Чисельні методи й математичне моделювання

УДК 004.855.5::517.521.15

О.Ю. Колларов[1], канд. техн. наук,
Т.В. Алтухова[2], аспірант
[1] Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет»
[2] Красноармійський індустріальний інститут ДВНЗ «ДонНТУ», Україна
tanyalt1@rambler.ru

Застосування методу зворотного поширення похибки в задачах апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів степеневими рядами

В даній роботі розглянуто питання застосування алгоритму зворотного поширення похибки задля оптимізації значень коефіцієнтів багатовимірного функціонального ряду Тейлора з метою підвищення точності ідентифікації та апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів систем управління.

Ключові слова: багатомірний нелінійний об'єкт, ряд Тейлора, штучна нейронна мережа, ідентифікація, метод зворотного поширення похибки.

Вступ

Сучасні розробки вітчизняних і закордонних вчених спрямовані на пошуки оптимальних топологій штучних нейронних мереж та алгоритмів їх тренування з огляду на універсальність застосування останніх в задачах автоматичного управління складними нелінійними об'єктами. Загально відомо, що багато змінних стану не можуть бути ідентифіковані або виміряні класичними способами, що ставить задачу пошуку більш точних методів ідентифікації змінних стану багатовимірних об'єктів систем керування. Вирішення даної задачі, крім іншого, полягає у використанні методів теорії наближення функцій степеневими рядами разом із методами теорії штучного інтелекту. Необхідно звернути увагу і на те, що поєднання цих методів дасть можливість зекономити обчислювальні ресурси за рахунок оптимізації структури степеневого ряду.

Аналіз вітчизняних і закордонних публікацій виявив, що питанню ідентифікації нелінійних багатовимірних об'єктів систем керування присвячено багато наукових праць і досліджень [1,2,3,4], втім питання застосування методів теорії штучного інтелекту у симбіозі із теорією функціональних степеневих рядів, зокрема із рядами Тейлора для багатовимірного випадку, не висвітлено в достатній мірі.

З вище наведеного випливає основна мета дослідження - застосувати алгоритм зворотного поширення похибки для оптимізації коефіцієнтів багатовимірного степеневого ряду Тейлора задля покращення апроксимаційних характеристик останнього, що має довести доцільність такого симбіозу у питаннях підвищення точності ідентифікації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування.

Опис

Для детального аналізу представимо розвинення цільової функції багатьох змінних у вигляді багатовимірного функціонального ряду Тейлора:

$$f(x,y)=\sum_{k=0}^{n}\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^k\cdot f(x_0,y_0)}{k!}+ \quad (1)$$
$$+R_k(x,y),$$

де n – кількість змінних;

x, y – змінна функції;

$R_k(x,y)$ – залишковий член у формі Лагранжа:

$$R_k(x,y)=\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^{k+1}\cdot f(\xi,\zeta)}{(k+1)!}, \quad (2)$$

$\xi\in[x_0,x], \zeta\in[y_0,y]$

Отже формула представлення функції $f(x,y)$ у вигляді багатомірного функціонального ряду Тейлора має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}f(x,y)&=a_0+a_1\cdot\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]+\\&+a_2\cdot\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^2}{2!}+\ldots+\\&+a_k\cdot\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^k}{k!}+\\&+\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^{k+1}\cdot f(\xi,\zeta)}{(k+1)!},\end{aligned} \quad (3)$$

де a – невідомі коефіцієнти при відповідних членах функціонального ряду.

Для дослідження обрали довільну цільову функцію двох змінних, яка представлена у формі:

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + x \cdot e^{\left(y^2 - x^2\right)} + 5, \quad (4)$$

Після розкладення у функціональний ряд Тейлора даної вихідної функції до 6 членів ряду, остаточна формула функції $f(x,y)$ у вигляді багатомірного ряду буде представлена як:

$$f(x,y) = \frac{x^5}{2} - x^3 \cdot y^2 - x^3 + x^2 + \frac{x \cdot y^4}{2} + + x \cdot y^2 + x + y^2 + 5, \quad (5)$$

Не важко помітити, що функціональний ряд Тейлора (5) описує еквівалентну йому штучну нейронну мережу, яка містить вхідний, вихідний шари та два приховані. Дана нейронна мережа представлена на рисунку 1.

