ГСА  $\Gamma$  соответствует состоянию  $a_m \in B_i$  и пусть в ней записан набор микроопераций  $Y_q$ . Тогда код состояния  $a_m \in A$  можно представить в виде конкатенации кодов

$$K(a_m) = K(B_i) * K(Y_q), \quad (5)$$

где \* – знак конкатенации.

Представление кодов состояний в форме (5) позволяет перейти к матричной реалізації МПА Мура  $U_2$  (Рис. 2)

$$K(a_m) = K(B_i) * K(Y_q), \quad (5)$$

где \* – знак конкатенации.

Представление кодов состояний в форме (5) позволяет перейти к матричной реалізації МПА Мура  $U_2$  (Рис. 2)

В автомате  $U_2$  матрица  $M_5$  реалізує систему термов  $F_0$ , соответствующих строкам ПСТ, матрица  $M_6$  реалізує систему функций возбуждения памяти  $\Phi_0$ , матрица  $M_7$  реалізує термы  $Y_0$ , входящие в систему функций  $y_n \in Y$ ; матрица  $M_8$  реалізує систему микроопераций  $y_n \in Y$ .

Матрица  $M_5$  и  $M_6$  образуют блок БФП, реализующий функции

$$\Phi_0 = \Phi_0(\tau, X). \quad (6)$$

Матрицы  $M_7$  и  $M_8$  образуют блок БМО, реализующий функции

$$Y = Y(Z). \quad (7)$$

При этом элементы множества  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_{R_B}\}$  используются для кодирования классов  $V_i \in P_A$ , а элементы множества  $Z = \{z_1, \dots, z_{R_Y}\}$  используются для кодирования наборов микроопераций.

Предлагаемый подход имеет ряд положительных качеств:

1. Коды классов не зависят от кодов микроопераций (и наоборот). Поэтому классы можно закодировать так, чтобы упростить схему БМО.

2. Число строк таблицы переходов МПА  $U_2$  всегда равняется  $N_0$  и не зависит от метода кодирования состояний.

Как было отмечено, для кодирования состояний МПА  $U_1$  достаточно

$$R_A = \lceil \log_2 M \rceil \quad (8)$$

разрядов. Очевидным недостатком МПА  $U_2$  является увеличение числа функций  $\Phi$ , которое определяется суммой  $R_B$  и  $R_Y$ . Однако этот недостаток компенсируется значительным уменьшением площади блоков БФП и БМО по сравнению с моделью  $U_1$ .

### **Метод синтеза автомата Мура с расширенными кодами состояний и оценка сложности реализации схемы**

В данной работе предлагается метод синтеза МПА Мура  $U_2$  по граф-схеме алгоритма Г.

Метод включает следующие этапы:

1. Отметка ГСА Г и формирование множества состояний А.

2. Разбиение множества А на классы псевдоэквивалентных состояний.

3. Кодирование классов  $V_i \in P_A$ .

4. Кодирование наборов микроопераций  $Y_q \subseteq Y$ .

5. Формирование преобразованной прямой структурной таблицы МПА.

6. Формирование системы термов  $F_0, Y_0$  и функций  $\Phi_0$  и  $Y$  на их основе.

7. Реализация матриц  $M_5$ - $M_8$ .

Первый этап выполняется по известной методике [1], когда каждая операторная вершина отмечается отдельным состоянием.

Второй этап выполняется тривиальным образом, используя определение псевдоэквивалентных состояний [8]. Напомним, что состояния  $a_m, a_s \in A$ , называются

псевдоэквивалентными, если отмеченные ими операторные вершины ГСА связаны со входом одной и той же вершины.

Кодирование классов  $V_i \in P_A$  не влияет на длину ПСТ, так как она гарантировано равна  $N_0$ .

Поэтому коды  $K(V_i)$  могут быть выбраны произвольным образом. Кодирование наборов микроопераций необходимо выполнить так, чтобы максимально уменьшить число термов в системе  $Y_0$ . В пределе этот параметр равен числу микроопераций  $N$ . Для кодирования наборов микроопераций можно использовать известные методы из [1] или алгоритм ESPRESSO [3].

