ISSN 1996-1588 | Наукові праці ДонНТУ Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка" | випуск 14(188) 2011

УДК 004.624:004.94:519.85

В.А. Артеменко

Донецкий национальный технический университет
andruhina.vera@gmail.com

Компьютерные оценки решения стохастической транспортной задачи

Рассмотрена стохастическая транспортная задача математического программирования. Предложена процедура решения задачи. Представлены конкретные варианты расчета

Стохастическая транспортная задача, груз, недопоставки, затраты

Введение. Анализ литературы

Для анализа транспортных сетей применяют разнообразные математические модели, вид которых определяется решаемыми задачами, степенью детализации описания движения и математическим аппаратом, используемыми данными. Поэтому не существует полной и ясной классификацию этих моделей. Согласно [1], можно условно выделить три основных класса:

- прогнозные модели,
- имитационные модели,
- оптимизационные модели.

Основой для данной классификации является рассмотрение основной функции математической модели.

Модели прогноза потоков и имитационные модели ставят своей целью адекватное воспроизведение транспортных потоков. Имеется значительное количество моделей, с помощью которых пытаются оптимизировать функционирование транспортных сетей. В этом классе моделей решаются задачи оптимизации маршрутов пассажирских и грузовых перевозок, выработки оптимальной конфигурации сети и др. Методы оптимизации транспортных потоков представляют собой обширную область исследований и здесь имеются множество направлений, которые отражаются в работах [2,3].

Большое количество задач оптимального управления потоками эффективно решаются на основе применения подхода, который представляет собой обобщение и развитие содержательной постановки известной задачи линейного программирования в динамическую область. Под «динамикой» будем понимать учет фактора времени при формулировке самой задачи. Стохастический вариант транспортных задач линейного программирования позволяет обеспечивать достаточно адекватное представление реальных задач организации транспортировок в системе «поставщики - потребители», т.к. позволяет учитывать недетерминированность таких основных важнейших параметров задачи, как спрос, стоимость перевозок и т.п. Такие задачи рассматривались в [4,5] с использованием следующей канонической модели.

Пусть заданы:

m поставщиков грузов и n потребителей;

a_i - объем груза, отправляемого от i -го поставщика, $i = 1,2,...,m$;

b_j - объем груза, доставляемого j -му потребителю, $j = 1,2,...,n$;

$f_{ij}(c_{ij})$-плотность распределения случайной стоимости c_{ij} транспортировки единицы груза от i -го поставщика к j -му потребителю, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$.

Обозначим план перевозок $X = \{x_{ij})$, где x_{ij}- объем груза, перевозимого от i -го поставщика к j -му потребителю, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$.

План $X = \{x_{ij})$ должен удовлетворять естественным ограничениям:

$j=1nxij=a_i$, $i = 1,2,...,m$.

$i=1mxij=b_j$, $j = 1,2,...,n$.

$xij > 0$, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,..., n$.

Обозначим сумму расходов на выполнение плана X через $S(X)$=i=1mj=1n$c_{ij}x_{ij}$

Стандартный путь решения этой задачи оптимизации плана транспортировок состоит в переходе к детерминированному описанию критерия его эффективности. Традиционно используется один из двух способов реализации этого подхода, основанный на оценке средних значений c_{ij}. Модификации этих подходов представлена в [6].

В [7] рассматривается модель целевого программирования с вероятностными ограничениями для стохастической задачи маршрутизации. Для решения стохастической задачи маршрутизации с использованием CCP-модели применяется введенный ранее гибридный алгоритм 6.1[7,с.112].Он объединяет средства статистического моделирования, нейронную сеть и генетический алгоритм. Для рассматриваемой задачи, в него внесены соответствующие изменения, касающиеся структурного представления элементов задачи и их инициализации, а также операций кроссинговера и мутации применительно к особенностям рассматриваемой проблемы. Если рассматривается многоцелевая стохастическая задача маршрутизации, то используется гибридный алгоритм 7.1[7,с.163].

Сегодня на многих крупных предприятиях Украины наблюдается бурное развитие логистики, определение данного направления как отдельной единицы в структуре компании. В любой транспортно-складской системе важно учесть не только транспортные расходы, но и потери на стыке транспорт – потребитель. Потери на стыке могут возникать как следствие случайного разброса времени доставки грузов и случайных отклонений от планового ритма потребления.

