

УДК 004.315

В.В. Лапко, канд. техн. наук, доц.,
О.В. Самощенко, канд. техн. наук, доц.,
Г.Е. Маргієв, аспірант.Донецький національний технічний університет, м. Покровськ
aleksandr.samoshchenko@gmail.com

Порівняння модулів чисел з рухомою комою при поданні операндів кодами з фіксованою комою

Сформульовані функціональні залежності для визначення ознак порівняння модулів чисел з рухомою комою. Обґрунтовані раціональні способи кодування порядків модулів, що порівнюються – чисел з рухомою комою для нормалізованих кодів мантис та подвоєних кодів нормалізованих мантис, за яких коди порядків пропорційні їх значенню. Визначені функціональні залежності для формування ознак порівняння модулів чисел з рухомою комою при їх поданні як двійкових кодів з фіксованою комою.

Ключові слова: порівняння чисел, рухома кома, зміщені коди порядку.

Вступ

Результат порівняння чисел з рухомою комою визначається як співвідношенням порядків, так і відносним значенням мантис [1-3]. Оптимізація алгоритмів та схем порівняння досягається при спільному та узгодженому аналізі значень порядків та мантис чисел, що порівнюються. Через це спосіб подання формату чисел з рухомою комою повинен забезпечувати можливість трактування порядку та мантиси єдиним двійковим поліномом, величина якого пропорційна числовому значенню коду з рухомою комою [4]. Для цього поле порядку структурно повинно складати частину поля мантис, а відображення знакових чисел порядку повинно бути пропорційним його значенню, чому не відповідає подання порядку в доповняльному коді, бо доповняльний код негативних значень порядку більший за доповняльний код його позитивних значень [3]. Для отримання бажаних властивостей комп'ютерних дій пропонується використовувати зміщені коди порядку [5].

Загальна методика виконання операцій порівняння модулів чисел з рухомою комою

У загальному випадку результатом порівняння модулів чисел з рухомою комою є розрахунок певної ознаки:

$$C = \begin{cases} 1 & \text{при } |A| > |B|; \\ 1 & \text{при } |A| = |B|; \\ 0 & \text{при } |A| < |B|, \end{cases} \quad (1)$$

де $|A| = 2^{P_A} \cdot 'MA$, $|B| = 2^{P_B} \cdot 'MB$ – відповідно модулі чисел з рухомою комою A та B : $A = [NA]A$, $B = [NB]B$, де $[NA]$, $[NB]$ – відповідно знакові розряди чисел з рухомою комою A та B , нуль та одиниця в яких визначають відповідно позитивне та негативне значення чисел A та B ; P_A , P_B – відповідно порядки чисел A та B при

нормалізованих кодах мантис $'MA$ та $'MB$: $'MA \in [2^{-1}; 1-2^{-n}]$, $'MB \in [2^{-1}; 1-2^{-n}]$, де n – кількість розрядів (або довжина) поля мантис чисел з рухомою комою.

При значущих модулях чисел з рухомою комою сукупність (1) рівносильна системі нерівностей:

$$C = \begin{cases} 1 & \text{при } |A|/|B| > 1; \\ 1 & \text{при } |A|/|B| = 1; \\ 0 & \text{при } |A|/|B| < 1. \end{cases}$$

Звідки, відповідно (1), отримаємо:

$$C = \begin{cases} 1 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} \cdot \frac{'MA}{'MB} > 1; \\ 1 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} \cdot \frac{'MA}{'MB} = 1; \\ 0 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} \cdot \frac{'MA}{'MB} < 1. \end{cases} \quad (2)$$

При рівності нормалізованих мантис $'MA$ та $'MB$ нерівності (2) вироджуються у сукупність співвідношень:

$$C(\text{при } 'MA = 'MB) = \begin{cases} 1 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} > 1; \\ 1 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} = 1; \\ 0 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} < 1. \end{cases} \quad (3)$$

Через це, згідно (2) та (3), отримаємо:

$$C(\text{при } 'MA = 'MB) = \begin{cases} 1 & \text{при } P_A - P_B > 0; \\ 1 & \text{при } P_A - P_B = 0; \\ 0 & \text{при } P_A - P_B < 0. \end{cases} \quad (4)$$

При $'MA/'MB > 1$ інтервал визначення відношення нормалізованих мантис, згідно (1), визначається нерівністю

$$1 < \frac{'MA}{'MB} < 2. \quad (5)$$

При $'MA > 'MB$ сукупність (2), згідно (5), вироджується в систему нерівностей:

$$C(\text{при } 'MA - 'MB > 0) = \begin{cases} 1 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} \geq 1, \\ 0 & \text{при } 2^{(P_A - P_B)} < 1. \end{cases}$$

Ознака порівняння модулів чисел з рухомою комою при 'MA/'MB>1 визначається системою нерівностей:

$$C(\text{при } 'MA - 'MB > 0) = \begin{cases} 1 & 0 \text{ при } P_A - P_B \geq 0, \\ 0 & 1 \text{ при } P_A - P_B < 0. \end{cases} \quad (6)$$

При 'MA/'MB<1 інтервал визначення відношення нормалізованих мантис, згідно (1), задається нерівністю

$$2^{-1} < \frac{'MA}{'MB} < 1. \quad (7)$$

При 'MA<'MB сукупність (2), згідно (7), вироджується в систему нерівностей:

$$C(\text{при } 'MA - 'MB < 0) = \begin{cases} 1 & 0 \text{ при } 2^{(P_A - P_B)} \geq 2^1, \\ 0 & 1 \text{ при } 2^{(P_A - P_B)} < 2^1. \end{cases}$$

Ознака порівняння модулів чисел з рухомою комою при 'MB>'MA визначається системою нерівностей:

$$C(\text{при } 'MA - 'MB < 0) = \begin{cases} 1 & 0 \text{ при } P_A - P_B - 1 \geq 0, \\ 0 & 1 \text{ при } P_A - P_B - 1 < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Способи алгоритмічної і схемотехнічної реалізації співвідношень (4), (6) та (8) складають основу подальших досліджень.

