

УДК 004.853

К.К. Кадомский  
Донецкий национальный университет  
kadomsky@ukr.net

## Сеть ART с нечеткими весами связей

*Рассмотрена задача структурной классификации нечетких образов. Построение классификатора рассматривается как задача обучения без учителя, которая решается при помощи сети ART с нечеткими весами связей. Обоснована неэффективность существующих модификаций сетей ART при работе с нечеткими входными данными. Рассмотрены основные отличия усовершенствованной модели, которые повышают ее эффективность.*

**Нечеткие системы, системы автоматического управления, машинное самообучение, классификация нечетких образов, теория адаптивного резонанса, нейронподобные сети**

### Введение

Задача структурной классификации нечетких образов возникает в нечетких системах ситуационного управления [1, 2] и поддержки принятия решений [3], где входная информация о состоянии объекта управления представлена в нечетком либо лингвистическом виде [4]. В таких системах значения наблюдаемых параметров измеряются неточно, либо оцениваются с некоторой долей уверенности на основе неполной информации. Целью классификации является переход от нечетких данных измерений к абстрактным категориям ситуаций и решений (реакций либо действий системы), удобным для построения отображения множества ситуаций во множество решений. В данной статье построение классификатора в процессе работы системы рассматривается как задача кластеризации нечетких образов [5]. Эта задача решается с использованием принципов теории адаптивного резонанса (adaptive resonance theory, ART) [6, 7].

Теория адаптивного резонанса является наиболее полной формальной моделью известных нейрофизиологических процессов, связанных с обучением и распознаванием сложных образов человеком, таких как внимание и «схватывание» сложных перцептивных образов. Сеть ART реализует последовательный конкурентный алгоритм кластеризации, известный как конкурентное обучение (competitive learning) [5]. Этот алгоритм эффективен при работе с описаниями ситуации на основе признаков. Однако, существующие базовые модели сети ART (fuzzy ART [7], distributed ART (dART) [8]) работают с аналоговыми (не нечеткими) входными данными. В случае нечетких входных данных используются специальные преобразования входного образа в обычный аналоговый вектор большей размерности [9, 10].

Эффективность классификации при этом снижается.

В работе предлагается модификация сети ART, которая непосредственно поддерживает нечеткое представление данных и позволяет повысить эффективность и качество классификации нечетких образов.

### Общая постановка проблемы

Имеется конечный набор входных образов  $I = \{\mathbf{I}^{(t)}\}_{t=1}^k \subset \bar{P}$  из пространства нечетких образов  $\bar{P}$ . Каждый образ представлен в виде нечеткого вектора признаков, т.е. упорядоченного набора из  $n$  нечетких чисел [4].

$$\mathbf{I}^{(t)} = \left( \underset{\sim}{X}_i^{(t)} \right)_{i=0}^n \quad (1)$$

где  $\underset{\sim}{X}_i^{(t)}$  - нечеткое число вида (2), которое характеризует значение  $i$ -го признака;

$$\underset{\sim}{X}_i^{(t)} = \{x \mid \mu_{X_i^{(t)}}(x)\}_{x \in X_i}, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

$X_i \subseteq R$  - его базовое множество;

$\mu_{X_i^{(t)}}(x)$  - функция принадлежности.

Входные образы предъявляются по одному. Пусть задана оценка степени сходства нечетких образов  $s: \bar{P}^2 \rightarrow [0; 1]$ . Необходимо построить разбиение  $C = (\underset{\sim}{C}'_j)_{j=1}^m$  множества входных образов  $I$  на основе оценки сходства  $s$ , где  $\underset{\sim}{C}'_j$  - компактные в смысле оценки  $s$  нечеткие подмножества  $I$ . Классом либо категорией образов будем называть компактное в смысле оценки  $s$  нечеткое подмножество признакового

пространства  $\tilde{C}_j = \{\mathbf{x} \mid \mu_{C_j}(\mathbf{x})\} \subset X_1 \times \dots \times X_n$ .  
Здесь предполагается, что многомерную функцию принадлежности категории  $\mu_{C_j}(\mathbf{x})$  можно представить в виде набора ее одномерных проекций  $\mathbf{w}_j \in \bar{P}$ ,  $j = \overline{1, m}$  [2]. Тогда при заданных  $I$  и  $s$  набор категорий однозначно определяет искомое разбиение  $C$ , и задача классификации сводится к нахождению нечетких векторов  $\mathbf{w}_j$ .