Здесь особое внимание стоит уделять таким характеристикам, как продолжительность доставки, распределение объемов производства и потребления во времени, изменение запасов продукта в конечных и промежуточных пунктах.

Известными примерами задач, решаемых на практике, в которых важную роль играют указанные характеристики, являются расчет планов подвода порожняка в соответствии с ритмом погрузки, планов согласованного подвода грузов к морским портам, подвода сырья к крупным потребителям, подвода маршрутов с энергоносителями к ТЭЦ и т.п.

Учет случайного разброса параметров требует стохастической постановки и анализа взаимодействия отправителя и получателя для конкретной формулировки оптимизационной задачи.

Постановка задачи

Следуя [8] , в случае наличия у покупателя распределительного склада для приема продукции при доставке груза возможны следующие варианты ошибок (нестыковок во времени) при получении товара:

1. Детерминированный спрос и случайное время доставки продукции

Определим время доставки $\tau_{ij}(t)$ поставки $u_{ij}(t)$ как имеющее случайный разброс, таким образом, в каждый момент отправления t оно будет равно $\tau_{ij}(t) \pm \varphi_{ij}(t)$, где $\varphi_{ij}(t)$ – случайная величина.

Возможные ошибки при этом случае:

- ранее прибытие продукции: $\tau_{ij}(t) - \varphi_{ij}(t)$. В этом случае возникает дополнительное время на хранение продукции;

- позднее прибытие продукции $\tau_{ij}(t) + \varphi_{ij}(t)$. В этом случае возникает ущерб (недополученная прибыль) от поздней поставки.

2. Детерминированное время хода и случайный спрос.

Отклонение фактического спроса от планового носит случайный характер $\varphi^*_{ij}(t)$.

- ранее потребление и плановое прибытие продукции: $\tau_{ij}(t) - \varphi^*_{ij}(t)$. Возникает ущерб (недополученная прибыль) от недопоставки

- позднее потребление и плановое прибытие продукции: $\tau_{ij}(t) + \varphi^*_{ij}(t)$. Возникают дополнительные затраты на хранение продукции.

3. Случайное время поставки и случайное потребление.

В этом случае два случайных процесса накладываются друг на друга. Продукция может прийти как с опережением $\tau_{ij}(t) - \varphi_{ij}(t)$, так и с опозданием $\tau_{ij}(t) + \varphi_{ij}(t)$. Спрос может носить как опережающий характер $\tau_{ij}(t) - \varphi^*_{ij}(t)$, так и быть позже планового $\tau_{ij}(t) + \varphi^*_{ij}(t)$.

Для упрощения задачи необходимо два случайных процесса свести к одному случайному процессу.

Возможные варианты:

- совпадающий характер отклонений от плана (ранее прибытие и ранее потребление, позднее прибытие и позднее потребление).

При совпадающих отклонениях возникающий в результате ущерб будет незначительным.

- несовпадающий характер отклонений (ранее прибытие и позднее потребление, позднее прибытие и ранее потребление).

При раннем прибытии $\boldsymbol{\tau_{ij}(t) - \varphi_{ij}(t)}$ и позднем потреблении $\boldsymbol{\tau_{ij}(t) + \varphi^*_{ij}(t)}$ возникают большие затраты на хранение продукции на складе.

При позднем прибытии $\tau ij(t) + \varphi ij(t)$ и раннем потреблении $\tau ij(t) - \varphi^* ij(t)$ возникает дефицит продукции, следовательно – недополученная прибыль.

Для перехода к одному случайному процессу заменим $\varphi^*_{ij}(t)$ на $(- \varphi^*_{ij}(t))$, таким образом, отклонения $\varphi^*_{ij}(t)$ и $(-\varphi^*_{ij}(t))$ будут иметь одинаковый содержательный эффект.

Согласно [8], анализ этих различных вариантов учитываем постановкой следующей стохастической транспортной задачи – найти оптимальную по минимуму суммарных затрат на перемещение и простои динамическую структуру потоков с учетом ущерба от недопоставок при случайном разбросе только в потреблении.