Порівняння модулів чисел з рухомою комою при канонічному поданні нормалізованих мантис та зміщених кодів порядків з додатним нулем

Першим етапом процедури порівняння модулів чисел з рухомою комою є обчислення різності мантис чисел, що порівнюються, знак та модуль якої визначають, згідно (4), (6) та (8), алгоритм аналізу порядків чисел.

Різність мантис чисел, що порівнюються, визначимо як:

$$M = 'MA(n, 1) - 'MB(n, 1), \quad (9)$$

де (n,1) – відповідно нумерація старшого та молодшого розрядів поля мантис.

При формуванні різності мантис на виході суматора невід'ємних чисел з комою, що фіксована перед старшим розрядом суми, функція M має вигляд залишку за модулем одиниці [5]:

$$'m(n, 1) = (M)_{m1}, \quad (10)$$

де 'm(n,1) – залишок функції M за модулем одиниці; (M)_{m1} – позначення процедури обчислення залишку функції M за модулем одиниці.

Замінюючи у функції 'm(n,1) аргумент M на його значення 'MA(n, 1) – 'MB(n, 1), згідно (9) та (10), отримаємо

$$'m(n, 1) = ('MA(n, 1) - 'MB(n, 1))_{m1}.$$

З урахуванням властивостей двійкових кодів, правил розрахунку значень та залишків чисел [3,5], отримаємо:

$$'m(n, 1) = ('MA(n, 1) - 'MB(n, 1))_{m1} = \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &= ('MA(n, 1) - 'MB(n, 1) + 1)_{m1} = \\ &= ('MA(n, 1) + 1 - 'MB(n, 1))_{m1} = \\ &= ('MA(n, 1) + (1 - 2^{-n}) - 'MB(n, 1) + 2^{-n})_{m1} = \\ &= ('MA(n, 1) + 'MB(n, 1) + 2^{-n})_{m1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{де } 1 - 2^{-n} - 'MB(n, 1) &= '1_n 1_{n-1} \dots 1_2 1_1 - 'MB(n, 1) = \\ &= 1_n \cdot 2^{-1} + 1_{n-1} \cdot 2^{-2} + \dots + 1_2 \cdot 2^{-(n-1)} + 1_1 \cdot 2^{-n} - \\ &- 'MB(n) \cdot 2^{-1} + 'MB(n-1) \cdot 2^{-2} + \dots + 'MB(2) \cdot 2^{-(n-1)} + \\ &+ 'MB(1) \cdot 2^{-n} = (1_n - 'MB(n)) \cdot 2^{-1} + (1_{n-1} - 'MB(n-1)) \cdot 2^{-2} \\ &+ \dots + (1_2 - 'MB(2)) \cdot 2^{-(n-1)} + (1_1 - 'MB(1)) \cdot 2^{-n} = \\ &= 'MB(n) \cdot 2^{-1} + 'MB(n-1) \cdot 2^{-2} + \dots + 'MB(2) \cdot 2^{-(n-1)} \\ &+ 'MB(1) \cdot 2^{-n} = 'MB(n) \overline{'MB(n-1)} \dots \overline{'MB(2)} \\ &\overline{'MB(1)} = 'MB(n, 1) - \text{порозрядна інверсія нор-} \\ &\text{малізованого коду мантис } 'MB(n, 1). \end{aligned}$$

Для реалізації (11) у суматорі невід'ємних чисел з комою, що фіксована перед старшим розрядом, необхідно виконати дії [3]:

$$\begin{aligned} 'a_m(n, 1) &= 'MA(n, 1); \\ 'b_m(n, 1) &= 'MB(n, 1); \\ e_m &= 1, \end{aligned} \quad (12)$$

де 'a_m(n,1), 'b_m(n,1) – інформаційні входи суматора мантис довжиною n біт; e_m – вивід вхідного переносу суматора мантис з ваговим коефіцієнтом 2⁻ⁿ.

Повна сума на інформаційних виходах суматора (12) утворює двійковий код

$$\begin{aligned} E_M 'S_M(n, 1) &= 'MA(n, 1) + 'MB(n, 1) + 2^{-n} = \\ &= 'MA(n, 1) + '1_n 1_{n-1} \dots 1_2 1_1 - 'MB(n, 1) + 2^{-n} = (13) \\ &= 1 + 'MA(n, 1) - 'MB(n, 1), \end{aligned}$$

де E_M' – вихідний перенос суматора мантис; 'S_M(n,1) – код суми на інформаційних виходах суматора мантис.