**Классическая сеть fuzzy ART**

Сеть fuzzy ART [4] предназначена для решения частного случая поставленной задачи, когда входные образы представлены аналоговыми векторами признаков:  $\mathbf{I}^{a(t)} = (x_i^{(t)})_{i=1}^n$ , и пространство входных образов совпадает с признаковым пространством:  $\bar{P} = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n = [0; 1]^n$ . В этом случае категории  $C_j$  являются обычными прямоугольными подмножествами  $\bar{P}$ . Комплементарное кодирование [6, 7] каждому входному образу  $\mathbf{I}^a \in \bar{P}$  ставит в соответствие нормированный вектор  $\mathbf{I} \in \bar{P}^2$ , такой что  $\mathbf{I} = (\mathbf{I}^a, \mathbf{I}^c)$ ,  $\mathbf{I}^c = 1 - \mathbf{I}^a$ ; каждое прямоугольное подмножество  $C_j \subset \bar{P}$  отображается в единственный вектор  $\mathbf{w}_j = (\mathbf{w}_j^a, \mathbf{w}_j^c) \in \bar{P}^2$ . В качестве оценки степени сходства  $s$  в пространстве  $\bar{P}^2$  используется отношение (3).

$$s(\mathbf{I}, \mathbf{w}_j) = \frac{|\mathbf{I} \wedge \mathbf{w}_j|}{|\mathbf{I}|} \tag{3}$$

Нечеткий входной образ (1) перед подачей на вход сети предварительно преобразуется в обычный аналоговый вектор большей размерности  $\mathbf{I}^a \in \bar{P}^l$ . Каждое нечеткое число  $X_i$  заменяется набором аналоговых значений функции принадлежности  $(\mu_{X_i}(x_{i1}), \dots, \mu_{X_i}(x_{il}))$ , вычисленных с некоторым шагом дискретизации по базовому множеству  $X_i$ . В случае лингвистического описания входного образа значение каждой лингвистической переменной заменяется вектором активности ее термов [9, 10].

Критерием резонанса, т.е. критерием отнесения образа  $\mathbf{I}$  к категории  $C_j$ , служит неравенство (4).

$$s(\mathbf{I}, \mathbf{w}_j) \geq \rho \tag{4}$$

где  $\rho \in (0; 1)$  – параметр чувствительности сети.

Для комплементарно кодированных векторов  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{w}_j$  это эквивалентно условию  $|\mathbf{I}^a - \mathbf{w}_j^a|^+ + |\mathbf{w}_j^c - \mathbf{I}^c|^+ < n - \rho n$ , где  $[x]^+ = \max\{x, 0\}$ . После первой итерации обучения [7] имеем:  $\mathbf{w}_j^{(1)} = \mathbf{I}^{(0)}$ ,  $|\mathbf{I}^a - \mathbf{I}^{a(0)}| < n - \rho n$ . Т.е. оценка степени близости образов (3) основана на метрике Хэмминга (5) [1, 2] в векторном пространстве  $\bar{P}^l$ .

$$d(\mathbf{I}, \mathbf{w}_j) = \frac{|\mathbf{I} - \mathbf{w}_j|}{n} \tag{5}$$

Для нечетких образов оценки расстояния, основанные на метриках в пространстве  $\bar{P}^l$ , неэффективны, поскольку:

