

Ю.Б. Масляк
Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль, Україна
yuramasua@gmail.com

Метод моделювання розподілу концентрацій шкідливих викидів автотранспорту з використанням кластерного та інтервального аналізів

Запропоновано метод побудови моделі розподілу концентрацій шкідливих викидів автотранспорту із врахуванням інтенсивності автотранспортного потоку. За основу обрано математичну модель у вигляді різницевого оператора, який є аналогом дифузійного диференціального рівняння з частинними похідними. Для отримання рівномірної сітки різницевого оператора використано кластерний аналіз просторового розподілу інтенсивності автотранспортних потоків. Для ідентифікації різницевого оператора запропоновано використання структурної ідентифікації на основі аналізу інтервальних даних.

Ключові слова: математичне моделювання, кластерний аналіз, інтервальний аналіз, інтервальний різницевий оператор, шкідливі викиди автотранспорту, автотранспортний потік.

DOI: 10.31474/1996-1588-2018-1-26-40

Вступ

Проблема забруднення атмосфери викидами автотранспорту є однією із найбільших для великих міст. У вихлопних газах автомобілів зосереджена велика кількість шкідливих речовин. Проте, найбільш шкідливими, з високими концентраціями, є: оксиди азоту, вуглецю та сірки. Автомобільний транспорт є територіально розподіленим джерелом забруднення атмосфери. З огляду на істотні затрати часових та матеріальних ресурсів на моніторинг стану атмосферного повітря, для відображення та прогнозування концентрацій шкідливих викидів автотранспорту доцільно використовувати математичні моделі. Вони можуть бути побудовані за результатами вибіркового спостережень динаміки з відомими граничними похибками вимірювань. Цей підхід розглянутий в [1].

Процес розподілу шкідливих викидів та його динаміка є дифузійним процесом. Для його опису зазвичай використовують диференціальні рівняння дифузії, або їх різницеві аналоги. У такому випадку необхідно проводити ідентифікацію різницевого оператора на основі даних вимірювання концентрацій шкідливих викидів з відомими граничними похибками, тобто на основі інтервальних даних [2,3]. Як відомо, методи ідентифікації різницевого оператора, що базуються на аналізі інтервальних даних, вимагають рівномірної вимірювальної сітки. Проте, вимірювання концентрацій шкідливих викидів переважно здійснюються в місцях з інтенсивним рухом автотранспорту та його накопиченням. Це означає, що вимірювальна сітка не є рівномірною. Таким чином, для побудови згаданих моделей необхідно забезпечити рівномірну сітку для вимірюваних значень, а також «прив'язати» до її вузлів відомі в інших точках значення інтенсивності забруднення автотранспортом, які лінійно залежать від інтенсивності транспортних

потоків в околі вузлів сітки. Зазначена задача є предметом розгляду у даній праці.

Постановка задачі

Теоретичною основою для побудови моделей стаціонарних та нестаціонарних полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту в межах певної ділянки міста є математичні моделі об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних [6]. Зосередження уваги на фізичних властивостях середовища вимагає значного ускладнення математичної моделі. Також при побудові таких складних моделей на практиці неможливо перевірити результати моделювання на основі цих моделей з реальними даними, часто отриманими за умов, що не відповідають умовам моделювання. Перш за все, це пов'язано зі складністю вимірювального експерименту. Наприклад, якщо математична модель у вигляді диференціального рівняння досить точно описує процес перенесення хімічних речовин в атмосфері у випадку поривів вітру або інших турбулентних явищ в атмосфері, то реальне значення концентрації хімічної речовини на одиницю об'єму встановлюється в процесі вимірювання протягом певного періоду і інтегрується та усереднюється. Крім того, точність таких вимірювань низька. Відносна похибка вимірювань може сягати 50%. Отже, за цих умов достатньо побудувати математичну модель з точністю, еквівалентною точності вимірювального експерименту. В цьому випадку для урахування граничних похибок вимірювань доцільно представляти експериментальні дані у вигляді інтервалів можливих значень модельованої характеристики:

$$[z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+],$$

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, h = 1, \dots, H, k = 1, \dots, K \quad (1)$$

де $z_{i,j,h,k}^-, z_{i,j,h,k}^+$ – нижня та верхня межі інтервалу можливих значень вимірюваної концентрації шкідливої речовини у вузлах сітки з дискретно заданими просторовими координатами $i=1, \dots, I$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$, у дискретний момент часу $k=1, \dots, K$, відповідно. Очевидно, що ширина отриманого інтервалу безпосередньо залежить від похибки вимірювань.

Слід зазначити, що у вимірювальному експерименті можна встановити нижню та верхню межі інтервалу на основі відносної похибки вимірювального пристрою:

$$\begin{aligned} z_{i,j,h,k}^- &= z_{i,j,h,k} - z_{i,j,h,k} \cdot \varepsilon \\ z_{i,j,h,k}^+ &= z_{i,j,h,k} + z_{i,j,h,k} \cdot \varepsilon \end{aligned}$$

де $z_{i,j,h,k}$ – виміряне значення концентрації шкідливої речовини; ε – відносна похибка вимірювань.

При таких умовах макромодельовання є єдиним способом для відображення розподілу концентрацій шкідливих викидів. Побудову таких макромоделей зручно здійснювати на основі отриманих інтервальних даних у вигляді (1).