Комбінація станів вихідного переносу E_M' суматора (12) та код суми 'S_M(n,1), згідно (13), повністю характеризують рівність або перевагу модулів мантис чисел, що порівнюються, у (4), (6) та (8):

$$E_M Z_{S_M} = \begin{cases} 1 & 0 \text{ при } 'MA(n, 1) > 'MB(n, 1); \\ 1 & 1 \text{ при } 'MA(n, 1) = 'MB(n, 1); \\ 0 & 0 \text{ при } 'MA(n, 1) < 'MB(n, 1). \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{де } Z_{S_M} = \begin{cases} 1 & \text{при } 'S_M(n, 1) = 0, \\ 0 & \text{при } 'S_M(n, 1) \neq 0. \end{cases}$$

При фіксації нерівності 'MA(n,1) ≥ 'MB(n,1), згідно (4) та (6), результуюче співвідношення модулів чисел з рухомою комою |A| та |B| визначається різністю порядків модулів чисел:

$$P^{AB} = P_A - P_B. \quad (15)$$

При обчисленні (15) функція P^{AB} на інформаційних виходах суматора порядків має вигляд:

$$P_V^{AB}(m, 1) = (P^{AB})_{mV}, \quad (16)$$

де m,1 – відповідно номери старшого та молодшого розрядів суматора порядків довжиною m

біт; $V = 2^m$ – модуль відображення суми вхідних даних на виводах суми m -розрядного суматора; $(P^{AB})_{mV}$ – позначення процедури обчислення залишку за модулем V функції P^{AB} .

Замінюючи у (16) аргумент P^{AB} на його значення $(P_A - P_B)$ шляхом рівносильних перетворень отримаємо функціональну залежність

$$\begin{aligned} P_V^{AB} &= (P_A - P_B)_{mV} = (V + P_A - P_B)_{mV} = \\ &= \left(V + \frac{V}{2} - \frac{V}{2} + P_A - P_B \right)_{mV} = \\ &= \left(\left(\frac{V}{2} + P_A \right) - \left(\frac{V}{2} + P_B \right) + V \right)_{mV} = \\ &= \left(\left(\frac{V}{2} + P_A \right) + 2^m - 1 - \left(\frac{V}{2} + P_B \right) + 1 \right)_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) + 1_m 1_{m-1} \dots 1_2 1_1 - P_B^{PH}(m, 1) + 1)_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) + \overline{P_B^{PH}(m, 1)} + 1)_{mV}, \end{aligned} \quad (17)$$

де $P_A^{PH}(m, 1) = \left(\frac{V}{2} + P_A \right)$, $P_B^{PH}(m, 1) = \left(\frac{V}{2} + P_B \right)$ – відповідно зміщені коди порядків P_A та P_B довжиною m біт з позитивним поданням нуля (або додатним нулем);

$$\begin{aligned} \overline{P_B^{PH}(m, 1)} &= 1_m 1_{m-1} \dots 1_2 1_1' - P_B^{PH}(m, 1) = \\ &= 1_m \cdot 2^{m-1} + 1_{m-1} \cdot 2^{m-2} + \dots + 1_2 \cdot 2 + 1_1 \cdot 2^0 - \\ &- P_B^{PH}(m) \cdot 2^{m-1} - P_B^{PH}(m-1) \cdot 2^{m-2} - \dots \\ &\dots - P_B^{PH}(2) \cdot 2^1 - P_B^{PH}(1) \cdot 2^0 = \\ &= (1_m - P_B^{PH}(m)) \cdot 2^{m-1} + (1_{m-1} - P_B^{PH}(m-1)) \cdot \\ &2^{m-2} + \dots + (1_2 - P_B^{PH}(2)) \cdot 2 + (1_1 - P_B^{PH}(1)) = \\ &= \overline{P_B^{PH}(m)} \cdot 2^{m-1} + \overline{P_B^{PH}(m-1)} \cdot 2^{m-2} + \dots \\ &\dots + \overline{P_B^{PH}(2)} \cdot 2^1 + \overline{P_B^{PH}(1)} \cdot 2^0 = \\ &= \overline{P_B^{PH}(m)} \overline{P_B^{PH}(m-1)} \dots \overline{P_B^{PH}(2)} \overline{P_B^{PH}(1)} - \text{порозрядна інверсія зміщеного коду з додатним нулем} \\ &\overline{P_B^{PH}(m, 1)}; V/2 = 2^m/2 = 2^{m-1} - \text{код зміщення відображення порядку з додатним нулем.} \end{aligned}$$

Для реалізації (17) в m -розрядному суматорі невід'ємних чисел необхідно виконати операції:

$$\begin{aligned} a_p(m, 1) &= P_A^{PH}(m, 1), \\ b_p(m, 1) &= \overline{P_B^{PH}(m, 1)}, \\ e_p &= 1, \end{aligned} \quad (18)$$

де $a_p(m, 1)$, $b_p(m, 1)$ – інформаційні входи суматора цілих невід'ємних чисел довжиною m біт; e_p – вивід вхідного переносу суматора з ваговим коефіцієнтом 2^0 .

На інформаційних виходах суматора (18) формується поліном, що представляє повну суму змінних у правій частині (17):

$$\begin{aligned} E_p \cdot 2^m + S_p(m, 1) &= \\ = P_A^{PH}(m, 1) + \overline{P_B^{PH}(m, 1)} + 1 &= \\ = 2^m + (P_A - P_B), \end{aligned} \quad (19)$$

де E_p – вихідний перенос суматора (18) з ваговим коефіцієнтом $V = 2^m$; $S_p(m, 1)$ – код суми на інформаційних виходах суми суматора (18), що відображає залишок повної суми вхідних даних за модулем суматора $V = 2^m$:

бражає залишок повної суми вхідних даних за модулем суматора $V = 2^m$:

$$S_p(m, 1) = P_V^{AB}.$$

Комбінація станів вихідного переносу E_p і коду суми $S_p(m, 1)$ суматора (18), згідно (19), повністю та однозначно характеризують перевагу або рівність порядків чисел у (4) та (6) (при $'MA(n, 1) \geq 'MB(n, 1)$):

$$E_p Z_{S_p} = \begin{cases} 1 0 & \text{при } P_A - P_B > 0; \\ 1 1 & \text{при } P_A - P_B = 0; \\ 0 0 & \text{при } P_A - P_B < 0, \end{cases} \quad (20)$$

$$\text{де } Z_{S_p} = \begin{cases} 1 & \text{при } S_p(m, 1) = 0, \\ 0 & \text{при } S_p(m, 1) \neq 0. \end{cases}$$