а) Расстояние  $d$  между любыми двумя неравными обычными числами стремится к 0 при увеличении количества точек дискретизации  $l$ . Так, в случае расстояния Хемминга (5) имеем

$$d(\mathbf{I}, \mathbf{w}_j) = a/l, \text{ где } a = \sum_{k=1}^l |\mu_I(x_k) - \mu_{w_j}(x_k)| = 2.$$

б) Пространство нечетких чисел не является метрическим, в частности для него не справедлива аксиома треугольника. Действительно, одним из элементов пространства  $\bar{P}^l$  является бесконечно размытое нечеткое множество, которое обобщает все возможные нечеткие числа, и потому должно иметь нулевое расстояние до любого элемента  $\bar{P}^l$ .

в) Обобщение по признакам [11], которое реализует сеть ART, и обобщение в терминах дискретного множества значений степени уверенности (например, значений степени активности термов лингвистических переменных) имеют различную семантику. Для примера рассмотрим процедуру сравнения входного образа с прототипом категории. Для отнесения образа к категории необходима определенная степень близости значений признаков в образе и в прототипе, однако близость значений функций принадлежности в общем случае не обязательна.

Известно множество модификаций модели ART, которые используют различные способы представления входных образов и различные модификации алгоритма обучения. Наиболее интересны из них ARTMAP [4], реализующая обучение с учителем, distributed ART (dART) [8], реализующая распределенный алгоритм обучения, подобно нейронным сетям прямого распространения, и fusion ART [12], поддерживающая обучение с подкреплением. Общим недостатком этих моделей в случае

нечетких входных данных остается необходимость предварительного преобразования входного образа. В результате:

а) Увеличивается размерность входных образов и объем ресурсов, необходимых для работы сети;

б) Алгоритм классификации не получает никакой информации о числовых значениях признаков входного образа и поэтому не может выявить количественные отношения между ними;

в) Поскольку оценка степени сходства (3) в ряде случаев не является информативной, наблюдаются ошибки распознавания нечетких образов сетью fuzzyART.

**Сеть ART с нечеткими весами связей**

Для преодоления указанных недостатков предлагается использовать нечеткие веса связей  $F_1 \rightarrow F_2$  и нечеткое представление входных образов (1). Числовое значения веса  $w_{ij} \in [0;1]$  заменяется нечетким числом  $\tilde{w}_{ij} \subseteq [0;1]$ , которое задается параметрически в виде тройки чисел  $(w_{ij}, h_{ij}, c_{ij}) \in [0;1]^3$ , где  $w_{ij}$  - центр тяжести нечеткого числа [4];  $h_{ij}$  - высота;  $c_{ij}$  - степень концентрированности либо разрешающая способность. Параметрическое представление содержит информацию о наиболее информативных свойствах нечеткой величины, но не зависит от типа функции принадлежности. Например, нечеткой величине  $\tilde{a} = (0.4, 1.0, 0.6)$  соответствует семейство функций принадлежности (см. рис. 1).

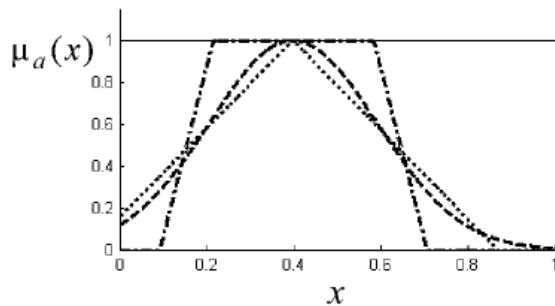


Рисунок 1 – Функции принадлежности различных типов для нечеткой величины  $\tilde{a} = (0.4, 1.0, 0.6)$

Каждая категория  $\tilde{C}_j$  определяется нечетким вектором:

$$\mathbf{w}_j = (w_{ij}, h_{ij}, c_{ij})_{i=1}^n = (v_i^{w_j}, h_i^{w_j}, c_i^{w_j})_{i=1}^n$$