Сложность матричной реализации определяется суммарной площадью матриц в схеме МПА [1]. При этом площадь матриц оценивается как произведение числа ее входов на число ее выходов. Эта оценка носит теоретический характер, так как не учитывает размеры элементов матрицы [1]. Однако такой оценки вполне достаточно для сравнения разных моделей МПА, реализующих один и тот же алгоритм управления. Пусть  $S(M_i)$  – площадь матрицы  $M_i$  ( $i=1, \dots, 8$ ), тогда матрицы для моделей  $U_1$  и  $U_2$  оцениваются следующим образом:

$$S(M_1) = 2 * (L + R_A) * N; \quad (9)$$

$$S(M_2) = N * R_A; \quad (10)$$

$$S(M_3) = 2 * R_A * M; \quad (11)$$

$$S(M_4) = M * N; \quad (12)$$

$$S(M_5) = 2 * (L + R_B) * N_0; \quad (13)$$

$$S(M_6) = N_0 * (R_B + R_Y); \quad (14)$$

$$S(M_7) = 2 * R_Y * N_0; \quad (15)$$

$$S(M_8) = N_0 * N. \quad (16)$$

Для конъюнктивных матриц используются как прямые, так и инверсные значения входных переменных. Поэтому в формулах (9), (11), (13) и (15) фигурирует коэффициент 2.

Очевидно, что  $S(M_1)+S(M_2)$  определяет площадь блока БФП, а  $S(M_3)+S(M_4)$  – площадь блока БМО модели  $U_1$ . Сумма формул (9)-(12) дает общую площадь, занимаемую схемой МПА  $U_1$  для конкретного алгоритма управления. Аналогично определяются площади для блоков и схемы в целом в случае модели  $U_2$ .

### **Пример применения предложенного метода**

Рассмотрим пример синтеза МПА Мура  $U_2(\Gamma_1)$ , заданного ГСА  $\Gamma_1$  (рис.3). В общем случае символ  $U_i(\Gamma_j)$  обозначает, что ГСА  $\Gamma_j$  интерпретируется моделью автомата  $U_i$ . Как следует из ГСА  $\Gamma_1$  множество А включает  $M=8$  элементов, которые включены в  $I=4$  класса разбиения  $P_A$ .

Это разбиение включает классы  $V_1 = \{a_1\}$ ,

$$B_2 = \{a_2, a_3, a_4\}, B_3 = \{a_5, a_6\}, B_4 = \{a_7, a_8\}$$

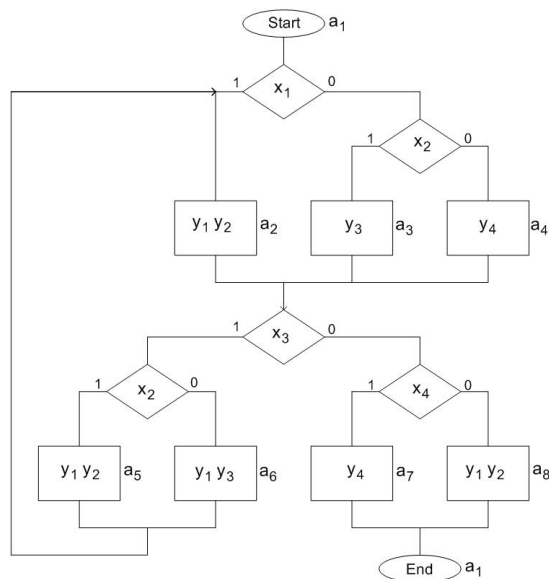


Рисунок 3 – Исходная ГСА  $\Gamma_1$

Для кодирования классов  $B_i \in \Pi_A$  достаточно  $R_B = 2$  переменных, т.е.  $\tau = \{\tau_1, \tau_2\}$ . В вершинах ГСА  $\Gamma_1$  находится  $Q = 5$  различных наборов микроопераций:  $Y_1 = 0$ ,  $Y_2 = \{y_1, y_2\}$ ,  $Y_3 = \{y_3\}$ ,  $Y_4 = \{y_4\}$ ,  $Y_5 = \{y_1, y_3\}$ . Для кодирования этих наборов достаточно  $R_Y = 3$  переменных, т.е.  $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ . Используем принцип частотного кодирования [1] для классов псевдоэквивалентных состояний: чем больше состояний включает класс, тем меньше единиц содержит его код. В нашем случае этот подход отражается в следующих кодах:  $K(B_1) = 11$ ,  $K(B_2) = 00$ ,  $K(B_3) = 01$ ,  $K(B_4) = 10$ .