При фіксації нерівності $'MA(n, 1) < 'MB(n, 1)$ результуюче співвідношення між значеннями модулів чисел $|A|$ та $|B|$, згідно (8), визначається функцією:

$$P^{BA} = P_A - P_B - 1. \quad (21)$$

При реалізації (21) на m -розрядному суматорі невід'ємних цілих чисел функція P^{BA} має вигляд:

$$P_V^{BA}(m, 1) = (P_A - P_B - 1)_{mV}. \quad (22)$$

Замінюючи у (22) аргумент P^{BA} на його значення $(P_A - P_B - 1)$ шляхом рівносильних перетворень отримаємо функціональну залежність

$$\begin{aligned} P_V^{BA}(m, 1) &= (P_A - P_B - 1)_{mV} = \\ &= (V + P_A - P_B - 1)_{mV} = \\ &= \left(\frac{V}{2} - \frac{V}{2} + P_A - P_B + V - 1 \right)_{mV} = \\ &= \left(\left(\frac{V}{2} + P_A \right) - \left(\frac{V}{2} + P_B \right) + V - 1 \right)_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) - P_B^{PH}(m, 1) + V - 1)_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) + (V - 1) - P_B^{PH}(m, 1))_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) + (2^m - 1) - P_B^{PH}(m, 1))_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) + 1_m 1_{m-1} \dots 1_2 1_1' - P_B^{PH}(m, 1))_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) + \overline{P_B^{PH}(m, 1)})_{mV}. \end{aligned} \quad (23)$$

Для реалізації (23) на суматорі невід'ємних цілих чисел необхідно виконати операції [3]:

$$\begin{aligned} a_p(m, 1) &= P_A^{PH}(m, 1), \\ b_p(m, 1) &= \overline{P_B^{PH}(m, 1)}, \\ e_p &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Повна сума на виході суматора (24) утворює двійковий поліном

$$\begin{aligned} E_p \cdot 2^m + S_p(m, 1) &= \\ = P_A^{PH}(m, 1) + \overline{P_B^{PH}(m, 1)} + 1 &= \\ = 2^m + (P_A - P_B - 1). \end{aligned} \quad (25)$$

Комбінація станів вихідного переносу E_p і коду суми $S_p(m, 1)$ суматора (24), згідно (25), повністю визначають значення та знак функції P^{BA} у сукупності (8) (при $'MA(n, 1) < 'MB(n, 1)$):

$$E_p Z_{S_p} = \begin{cases} 1 & \text{при } P_A - P_B > 1; \\ 1 & \text{при } P_A - P_B = 1; \\ 0 & \text{при } P_A - P_B < 1, \end{cases} \quad (26)$$

$$\text{де } Z_{S_p} = \begin{cases} 1 & \text{при } S_p(m, 1) = 0, \\ 0 & \text{при } S_p(m, 1) \neq 0. \end{cases} \quad (27)$$

У загальному випадку при $'MA(n,1) \geq 'MB(n,1)$ та $'MA(n,1) < 'MB(n,1)$, згідно (14), (18) та (24), у суматорі порядків схеми порівняння модулів чисел з рухомою комою операції описуються сукупністю співвідношень:

$$\begin{aligned} a_p(m, 1) &= P_A^{PH}(m, 1), \\ b_p(m, 1) &= \overline{P_B^{PH}(m, 1)}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$e_p = \begin{cases} 1 & \text{при } 'MA(n, 1) \geq 'MB(n, 1): E_M = 1; \\ 0 & \text{при } 'MA(n, 1) < 'MB(n, 1): E_M = 0. \end{cases}$$

Для організації спільної та узгодженої роботи суматора порядків та суматора мантис необхідно реалізувати

$$e_p = E_M. \quad (29)$$

При реалізації залежності (29) в суматорі схеми порівняння модулів чисел з рухомою комою дії описуються, згідно (12) та (28), сукупністю співвідношень:

$$a(m+n,1) = |A|; \quad b(m+n,1) = \overline{|B|}; \quad e_M = 1, \quad (30)$$

де $|A| = P_A^{PH}(m, 1)'MA(n, 1)$, $\overline{|B|} = \overline{P_B^{PH}(m, 1)'MB(n, 1)}$ – операнди з фіксованою комою об'єднаного суматора схеми порівняння модулів $|A|$ та $|B|$ чисел з рухомою комою; $m+n$ – довжина об'єднаного суматора схеми порівняння модулів чисел з рухомою комою; P_A^{PH} , P_B^{PH} , $'MA$, $'MB$ – відповідно вміст поля порядків та мантис операндів $|A|$ та $|B|$.

В об'єднаному суматорі (30), згідно (4), (6), (8), (14), (20) та (26) перевага або рівність модулів чисел $|A|$ та $|B|$ визначається сукупністю співвідношень:

$$E_p Z_S = \begin{cases} 1 & \text{при } |A| > |B|; \\ 1 & \text{при } |A| = |B|; \\ 0 & \text{при } |A| < |B|, \end{cases} \quad (31)$$

де E_p – вихідний перенос об'єднаного суматора (30); $Z_S = Z_p \& Z_M$ – ознака нульового коду на виводах суми об'єднаного суматора (30);

$$\begin{aligned} Z_p &= \begin{cases} 1 & \text{при } S_p(m, 1) = 0; \\ 0 & \text{при } S_p(m, 1) \neq 0, \end{cases} \\ Z_M &= \begin{cases} 1 & \text{при } S_M(n, 1) = 0; \\ 0 & \text{при } S_M(n, 1) \neq 0, \end{cases} \end{aligned}$$

$S_p(m, 1)$, $S_M(n, 1)$ – складові коду суми об'єднаного суматора (30) відповідно в полі порядків та полі мантис.