Аналогично кодируется и входной нечеткий вектор:

$$\mathbf{I} = (v_i^I, h_i^I, c_i^I)_{i=1}^n$$

Предлагается использовать оценку степени сходства (6).

$$s\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\} = 1 - \frac{d\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}}{\sqrt{n}} \tag{6}$$

где  $d\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$  - оценка расстояния в пространстве нечетких образов  $\bar{P}$ , вычисляемая по формуле (7);

$$d\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\} = \left\| \left( (v_i^a - v_i^b) c_i^a c_i^b, (h_i^a \wedge h_i^b), (c_i^a \wedge c_i^b) \right)_{i=1}^n \right\| \tag{7}$$

$\|\cdot\|$  - взвешенная норма (8);

$$\left\| (v_i, h_i, c_i)_{i=1}^n \right\| \equiv \left( \frac{n \sum_{i=1}^n (v_i h_i c_i)^2}{\sum_{i=1}^n (h_i \vee \alpha) \cdot (c_i \vee \alpha)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

$\vee_+$  - нечеткая дизъюнкция:

$$a \vee_+ b = a + b - ab$$

Оценка (7) является аналогом статистической корреляционной оценки расстояния Махаланобиса [13], модифицированной для случая нечетких множеств.

Процесс обучения сети заключается в формировании нечетких весов связей  $F_1 \rightarrow F_2$  и происходит в режиме онлайн (одновременно с работой сети). При подаче нового входного образа для каждой активной категории ( $j$ ) веса связей  $\tilde{w}_{ij}$  изменяется по формулам (9)-(11).

$$w_{ij}^{new} = (1 - \beta_{ij}^w) \cdot w_{ij} + \beta_{ij}^w \cdot v_i^I, \tag{9}$$

$$h_{ij}^{new} = (1 - \beta_{ij}^h) \cdot h_{ij} + \beta_{ij}^h \cdot (h_i^I \vee_+ h_{ij}), \tag{10}$$

$$c_{ij}^{new} = (1 - \beta_{ij}^c) \cdot c_{ij} + \beta_{ij}^c \cdot (c_i^I \wedge (1 - |w_{ij} - v_i^I| c_{ij} c_i^I)) \tag{11}$$

В случае конкурентного кодирования категорий ("winner takes all", WTA) [6,7] имеется единственная активная категория-лидер; в случае распределенного кодирования [8], количество активных категорий определяется используемым методом сжатия кода категории. Скорость обучения, в отличие от существующих моделей ART, является функцией текущего входного образа и состояния сети: (12)-(14).

$$\beta_{ij}^w = \beta \cdot (h_i^l c_i^l \wedge h_{ij} c_{ij}), \quad (12)$$

$$\beta_{ij}^h = \beta \cdot h_i^l c_i^l \cdot (1 - |w_{ij} - v_i^l| c_{ij} c_i^l), \quad (13)$$

$$\beta_{ij}^c = \beta \cdot h_i^l c_i^l \quad (14)$$

### Результаты

На рис. 2 показан фрагмент обучающей выборки, состоящий из четырех нечетких образов:  $\mathbf{I}^{(0)}$ ,  $\mathbf{I}^{(1)}$ ,  $\mathbf{I}^{(2)}$ ,  $\mathbf{I}^{(3)}$ . Для их обобщения использовалась сеть ART с нечеткими весами связей, которая имеет три входа ( $n=3$ ) и для которой заданы следующие значения параметров:  $\alpha=0.1$ ,  $\beta=0.5$ ,  $\rho=0.8$ . Все входные образы сетью отнесены к категории  $C_1$ , которая определяется нечетким вектором весов  $\mathbf{w}_1$  и обобщает данное подмножество входных образов.