Обозначим через *f(x)* плотность функции распределения потребления и через *R(t-z)*, *N(z-t)* штрафные функции за недопоставки и хранение соответственно. Тогда ущерб от недопоставки определяется выражением

$$\int_{z}^{\infty} f(x) R(t-z)dt,$$

а затраты на хранение выражаются аналогичным интегралом

$$\int_{z}^{\infty} f(x) R(t-z)dt,$$

Следовательно, общее математическое ожидание штрафа при перемещении груза к временному моменту *z* определяется формулой

$$F(z) = \int_{-\infty}^{z} f(x) N(z-t)dt + \int_{z}^{\infty} f(x) R(t-z)dt$$

Решение задачи

Определение такого временного значения *z*, при котором значение *F* достигает своего минимума, в нашем случае сводится к нахождению решений уравнения

$$\frac{dF}{dz} = \frac{d}{dz}(\int_{-\infty}^{z} f(t) N(z-t)dt + \int_{z}^{\infty} f(t) R(t-z)dt = 0$$

Используя известное правило дифференцирования интеграла по параметру[9, с.114]

$$\frac{d}{dz}(\int_{u(z)}^{v(z)} g(t,z)dt = \int_{u(z)}^{v(z)} \tfrac{d}{dz}(g(t,z))dt +$$

$$g(v(z),z)\frac{dv}{dz} - g(u(z),z)\frac{du}{dz}$$

получаем, что оптимальное временное значение z должно удовлетворять уравнению

$$\int_{-\infty}^{z} f(t)\frac{d}{dz}N(z-t)dt + \int_{z}^{\infty} f(t)\frac{d}{dz}R(t-z)dt +$$

$$Q(z) = 0$$

В последнем уравнении, учитывая, что *f(t)*=0 при *t*=±∞ (т.к. является функцией плотности распределения вероятностей), имеем

$$Q(z) = f(z)(\frac{d}{dz}N(0) + \frac{d}{dz}R(0)),$$

и, следовательно, оптимальное z удовлетворяет уравнению

$$\int_{-\infty}^{z} f(t)\frac{d}{dz}N(z-t)dt + \int_{z}^{\infty} f(t)\frac{d}{dz}R(t-z)dt +$$

$$f(z)(\frac{d}{dz}N(0) + \frac{d}{dz}R(0)) = 0.$$

Пример расчета

Приведем пример расчета, когда имеем случай с нормированной гауссовой плотностью распределения

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

Исходя из практических соображений, определим функции штрафов за хранение и недопоставки модификациями известной логистической функции Nt-z=A1+eK(t-z-s)

$$R(t-z) = A - \frac{A}{1+e^{k(t-z-s)}},$$

$$N(z-t) = B - \frac{B}{1+e^{k(z-t+s)}},$$

которые представлены на рис. 1.а, б.

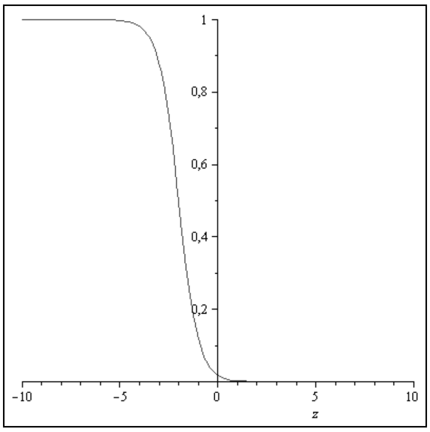

Рисунок 1, а – Значение функций штрафа за хранение

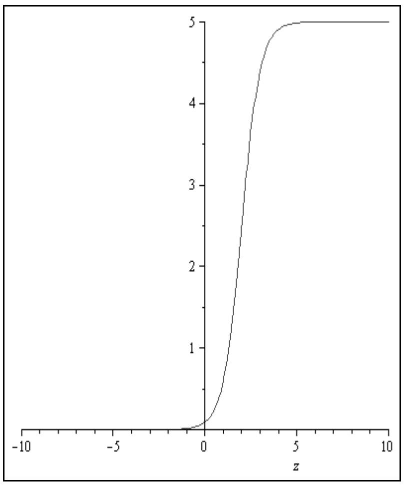

Рисунок 1, б – Значения функции штрафа за недопоставки

Здесь *k*, *s* - эмпирические параметры, которые необходимы для использования логистической функции на практике для более точной оценки реальной ситуации принятия решения о применении штрафных санкций. Далее в расчетах использованы значения *A=1,B=5,k=2,s=2.*

Согласно расчетам при этих параметрах имеем на рис.2 значения производных для штрафных функций за недопоставки и хранение.