Порівняння модулів чисел з рухомою комою при поданні порядків зміщеними кодами з від'ємним нулем

У полі порядків модулів чисел з рухомою комою порядки чисел, що порівнюються, P_A та P_B є зміщеними кодами з негативним поданням нульових значень у тому випадку, коли з метою підвищення точності чисел з рухомою комою в полі мантис використовуються подвоєнні значення нормалізованих мантис. Тоді для збереження значень чисел з рухомою комою код канонічного подання порядку з додатним нулем коректується шляхом його зменшення на одиницю. При цьому утворюються зміщені коди порядків з від'ємним нулем P_A^{OH} і P_B^{OH} :

$$\begin{aligned} P_A^{OH}(m,1) &= P_A^{PH}(m,1) - 1; \\ P_B^{OH}(m,1) &= P_B^{PH}(m,1) - 1, \end{aligned} \quad (32)$$

де m – довжина поля порядків модулів чисел з рухомою комою $|A|$ і $|B|$, що порівнюються.

Для економії пам'яті подвоєнні значення нормалізованих мантис у полі мантис подаються у скороченій (зрізаній) формі – дрібною частиною подвоєних значень нормалізованих мантис:

$$'MA^{OH} = (2 \cdot 'MA - 1); \quad 'MB^{OH} = (2 \cdot 'MB - 1), \quad (33)$$

де $'MA^{OH}$, $'MB^{OH}$ – відповідно зрізані коди подвоєних нормалізованих мантис $'MA$ та $'MB$.

Особливий характер подання порядків та подвоєних мантис модулів чисел з рухомою комою потребує спеціального дослідження правил (4), (6) та (8), які визначають перевагу або рівність модулів чисел з рухомою комою.

На першому етапі операції порівняння модулів чисел з рухомою комою, згідно (4), (6) та (8), обчислюється різниця мантис, знак та значення якої завдає вибір способу порівняння порядку чисел, що порівнюються.

При наявності у полі мантис зрізаних кодів подвоєних мантис різниця мантис, згідно (33), визначається функцією:

$$\begin{aligned} 'M &= 'MA - 'MB = (2 \cdot 'MA - 2 \cdot 'MB) / 2 = \\ &= ((2 \cdot 'MA - 1) - (2 \cdot 'MB - 1)) / 2 = \\ &= ('MA^{OH} - 'MB^{OH}) / 2. \end{aligned} \quad (34)$$

Через це отримаємо:

$$'M^{OH} = 'MA^{OH} - 'MB^{OH} = \begin{cases} > 0 & \text{при } 'MA - 'MB > 0, \\ = 0 & \text{при } 'MA - 'MB = 0, \\ < 0 & \text{при } 'MA - 'MB < 0. \end{cases} \quad (35)$$

Різниця зрізаних мантис однозначно характеризує співвідношення нормалізованих мантис. Для формування ознак порівняння мантис (35) в суматорі мантис обчислюється:

$$\begin{aligned} m^{OH}(n,1) &= ('MA^{OH}(n,1) - 'MB^{OH}(n,1))_{m1} = \\ &= ('MA^{OH}(n,1) + 1 - 'MB^{OH}(n,1))_{m1} = \\ &= ('MA^{OH}(n,1) + (1 - 2^n) - 'MB^{OH}(n,1) + 2^n)_{m1} = \\ &= ('MA^{OH}(n,1) + '1_n1_{n-1} \dots 1_21_1 - 'MB^{OH}(n,1) + 2^n)_{m1} = \\ &= ('MA^{OH}(n,1) + \overline{'MB^{OH}(n,1)} + 2^n)_{m1}, \end{aligned} \quad (36)$$

де n, l – номери старшого та молодшого розрядів зрізаних кодів подвоєних мантис.

Для реалізації (36) в суматорі мантис необхідно виконати операції:

$$\begin{aligned} a_M(n, 1) &= 'MA^{OH}(n, 1); \\ b_M(n, 1) &= 'MB^{OH}(n, 1); \\ e_M &= 1, \end{aligned} \quad (37)$$

На інформаційних виходах суматора (37), згідно (35), повна сума змінних в правій частині (36) утворює поліном:

$$\begin{aligned} E_M^{OH} \cdot 2^0 + 'S_M^{OH}(n, 1) &= \\ = 'MA^{OH}(n, 1) + 'MB^{OH}(n, 1) + 2^{-n} &= \\ = 1 + 'MA^{OH}(n, 1) - 'MB^{OH}(n, 1), \end{aligned} \quad (38)$$

де E_M^{OH} – вихідний перенос із старшого розряду суми вхідних даних суматора (37); $'S_M^{OH}(n, 1)$ – код даних на виводах суми суматора (37).