Закодируем наборы микроопераций так, чтобы уменьшить максимальным образом число термов  $N_0$ . Один из вариантов кодирования показан в карте Карно (Рис. 4).

	$Z_2 Z_3$			
$Z_1$	00	01	11	10
0	$Y_2$	$Y_4$	*	$Y_1$
1	$Y_5$	$Y_3$	*	*

Рисунок 4 – Коды наборов микроопераций автомата  $U_2(\Gamma_1)$

Из рис. 3 и 4 можно получить следующую систему формул:

$$\begin{aligned} y_1 &= Y_2 \vee Y_5 = \overline{z_2 z_3} = \Delta_1; \\ y_1 &= Y_2 = z_1 z_2 z_3 = \Delta_2; \\ y_1 &= Y_3 \vee Y_5 = z_1 = \Delta_3; \\ y_1 &= Y_4 = \overline{z_1 z_3} = \Delta_4. \end{aligned} \quad (17)$$

Коды классов  $B_i \in \Pi_A$  и наборов

микроопераций  $Y_q \subseteq Y$  позволяет получить расширенные коды состояний перехода (5). Например,  $K(a_1) = K(B_1) * K(Y_1) = 11010$ ,  $K(a_2) = K(B_2) * K(Y_2) = 00000$  и так далее.

Преобразованная ПСТ содержит столбцы  $B_i$ ,  $K(B_i)$ ,  $a_s$ ,  $K(a_s)$ ,  $X_h$ ,  $\Phi_h$ ,  $h$ . Назначение этих столбцов очевидно из преобразованной ПСТ МПА Мура  $U_2(\Gamma_1)$ , имеющей  $N_0 = 9$  строк (Табл. 1).

Таблица 1. Преобразованная ПСТ автомата Мура  $U_2(\Gamma_1)$

$B_i$	$K(B_i)$	$a_s$	$K(a_s)$	$X_h$	$\Phi_h$	$h$
$B_1$	11	$a_2$	00000	$x_1$	-	1
		$a_3$	00101	$\overline{x_1 x_2}$	$D_3 D_5$	2
		$a_4$	00001	$\overline{x_1 x_2}$	$D_5$	3
$B_2$	00	$a_5$	01000	$x_3 x_2$	$D_2$	4
		$a_6$	01100	$\overline{x_3 x_2}$	$D_2 D_3$	5
		$a_7$	10001	$\overline{x_3 x_4}$	$D_1 D_5$	6
		$a_8$	10000	$\overline{x_3 x_4}$	$D_1$	7
$B_3$	01	$a_2$	00000	1	-	8
$B_4$	10	$a_1$	11010	1	$D_1 D_2 D_5$	9

Термы  $F_h$  этой таблицы определяются как

$$F_h = \bigwedge_{r=1}^{R_B} J_r^{1r_h} \cdot X_h, \quad (h=1, \dots, N_0), \quad (18)$$

где  $1_{r_h} \in \{0,1\}$  – значение  $r$ -го разряда кода  $K(B_i)$  из  $h$ -й строки таблицы,  $\tau_r^0 = \overline{\tau_r}, \tau_r^1 = \tau_r (r=1, \dots, R_B)$ .

Из этой таблицы формируется система (6), термы  $F_h \in F_0$  определяются выражением (18). Из Табл. 1 имеем термы  $F_h \in F_0$ , например,  $F_1 = \tau_1 \tau_2 x_1$ ,  $F_2 = \tau_1 \tau_2 \overline{x_1 x_2}, \dots, F_9 = \tau_1 \tau_2$ . Функции  $D_r \in \Phi_0$

$$D_r = \bigvee_{h=1}^{N_0} C_{rh} F_h \quad (r=1, \dots, R_B + R_Y), \quad (19)$$

где  $C_{rh}$  – булева переменная, равная единице, если и только если  $D_r=1$  для  $h$ -й строки преобразованной ПСТ ( $h=1, \dots, N_0$ ). Так из Табл. 1 имеем, например,  $D_1 = F_6 \vee F_7 \vee F_9$ .