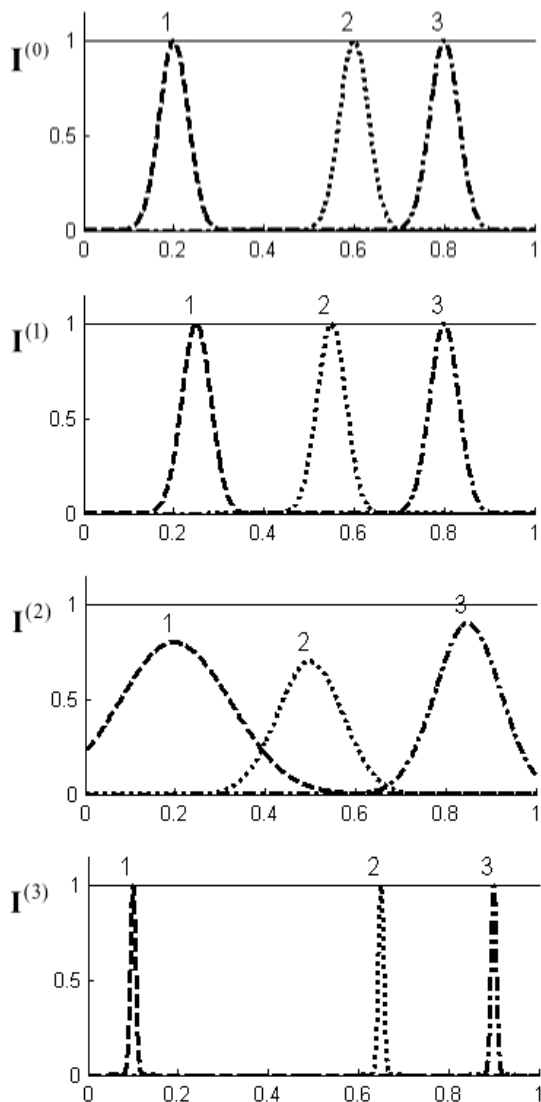


Рисунок 2 – Фрагмент обучающей выборки

До начала обучения вектор  $\mathbf{w}_1$  не определен. На каждой итерации он изменяется по формулам (9)-(11), как показано на рис. 3.