Згідно (35) та (38), комбінація станів змінних E_M^{OH} та $S_M^{OH}(n, 1)$ суматора (37) однозначно характеризує співвідношення мантис у (4), (6) та (8):

$$E_M^{OH} Z_{S_M^{OH}} = \begin{cases} 1 \ 0 & \text{при } 'MA^{OH}(n, 1) > 'MB^{OH}(n, 1); \\ 1 \ 1 & \text{при } 'MA^{OH}(n, 1) = 'MB^{OH}(n, 1); \\ 0 \ 0 & \text{при } 'MA^{OH}(n, 1) < 'MB^{OH}(n, 1), \end{cases} \quad (39)$$

де $Z_{S_M^{OH}} = \begin{cases} 1 & \text{при } S_M^{OH}(n, 1) = 0, \\ 0 & \text{при } S_M^{OH}(n, 1) \neq 0. \end{cases}$

При фіксації нерівності $'MA^{OH}(n, 1) \geq 'MB^{OH}(n, 1)$, згідно (4) та (6), результуюче співвідношення модулів чисел з рухомою комою визначається функцією:

$$P^{AB} = P_A - P_B.$$

При обчисленні різності порядків на виході m -розрядного суматора порядків функція P^{AB} має вигляд:

$$P_{VOH}^{AB} = (P^{AB})_{mV},$$

де $V = 2^m$ – модуль відображення суми в m -розрядному суматорі порядків.

Замінюючи аргумент у функції P_{VOH}^{AB} на його значення $P_A - P_B$, отримаємо

$$\begin{aligned} P_{VOH}^{AB} &= (P_A - P_B)_{mV} = \left(\frac{V}{2} - \frac{V}{2} + P_A - P_B \right)_{mV} = \\ &= \left(\left(\frac{V}{2} + P_A \right) - \left(\frac{V}{2} + P_B \right) \right)_{mV} = \\ &= (P_A^{PH} - P_B^{PH})_{mV} = \left((P_A^{PH} - 1) - (P_B^{PH} - 1) \right)_{mV} = \\ &= (P_A^{OH} - P_B^{OH})_{mV} = \\ &= (P_A^{OH}(m, 1) + (V-1) - P_B^{OH}(m, 1) + 1)_{mV} = \\ &= (P_A^{OH}(m, 1) + 1_{m-1} \dots 1_2 1_1 - P_B^{OH}(m, 1) + 1)_{mV} = \\ &= (P_A^{OH}(m, 1) + \overline{P_B^{OH}(m, 1)} + 1)_{mV}, \end{aligned} \quad (40)$$

де $P_A^{OH}(m, 1) = P_A^{PH}(m, 1) - 1 = \frac{V}{2} + P_A - 1 =$
 $= \left(\frac{V}{2} - 1 \right) + P_A$; $P_B^{OH}(m, 1) = P_B^{PH}(m, 1) - 1 =$

$= \frac{V}{2} + P_B - 1 = \left(\frac{V}{2} - 1 \right) + P_B$; $\left(\frac{V}{2} - 1 \right) -$ код зміщення порядків з від'ємним нулем.

Для реалізації (40) в суматорі порядків необхідно виконати операції:

$$\begin{aligned} a_P(m, 1) &= P_A^{OH}(m, 1); \\ b_P(m, 1) &= P_B^{OH}(m, 1); \\ e_P &= 1. \end{aligned} \quad (41)$$

На інформаційних виходах суматора (41), згідно (40), повна сума вхідних даних утворює поліном:

$$\begin{aligned} E_P^{OH} \cdot 2^m + S_P^{OH}(m, 1) &= \\ = P_A^{OH}(m, 1) + P_B^{OH}(m, 1) + 1 &= \\ = \left(\frac{V}{2} - 1 \right) + P_A + (2^m - 1) - P_B^{OH}(m, 1) + 1 &= \\ = \left(\frac{V}{2} - 1 \right) + P_A + (2^m - 1) - \left(\frac{V}{2} - 1 \right) - P_B + 1 &= \\ = \frac{V}{2} - 1 + P_A + (2^m - 1) - \frac{V}{2} + 1 - P_B + 1 &= \\ = 2^m + (P_A - P_B), \end{aligned} \quad (42)$$

де E_P^{OH} , $S_P^{OH}(m, 1)$ – відповідно вихідний перенос та код суми на виходах суматора (41).

Сукупність станів вихідного переносу E_P^{OH} та ознаки нуля коду суми $S_P^{OH}(m, 1)$ повністю описують співвідношення порядків P_A та P_B модулів чисел при $'MA^{OH} \geq 'MB^{OH}$:

$$\begin{aligned} E_P^{OH} Z_{S_P^{OH}} (\text{при } 'MA^{OH} \geq 'MB^{OH}) &= \\ = \begin{cases} 1 \ 0 & \text{при } P_A - P_B > 0; \\ 1 \ 1 & \text{при } P_A - P_B = 0; \\ 0 \ 0 & \text{при } P_A - P_B < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (43)$$

де $Z_{S_P^{OH}} = \begin{cases} 1 & \text{при } S_P(m, 1) = 0, \\ 0 & \text{при } S_P(m, 1) \neq 0. \end{cases}$

При фіксації нерівності $'MA^{OH} < 'MB^{OH}$ згідно (8), результуюче співвідношення модулів чисел з рухомою комою визначається:

$$P^{BA} = P_A - P_B - 1.$$

При обчисленні різності порядків в m -розрядному суматорі функція P^{BA} має вигляд:

$$\begin{aligned} P_{VOH}^{BA} &= (P_A - P_B - 1)_{mV}. \\ \text{Отримаємо функціональну залежність} \\ P_{VOH}^{BA} &= (P_A - P_B - 1)_{mV} = \left(\frac{V}{2} - \frac{V}{2} + P_A - P_B - 1 \right)_{mV} = \\ &= \left(\left(\frac{V}{2} + P_A \right) - \left(\frac{V}{2} + P_B \right) - 1 \right)_{mV} = \\ &= (P_A^{PH}(m, 1) - P_B^{PH}(m, 1) - 1)_{mV} = \\ &= \left((P_A^{PH}(m, 1) - 1) - (P_B^{PH}(m, 1) - 1) - 1 \right)_{mV} = \\ &= (P_A^{OH}(m, 1) - P_B^{OH}(m, 1) - 1)_{mV} = \\ &= PAOH(m, 1) - PBOH(m, 1) - 1 + V_{mV} = \\ &= (P_A^{OH}(m, 1) + (V-1) - P_B^{OH}(m, 1))_{mV} = \\ &= (P_A^{OH}(m, 1) + \overline{P_B^{OH}(m, 1)} + 0)_{mV}. \end{aligned} \quad (44)$$