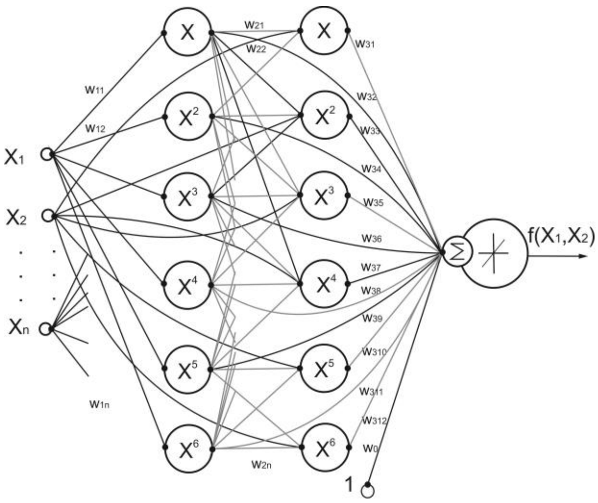


Рисунок 1 - Штучна нейронна мережа на базі функціонального ряду Тейлора (5)

На рисунку 2 зображена первісна багатомірна цільова функція $f(x,y)$, тоді як рисунок 3 є результатом ідентифікації функціонального взаємозв'язку двох змінних (5).

Якщо дана функціональна залежність (5) описує еквівалентну штучну нейронну мережу прямого поширення, то у якості вагових коефіцієнтів вихідного шару виступають коефіцієнти при відповідних членах ряду Тейлора, що дає змогу застосувати найпоширеніші алгоритми тренування нейронних мереж з метою підвищення точності апроксимаційних характеристик багатовимірного функціонального ряду Тейлора.

Найпоширенішим з усіх алгоритмів тренування штучних нейронних мереж є алгоритм зворотного поширення похибки [5-9].

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \cdot e_j(n) \cdot \varphi_j'\left(\upsilon_j(n)\right) \cdot y_j(n), \quad (6)$$

де η - параметр швидкості навчання алгоритму зворотного поширення похибки;

$e_j(n)$ - сигнал похибки вихідного нейрону j на ітерації n:

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n), \quad (7)$$

$y_j(n)$ - функціональний сигнал на виході нейрону j на ітерації n;

$\varphi_j'\left(\upsilon_j(n)\right)$- похідна відповідної функції активації.

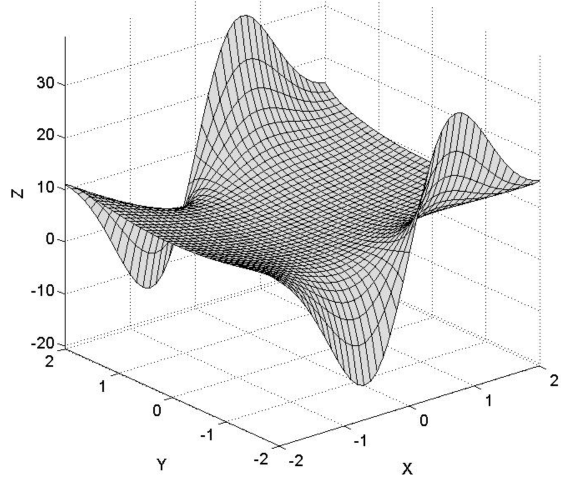


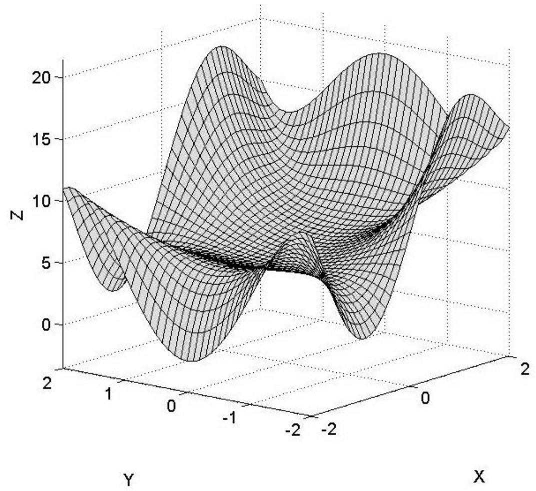
Рисунок 2 - Зображення первісної цільової функції

Виходячи зі структури отриманої штучної нейронної мережі, доцільним є застосування алгоритму до коефіцієнтів при відповідних членах степеневого ряду Тейлора (5).