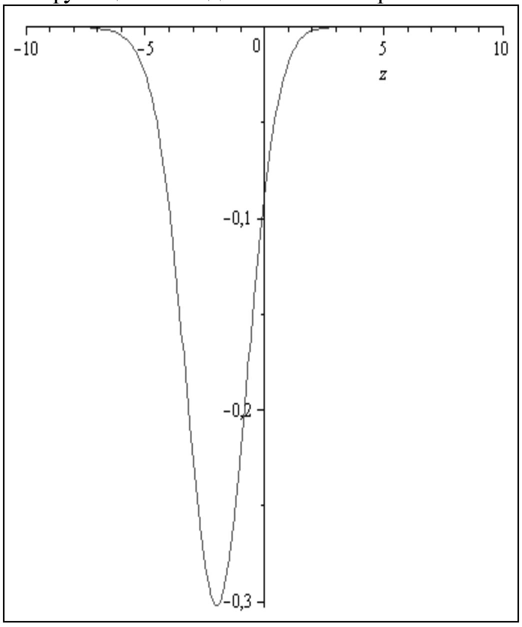

Рисунок 2, а – Значения -∞zftd dzNz-tdt

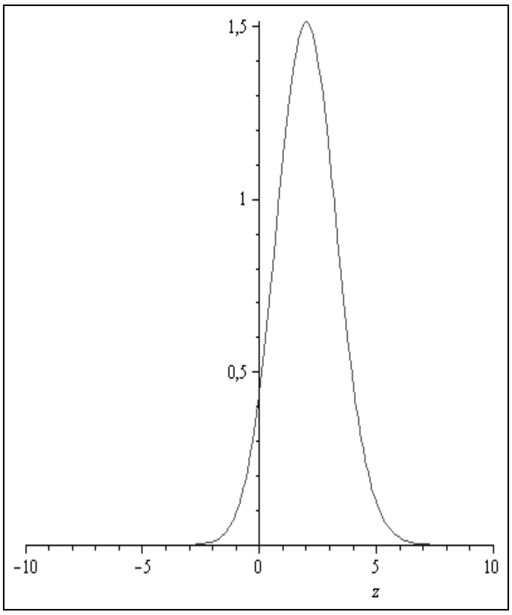

Рисунок 2, б – Значения z∞ftd dzRt-zdt

Имеем на рис.3 значения самой целевой функции F(z)=F1(z)+F2(z), где

F1z=z∞e-12 t2(1-1e2t-2z-4+1)dt

F2z=z∞e-12 t2(5-5e2t-2z-4+1)dt

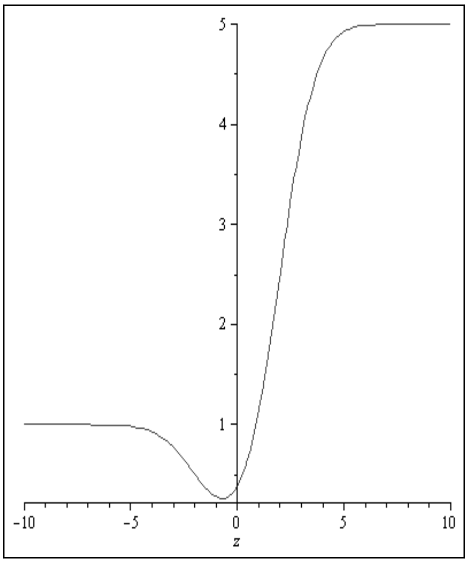

Рисунок 3 – Значения функции *F(z).*

На рис.4 представлена производная целевой функции F'(z)=F1'(z)+F2'(z), где

F1'z=z∞(-2e-12 t2 e2t-2z-4(e2t-2z-4+1)2)dt

F2'z=-∞z(10e-12t2e2z-2t-4e2z-2t-4+12)dt

На рис.5 представлены значения корней функции F′(z) при варьировании значений *k, s.* Согласно ему, величина временного интервала до нормативного расчетного времени прибытия, на который необходимо ориентироваться, обратно пропорциональна значениям *k, s.*

Расчеты выполнялись в системе Maple 12.