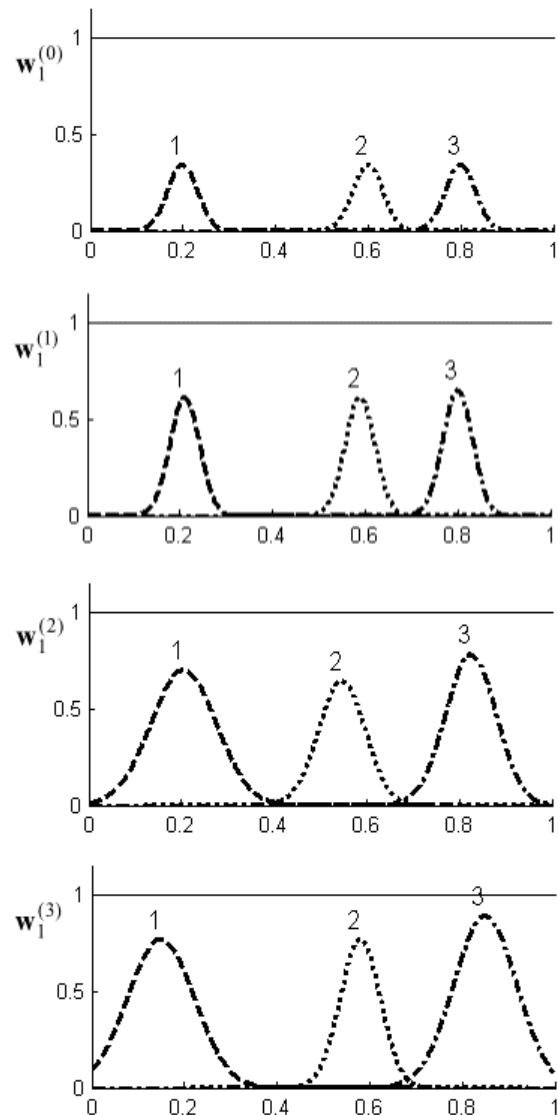


Рисунок 3 – Иллюстрация процесса обучения обобщенной сети ART

По мере обучения уверенность, с которой определены значения весов,  $(h_{ij})$  возрастает; степень концентрированности  $(c_{ij})$  учитывает внутриклассовую изменчивость данных. На каждом этапе категория  $C_1$  допускает интерпретацию в виде лингвистического правила с параметрически заданными терм-множествами.

Для сравнения на рис. 4 показан процесс обучения сети fuzzy ART на той же обучающей выборке. Здесь также сформирована одна категория ( $C_1$ ), однако изменчивость данных приводит к искажению функции принадлежности категории. В результате на очередной итерации

обучения ( $t = 4$ ) неискаженный входной образ  $\mathbf{I}^{(0)}$  не был отнесен к своей категории  $C_1$ .

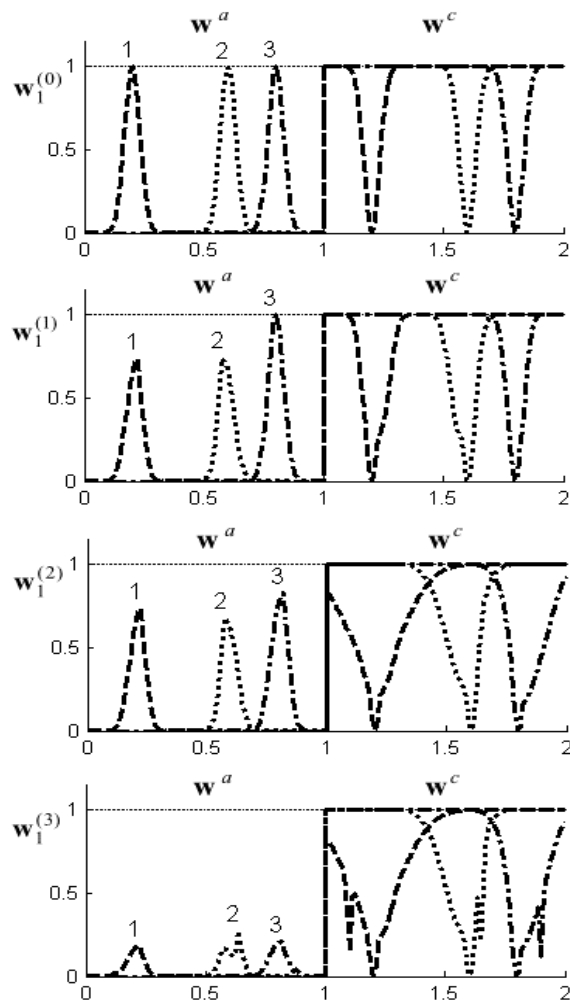


Рисунок 4 – Иллюстрация процесса обучения сети fuzzy ART

## Выводы

Теория адаптивного резонанса (ART) используется для моделирования известных нейрофизиологических процессов, связанных с обучением и распознаванием сложных образов человеком. Сеть ART реализует кластеризацию множества образов, которые представлены обычными векторами признаков. Для нечетких либо лингвистических входных данных существующие модели неэффективны. Предложена усовершенствованная модель сети ART, которая поддерживает нечеткие веса связей и непосредственно работает с нечетким представлением входных образов. Предложенная модель позволяет повысить эффективность применения принципов ART в задаче структуризации базы знаний нечеткой системы управления по сравнению с существующими исследованиями [9, 10]. Модель апробирована в составе системы управления роботом Lego® Mindstorms® NXT 2.0. В дальнейшем предполагается обобщение модели на случай сложных динамических входных данных.