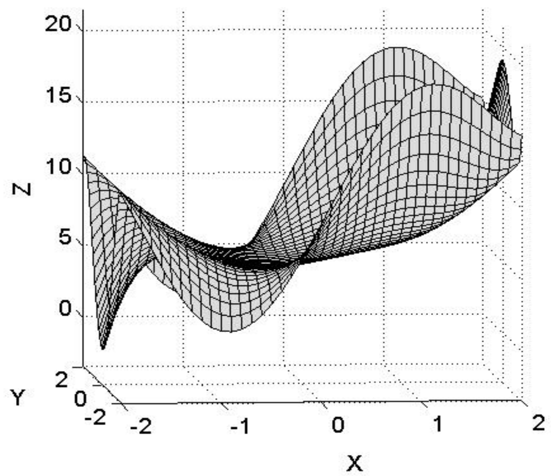
Після тренування штучної нейронної мережі (рис.1) шляхом послідовного пред'явлення вхідних образів з одночасним підстроюванням вагових коефіцієнтів через алгоритм зворотного поширення похибки, було досягнуто бажаний результат (таб. 1).

В таблиці 1 представлено вагові коефіцієнти синапсів до і після тренування, а на рисунку 4 зображено результат застосування алгоритму тренування до багатовимірного функціонального ряду Тейлора.

На рисунку 4,б можна помітити, що на проміжку (-1,1) коливання багатовимірного нелінійного об'єкту після застосування алгоритму тренування відносно результату ідентифікації функціонального взаємозв'язку на базі ряду Тейлора (рис. 3,б) значно зменшилися, тобто відносне відхилення від первісної цільової функції до тренування складатиме 54,4%, а після тренування – 21,63%. З рисунків 3,б та 4,б і з вище сказаного видно, що максимальна відносна похибка на проміжку (-1,1) функціонального ряду Тейлора значно вища ніж нейронної мережі, тобто застосування алгоритму зворотного поширення похибки до штучної нейронної мережі на базі ряду Тейлора допомогло значно знизити відносну похибку.

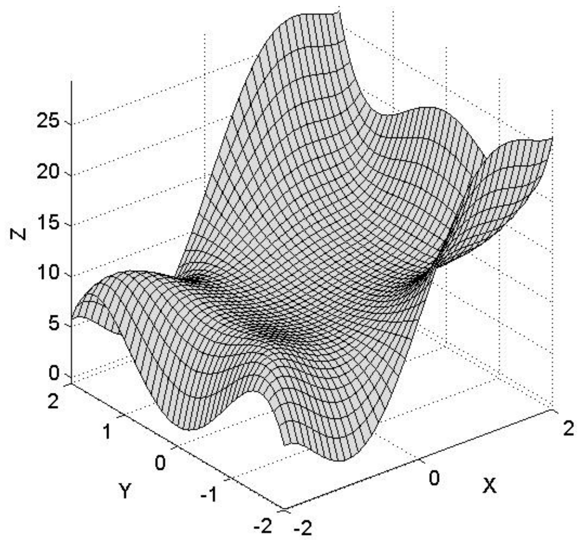


а)

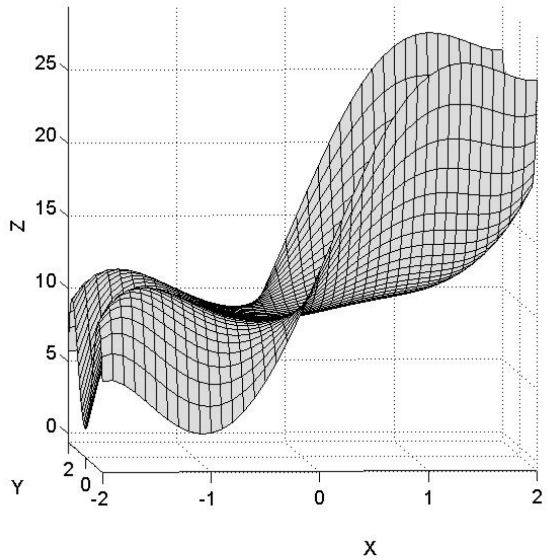


б)

Рисунок 3 - Результат ідентифікації функціонального взаємозв’язку зображеного графічно на рисунку 1



а)



б)

Рисунок 4 - Результат застосування алгоритму зворотного поширення похибки до коефіцієнтів багатовимірного функціонального ряду Тейлора