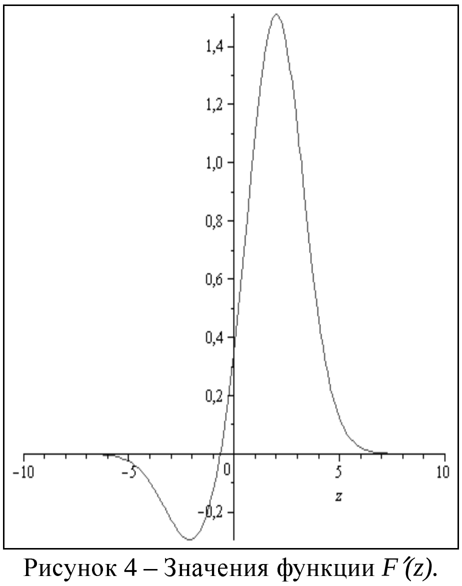

Рисунок 4 – Значения функции *F′(z).*

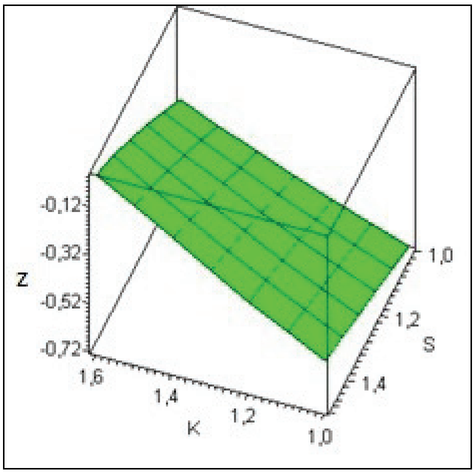

Рисунок 5 – Зависимость оптимального временного запаса для прибытия грузов от k, s.

Выводы

Выполнена постановка стохастической транспортной задачи доставки груза на распределительный центр покупателя с учетом возможных вариантов ошибок (нестыковок во времени) при получении товара.

Построена модель определения оптимального времени доставки продукции. Реализовано программное решение задачи, позволяющее применение данного метода на практике.

Перспективы дальнейшего исследования связаны с вариациями видов функции распределения и функций штрафов.

Список литературы

1. Швецов С.И. Математическое моделирование транспортных потоков / С.И. Швецов // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 11. – С.3-46.
2. Автоматизация планирования и управления транспортными системами / Лившиц В.Н., ред. – М.: Транспорт, 1987.
3. Стенбринк П.А. Оптимизация транспортных сетей / П.А. Стенбринк. – М.: Транспорт, 1981.
4. Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования / Д.Б. Юдин. – М.: Сов. радио, 1979. - 385с.
5. Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования / Д.Б. Юдин. - М.: Сов. радио, 1979. - 385с.
6. Серая О.В. Стохастическая транспортная задача. Нечетко – случайная модель / О.В. Серая // ІКСЗТ. – 2009. – №4. – С.16-19.
7. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования / Лю Б.; пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2005. – С.416.
8. Александров А.Э. Стохастическая постановка динамической транспортной задачи с задержками с учетом случайного разброса времени доставки и времени потребления / А.Э. Александров, Н.В. Якушев // Управление большими системами. – 2006. – Вып. 12-13. – С.5-14.
9. Корн Г. Справочник по математике: для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

Надійшла до редколегії 10.09.2011

В.О. АРТЕМЕНКО
Донецький національний технічний університет

Комп'ютерні оцінки рішення стохастичної транспортної задачі.

Розглянуто стохастична транспортна задача математичного програмування. Запропонована процедура вирішення задачі. Представлені конкретні варіанти розрахунку.

Стохастична транспортна задача, вантаж, недопоставки витрати

V. ARTEMENKO
Donetsk National Technical University

Computer estimations of the decision of a stochastic transport problem.

The stochastic transport problem of mathematical programming is considered. Procedure of the decision of a problem is offered. Concrete variants of calculation are presented.

Stochastic transportation problem, cargo, short delivery costs