Для реалізації (44) в суматорі порядків необхідно виконати операції:

$$\begin{aligned} a_p(m,1) &= P_A^{\text{OH}}(m,1); \\ b_p(m,1) &= \overline{P_B^{\text{OH}}(m,1)}; \\ e_p &= 0, \end{aligned} \quad (45)$$

де $a_p(m,1)$, $b_p(m,1)$, e_p – відповідно інформаційні входи та вивід вхідного переносу суматора порядків.

На інформаційних виходах суматора порядків (45) код повної суми вхідних даних утворює двійковий поліном

$$\begin{aligned} E_p^{\text{OH}} \cdot 2^m + S_p^{\text{OH}}(m,1) &= \\ &= P_A^{\text{OH}}(m,1) + \overline{P_B^{\text{OH}}(m,1)} = \\ &= \left(\frac{V}{2} - 1\right) + P_A + (2^m - 1) - \left(\left(\frac{V}{2} - 1\right) + P_B\right) = \\ &= 2^m + (P_A - P_B - 1), \end{aligned} \quad (46)$$

де E_p^{OH} , $S_p^{\text{OH}}(m,1)$ – вихідний перенос та код суми на виводах суматора (45).

Сукупність станів E_p^{OH} та нульового коду суми $S_p^{\text{OH}}(m,1)$ суматора (45), згідно (46), повністю визначає функцію P^{BA} при $'MA^{\text{OH}} < 'MB^{\text{OH}}$:

$$\begin{aligned} E_p^{\text{OH}} Z_{S_p^{\text{OH}}}(\text{при } 'MA^{\text{OH}} < 'MB^{\text{OH}}) &= \\ &= \begin{cases} 1 \ 0 & \text{при } P_A - P_B - 1 > 0; \\ 1 \ 1 & \text{при } P_A - P_B - 1 = 0; \\ 0 \ 0 & \text{при } P_A - P_B - 1 < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\text{де } Z_{S_p^{\text{OH}}} = \begin{cases} 1 & \text{при } S_p^{\text{OH}}(m,1) = 0, \\ 0 & \text{при } S_p^{\text{OH}}(m,1) \neq 0. \end{cases}$$

У загальному випадку при $'MA^{\text{OH}} \geq 'MB^{\text{OH}}$ та $'MA < 'MB$, згідно (39), (41) та (45) в суматорі порядків схеми порівняння модулів чисел з рухомою комою операції описуються сукупністю співвідношень:

$$a_p(m,1) = P_A^{\text{OH}}(m,1); \quad (48)$$

$$b_p(m,1) = P_B^{\text{OH}}(m,1); \quad (49)$$

$$e_p = \begin{cases} 1 & \text{при } 'MA^{\text{OH}} \geq 'MB^{\text{OH}}: E_M^{\text{OH}} = 1, \\ 0 & \text{при } 'MA^{\text{OH}} < 'MB^{\text{OH}}: E_M^{\text{OH}} = 0. \end{cases} \quad (50)$$

Для спільної та узгодженої роботи суматора порядків та суматора мантис, згідно (50), необхідно реалізувати

$$e_p = E_M^{\text{OH}}. \quad (51)$$

При реалізації залежності (51) в суматорі схеми порівняння модулів чисел з рухомою комою операції описуються згідно (37), (48), (49) сукупністю співвідношень:

$$\begin{aligned} a(m+n,1) &= |A|^{\text{OH}}; \\ b(m+n,1) &= |B|^{\text{OH}}; \\ e_M &= 1, \end{aligned} \quad (52)$$

де $|A|^{\text{OH}} = P_A^{\text{OH}}(m,1)'MA^{\text{OH}}(n,1)$, $|B|^{\text{OH}} = P_B^{\text{OH}}(m,1)'MB^{\text{OH}}(n,1)$ – відповідно вміст полів P_A^{OH} , P_B^{OH} , $'MA^{\text{OH}}$ і $'MB^{\text{OH}}$ операндів $|A|^{\text{OH}}$ та $|B|^{\text{OH}}$ як двійкових кодів з фіксованою комою.

В об'єднаному суматорі (52), згідно (4), (6), (8), (39), (43) та (47), перевага або рівність модулів $|A|^{\text{OH}}$ і $|B|^{\text{OH}}$ характеризується сукупністю станів вихідного переносу та нульового стану коду на виводах суми об'єднаного суматора:

$$E_p^{\text{OH}} Z_{S^{\text{OH}}} = \begin{cases} 1 \ 0 & \text{при } |A|^{\text{OH}} > |B|^{\text{OH}}; \\ 1 \ 1 & \text{при } |A|^{\text{OH}} = |B|^{\text{OH}}; \\ 0 \ 0 & \text{при } |A|^{\text{OH}} < |B|^{\text{OH}}, \end{cases}$$