Анализ системы (17) показывает, что  $Y_0 = \{\Delta_1, \dots, \Delta_4\}$  и каждая функция  $y_n \in Y$  представляется одним термом. В формулу (17) не

входит переменная  $z_2$ , следовательно, матрица  $M_7$  имеет 5 входов и 4 выхода.

Определим площадь, занимаемую матрицами МПА  $U_2(\Gamma_1)$ :  $S(M_5)=2*(4+2)*9=108$ ,  $S(M_6)=9*(2+3)=45$ ,  $S(M_7)=5*4=20$ ,  $S(M_8)=0$ . Отметим, что матрица  $M_8$  в данном случае отсутствует, так как  $N_0=N$  [1]. Итак, для реализации схемы МПА  $U_2(\Gamma_1)$  требуется 173 условных единиц площади и схема имеет три уровня матриц. Для автомата  $U_1(\Gamma_1)$  можно найти, что  $N=19$  и  $S(M_1)=2*(4+3)*19=166$ ,  $S(M_2)=19*3=57$ ,  $S(M_3)=2*3*7=42$ ,  $S(M_4)=4*7=28$ . Итак, схема МПА  $U_1(\Gamma_1)$  занимает 293 условных единиц площади и имеет 4 уровня матриц. Таким образом, расширение кодов состояний перехода позволило в 1,7 раза уменьшить площадь и в 1,3 раза повысить быстродействие комбинационной схемы автомата Мура.

### Заключение

Предлагаемый в работе метод представления кодов состояний ориентирован на уменьшение площади матричной реализации микропрограммного автомата Мура. Этот подход позволяет уменьшить число термов в системе функций возбуждения памяти МПА Мура до соответствующего параметра эквивалентного

автомата Мили. Кроме того предлагаемый метод позволяет уменьшить число термов в системе микроопераций в силу независимости кодов состояний и кодов наборов микроопераций.

Исследование эффективности предложенного метода на стандартных примерах [10] показали, что предлагаемый метод позволяет в среднем уменьшить площадь реализации до 52%. При этом в 86% случаев быстродействие МПА увеличивалось, благодаря отсутствию матрицы  $M_8$ .

Научная новизна предложенного метода заключается в использовании особенностей автомата Мура (наличие классов псевдоэквивалентных состояний) для уменьшения площади матричной схемы автомата.

Практическая значимость метода заключается в уменьшении площади кристалла, занимаемой комбинационной схемой МПА, что позволяет получить схемы, которые обладают меньшей стоимостью, чем известные из литературы аналоги.

Дальнейшие направления работы связаны с исследованием возможности применения предложенного метода для случая реализации устройства управления в базисе FPGA.

### Литература

1. Baranov S. Logic Synthesis for Control Automata. – Kluwer Academic Publishers, 1994. – 312 pp.
2. Соловьев В.В. Проектирование цифровых схем на основе программируемых логических интегральных схем. – М.: Горячая линия - ТЕЛЕКОМ, 2001. – 636 с.
3. DeMicheli G/ Synthesis and Optimization of Digital Circuits. – McGraw-Hill, 1994. – 636 pp.
4. Грушницкий Р.И. Проектирование систем с использованием микросхем программируемой логики / Р.И. Грушницкий, А.Х. Мурзаев, Е.П. Угрюмов. – СПб.: БХВ. - Петербург, 2002. –608 с.
5. Maxfield C. The Design Warrior's Guide to FPGAs. – Amsterdam: Elseveir, 2004. – 541 pp.
6. Smith M. Application=Specific Integrated Circuits. – Boston: Addison-Wesley, 1997. – 836 pp.
7. Nababi Z. Emvedded Core Design with FPGA. – NY: McGraw-Hill, 2008, - 618pp.
8. Баркалов А.А. Принципы оптимизации логической схемы микропрограммного автомата Мура // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 1. – С. 65-72.
9. Баркалов А.А. Уменьшение аппаратных затрат в схеме микропрограммного автомата Мура на CPLD/ Баркалов А.А., Титаренко Л.А., Цололо С.А. // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – 2008. - №7(34).-с.118-123
10. Yang S. Logic Synthesis and Optimization Benchmarks user guide. Technical report, №1991 – IWLS-UG-Saryang.-Microelectronics center of North Carolina.

Поступила в редакцию 15.03.2010