Таблиця 1 – Результати тренування нейронної мережі

Вагові коефіцієнти	w_0	w_{31}	w_{32}	w_{33}	w_{34}	w_{35}	w_{36}	w_{37}	w_{38}	w_{39}	w_{310}	w_{311}	w_{312}
Ряд Тейлора	5	0	1	1	1	0	-1	0,5	0	0,5	0	0	0
Нейронна мережа	6,12	0,0213	1,34	1,062	1,13	0,005	-1,57	0,724	0,001	0,64	0,002	0,003	0,001

Висновки

В даній статті розглянуто питання підвищення точності ідентифікації та апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування на прикладі багатовимірного функціонального ряду Тейлора. Запропонований підхід оптимізації коефіцієнтів степеневого ряду через застосування алгоритму зворотного поширення похибки є ефективним в задачах ідентифікації та апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів, що підтверджується отриманим результатом, а саме зменшенням максимальної відносної похибки апроксимації до 21,63%.

Список використаної літератури

1. Крючин О.В. Параллельные градиентные алгоритмы подбора весовых коэффициентов / О.В. Крючин, Е.В. Вязовова // Вестн. Тамб. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки. – 2013. – Т. 18, N 1. – С. 183-187.
2. Telyakovskii S.A. Convergence of multiple Fourier series for functions of bounded variation / S.A. Telyakovskii, V.N. Temlyakov. – Moscow: Steklov Mathematical Institute. Mathematical Notes. – 1997. – №61 (4). – P. 583 – 595.
3. Царегородцев В.Г. Определение оптимального размера нейросети обратного распространения через сопоставление средних весов синапсов / В.Г. Царегородцев // Материалы XIV Международной конференции по нейрокибернетике. – Ростов н/Д., 2005. – Т.2. – 60-64.
4. Hui C.-L. (ed.) Artificial Neural Networks – Application. Издательство InTech, 2011, – 598 p.
5. Хайкин, Саймон. Нейронные сети: полный курс; пер. с англ. – [2-е изд.] – М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. – 1104 с. : ил. ; парал. тит. англ.
6. Боровиков В.П. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks. Методология и технологии современного анализа данных / В.П. Боровиков. – М.:Горячая линия - Телеком, 2008. – 392 с.
7. Барский А.Б. Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений / А.Б. Барский. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 176 с.: ил. – (Прикладные информационные технологии).
8. Suzuki K. (ed.) Artificial Neural Networks - Architectures and Applications. Издательство InTech, 2013. – 264 p.
9. Graupe D. Principles of Artificial Neural Networks: 3rd Edition. – World Scientific, 2013. – 363 p.

Надійшла до редакції 29.09.2015

А.Ю. КОЛЛАРОВ[1], Т.В. АЛТУХОВА[2]
[1]Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический университет»
[2] Красноармейский индустриальный институт «ДонНТУ»

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБРАТНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОШИБКИ В ЗАДАЧАХ АППРОКСИМАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ СТЕПЕННЫМИ РЯДАМИ

В данной работе рассмотрены вопросы применения алгоритма обратного распространения ошибки для оптимизации значений коэффициентов многомерного функционального ряда Тейлора с целью повышения точности идентификации и аппроксимации многомерных нелинейных объектов систем управления.

Ключевые слова: многомерный нелинейный объект, ряд Тейлора, искусственная нейронная сеть, идентификация, метод обратного распространения ошибки.

O. KOLLAROV[1], T. ALTUKHOVA[2]
[1]State Institution of Higher Education «Donetsk National Technical University»
[2] Krasnoarmiysk Industrial Institute of DonNTU

APPLICATION OF THE METHOD OF BACK-PROPAGATION OF THE ERROR IN THE APPROXIMATION PROBLEMS OF MULTIDIMENSIONAL NONLINEAR OBJECTS BY THE POWER SERIES

This work deals with the application of the algorithm of back-propagation for optimizing the values of the coefficients of a multidimensional functional series of Taylor for the purpose of increasing the accuracy of identification and approximation of multidimensional nonlinear objects of control systems. The proposed approach optimization of the coefficients of a power series using the algorithm back-propagation is effective in problems of identification and approximation of multidimensional nonlinear objects, is confirmed by the results obtained, namely the reduction of the maximum relative error approximation to 21,63%.

Keywords: multidimensional object, Taylor, artificial neural network, identification, back-propagation.