де E_p^{OH} – вихідний перенос об'єднаного суматора поля порядків і поля мантис чисел $|A|^{\text{OH}}$ та $|B|^{\text{OH}}$, що порівнюються; $Z_{S^{\text{OH}}} = Z_{S_p^{\text{OH}}} \& Z_{S_M^{\text{OH}}}$ – ознака нуля на виводах суми суматора (52):

$$\begin{aligned} Z_{S_p^{\text{OH}}} &= \begin{cases} 1 & \text{при } S_p^{\text{OH}}(m,1) = 0; \\ 0 & \text{при } S_p^{\text{OH}}(m,1) \neq 0, \end{cases} \\ Z_{S_M^{\text{OH}}} &= \begin{cases} 1 & \text{при } 'S_M^{\text{OH}}(n,1) = 0; \\ 0 & \text{при } 'S_M^{\text{OH}}(n,1) \neq 0, \end{cases} \end{aligned}$$

де $S_p^{\text{OH}}(m,1)$, $'S_M^{\text{OH}}(n,1)$ – відповідно двійкові коди на виводах поля суми порядків та поля мантис об'єднаного суматора (52) схеми порівняння модулів $|A|^{\text{OH}}$ і $|B|^{\text{OH}}$.

Висновки

Основні результати досліджень зводяться до наступного:

- обґрунтовані і визначені функціональні залежності для формування ознак порівняння модулів чисел з рухомою комою, сформованих як двійкові коди з фіксованою комою;
- зроблений математичний опис формування ознак порівняння мантис модулів чисел з рухомою комою;
- запропоновані оптимальні способи кодування порядків модулів чисел з рухомою комою, що порівнюються, при поданні в полі мантис нормалізованих кодів мантис та подвоєних кодів нормалізованих мантис;
- для запропонованих форм кодування порядків модулів чисел з рухомою комою, що порівнюються, розроблені процедури формування ознак порівняння порядків чисел.

Перелік використаної літератури

1. Таненбаум Э. Архитектура компьютера / Э.Таненбаум, Т.Остин. – СПб: Питер, 2013. – 816с.
2. Крейгон Х. Архитектура компьютеров и ее реализация. - М: Мир, 2004. – 416с.
3. Жуков И.А. Компьютерная схмотехника. Методы построения и проектирования / И.А.Жуков, Н.П.Бабич. – К.: МК-Пресс, 2004. – 576с.
4. Карцев М.А. Арифметика цифровых машин. - М: Наука, 1969. – 576с.
5. Святный В.А. Математическое описание компьютерных операций суммирования и вычитания целых чисел при смещенных кодах операндов / В.А.Святный, В.В.Лапко, А.В.Самощенко. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка". – 2016. – Вип. 1(22). - с.75-83.

В.В. ЛАПКО, А.В. САМОЩЕНКО, Г.Э.МАРГИЕВ

Донецкий национальный технический университет, г. Покровск

СРАВНЕНИЕ МОДУЛЕЙ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ ПРИ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ОПЕРАНДОВ КОДАМИ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

Сформулированы функциональные зависимости для определения признаков сравнения модулей чисел с плавающей запятой. Обоснованы рациональные способы кодирования порядков модулей сравниваемых чисел с плавающей запятой для нормализованных кодов мантисс и удвоенных кодов нормализованных мантисс, при которых коды порядков пропорциональны их значению. Определены функциональные зависимости и схема для формирования признаков сравнения модулей чисел с плавающей запятой, представленных как двоичные коды с фиксированной запятой.

Ключевые слова: сравнение чисел, плавающая запятая, смещенные коды порядка.

V.V. LAPKO, A.V. SAMOSHCHENKO, H.E.MARHIEV

Donetsk National Technical University, Pokrovsk

COMPARISON OF MODULES OF FLOATING POINT NUMBERS AS BINARY CODES WITH FIXED POINT

Functional dependencies for determining of floating point numbers' modules comparison signs have been formulated. Rational ways of comparing modules exponents encoding are substantiated – floating point numbers for normalized codes of significands and doubled codes of normalized significands when exponents codes are proportional to their values. Functional dependencies for floating point numbers modules comparison signs, generated as binary codes with fixed point, were obtained. When comparing the values of floating point numbers result of work is obtained both as relation between exponents and relative values of compared numbers' significands. Optimization of algorithm and comparison circuits are achieved by joint and coordinated analysis of compared numbers significands and exponents. That is why floating point numbers representation method should be one, in which exponents and significands could be represented as single binary polynomial, value of which is proportional to the numerical value of the floating point code. To implement this exponent field should structurally become a part of significand field and representation of a signed numbers should be proportional to its value. Using complement code for exponent representation does not fit this requirement, since complements codes of negative numbers are greater than complement codes of its positive numbers. Exponent's offset code is proposed for using to fulfill the requirement.

The result of comparing floating-point defined as the ratio of orders and the relative value of the mantissa. Optimization algorithms and schemes comparison is achieved with a joint and coherent analysis of the values of order and mantissa numbers are compared. Because of this the way of presenting format floating point numbers must be capable of interpretation of the procedure and the only mantissa binary polynomial whose magnitude is proportional to the numerical value of floating-point code. For this, field of structural order must form part of the mantissa field and display symbolic order numbers should be proportional to its value, why not meet in supplementary submission procedure code, two's complement for negative values of order greater than two's complement of its positive values. To obtain the desired properties of computer actions proposed to use codes shifted basis.

In this paper, we founded and defined functional relationships to form features comparison module floating point numbers generated as binary codes with fixed point, made a mathematical description of the formation of symptoms compared Mantissa module floating point numbers, offered the best ways of coding orders module floating point, that compares, with representation in the field of mantissa normalized mantissa codes and doubled normalized mantissa codes and forms for proposed orders coding module floating point numbers to be compared, developed procedures for forming signs comparing order numbers.

Keywords: comparison of numbers, floating point, offset codes of order.