## Список литературы

1. Мелихов А.Н. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А.Н. Мелихов, Л.С. Берштейн, С.Я. Коровин. – М. : Наука. Физматлит, 1990. – 272 с.
2. Каргин А.А. Введение в интеллектуальные машины / А.А. Каргин // Интеллектуальные регуляторы. – 2010. – К. 1. – 526 с.
3. Marakas G.M. Decision support systems in 21st century - US edition / G.M. Marakas. - Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall, 1999. – 528 p.
4. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. - СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с. - (Мастер решений).
5. Romesburg C. Cluster analysis for researchers / Н. Charles Romesburg. – New York : Lulu Press, 2004. – 344 p.
6. Carpenter G.A., Grossberg S. Adaptive resonance theory : the handbook of brain theory and neural networks / in M. A. Arbib (ed.). – 2nd edition. – Cambridge, MA : MIT Press, 2003. – P. 87-90.
7. Carpenter G.A. Fuzzy ART: fast stable learning and categorization of analog patterns by an adaptive resonance system / Carpenter G.A., Grossberg S, Rosen D.B. // Neural Networks. – 1991. - No. 4. – P. 759-771.

8. Carpenter G. A. Distributed learning, recognition, and prediction by ART and ARTMAP neural networks / G.A. Carpenter // *Neural networks*. - 1997. – Vol. 10, N. 8. - P. 1473-1494.

9. Нечаев Ю.И. Анализ сложных ситуаций на основе принципа адаптивного резонанса в высокопроизводительных системах обучения и принятия решений / Ю.И. Нечаев, О.Н. Петров // *Телематика'2005 : XII Всероссийская научно-методическая конференция : материалы*. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2005. - Т. 1. – С. 301-302.

10. Нечаев Ю.И. Распознавание динамических ситуаций с помощью нейронных сетей / Ю.И. Нечаев, И.А. Кириухин // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. – 2007. - № 6. – С. 34-42.

11. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика / Д.А. Поспелов. – М. : Наука. – Гл. ред. фнз.-мат. лит., 1986. – 288 с. – (Проблемы искусственного интеллекта).

12. Tan A.-H. Intelligence through interaction: towards a unified theory for learning / Tan A.-H., Carpenter G.A., Grossberg S // *Advances in neural networks*. – 2007. – N. 1. – P. 1094-1103.

13. Maesschalck R. de. The Mahalanobis distance / R. De Maesschalck, D. Jouan-Rimbaud, D. L. Massart // *Chemometrics and intelligent laboratory systems*. – 2000. – Vol. 50. Issue 1 (4 January 2000). – P. 1–18.

*Надійшла до редколегії 20.05.2011*

### **К.К. КАДОМСЬКИЙ**

Донецький національний університет

#### **Мережа ART з нечіткими вагами зв'язків**

Розглянуто задачу структурної класифікації нечітких образів. Побудова класифікатора розглядається як задача навчання без вчителя, яка вирішується за допомогою мереж ART із нечіткими вагами зв'язків. Обґрунтована неефективність існуючих модифікацій мереж ART при роботі з нечіткими входними даними. Розглянуті основні відмінності удосконаленої моделі, що підвищують її ефективність.

*Нечіткі системи, системи автоматичного керування, машинне самонавчання, класифікація, теорія адаптивного резонансу, нейроподібні мережі*

### **C. KADOMSKY**

Donetsk national technical university

#### **The ART network with fuzzy pathway weights**

The problem of structural fuzzy classification is addressed. The synthesis of classifier is viewed as a problem of unsupervised learning which is solved using the ART network with fuzzy pathway weights. The inefficiency of existing ART network modifications which fuzzy input processing is proved. The basic differences of the advanced model which raise its efficiency are considered.

*Fuzzy systems, automatic control systems, machine unsupervised learning, fuzzy classification, adaptive resonance theory, neurolike networks*