В роботі О.Г. Івахненка [7] описується індуктивний підхід для вибору прийняттого способу математичного опису цих процесів. Суть його полягає у визначенні деякої різницевої схеми шляхом її налаштування відповідно до експериментальних даних. Сама різницева схема, яка фактично перетворює значення вхідних змінних у вихідні значення, називається різницевим оператором. Процес налаштування цієї схеми називається структурною ідентифікацією [4,12].

У загальному випадку вираз лінійного за параметрами різницевого оператора (РО) має такий вигляд [2]:

$$\begin{aligned} v_{i,j,h,k} &= \vec{f}^T (v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h-1,0}, v_{i-1,0,0,0}, \dots, \\ &v_{0,j-1,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \vec{g}, \\ i &= d, \dots, I, j = d, \dots, J, h = d, \dots, H, k = d, \dots, K \end{aligned} \quad (2)$$

де $\vec{f}^T(\bullet)$ – вектор базисних функцій (нелінійних, в загальному випадку), за допомогою яких здійснюється перетворення значень модельованої характеристики, а також вхідних змінних у вузлах просторової сітки для заданих дискретних моментів часу; $v_{i,j,h,k}$ – модельована концентрація шкідливих викидів у вузлах сітки з дискретно заданими просторовими координатами $i=d, \dots, I$, $j=d, \dots, J$, $h=d, \dots, H$, в моменти часу $k=d, \dots, K$; $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$ – вектори вхідних змінних (керувань); d – порядок РО; \vec{g} – вектор невідомих параметрів РО.

Результатом виконання процедури структурної ідентифікації є встановлення різницевої обчислювальної схеми, зокрема: вектора

базисних функцій $\vec{f}^T(\bullet)$; наборів та розмірності векторів вхідних змінних (керувань) $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$; порядку різницевої схеми d , який, як відомо, еквівалентний порядку диференціального рівняння (аналог різницевої схеми). Для реалізації різницевої схеми також необхідно встановити початкові умови, тобто значення кожного дискретного елемента з множини $v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h-1,0}, v_{i-1,0,0,0}, \dots, v_{0,j-1,0,0}, \dots,$

$v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$ (як правило, початкового) та значення компонентів вектора параметрів \vec{g} . Якщо структура РО відома, то залишається актуальним завдання налаштування параметрів РО (2) таким чином, щоб забезпечити максимальну узгодженість між модельованою характеристикою та експериментально отриманими значеннями цієї характеристики. Таке завдання називається задачею параметричної ідентифікації [9,13].

Виходячи з вимог забезпечення точності математичної моделі в межах точності вимірювального експерименту, умова узгодженості між експериментальними даними, представленими в інтервальному вигляді (1), та даними, отриманими на основі математичної моделі у вигляді РО (2), може бути представлена у такому вигляді:

$$\begin{aligned} v_{i,j,h,k} &\in [z_{i,j,h,k}^-, z_{i,j,h,k}^+], \\ \forall i &= d, \dots, I, \forall j = 1, \dots, J, \\ \forall h &= d, \dots, H, \forall k = d, \dots, K \end{aligned} \quad (3)$$

На основі результатів проведеного аналізу ми можемо стверджувати, що для забезпечення умов заданої точності (3) макромоделі у вигляді лінійного РО (2) при розв'язуванні задачі параметричної ідентифікації, доцільним є застосування методів аналізу інтервальних даних [9].

Припустимо, що вектор оцінок параметрів РО (2) отримано на основі аналізу інтервальних даних. Підставляючи вектор оцінок параметрів РО замість їх справжніх значень у виразі (2) разом з заданими початковими інтервальними значеннями кожного елемента з набору $[v_{0,0,0,0}], \dots, [v_{0,0,h-1,0}], [v_{i-1,0,0,0}], \dots, [v_{0,j-1,0,0}], \dots, [v_{i-1,j-1,h-1,k-1}]$ та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$, отримаємо інтервальну оцінку концентрацій шкідливої речовини у вузлах сітки з дискретно заданими просторовими координатами $i=1, \dots, I$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$ в дискретні моменти часу $k=1, \dots, K$:

$$\begin{aligned}
 [\widehat{v}_{i,j,h,k}] &= [\widehat{v}_{i,j,h,k}^-; \widehat{v}_{i,j,h,k}^+] = \widehat{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0,0}], \dots, \\
 &[\widehat{v}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{v}_{-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, \\
 &[\widehat{v}_{-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \widehat{g}, \\
 i &= 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, h = 1, \dots, H, k = 1, \dots, K
 \end{aligned} \tag{4}$$

Таким чином, математична модель стаціонарних та нестаціонарних полів концентрації шкідливих викидів для завдання контролю стану навколишнього середовища буде описуватись РО у загальному вигляді (4). Враховуючи, що всі розрахунки у (4) виконуються з використанням правил інтервальної арифметики [2], різницевий оператор (4) називається інтервальним різницевим оператором (ІРО).

Умови узгодженості експериментальних даних, представлених у інтервальній формі (1), з даними, отриманими на основі макромоделі у вигляді ІРО (4), формулюються наступним чином:

$$\begin{aligned}
 [\widehat{v}_{i,j,h,k}^-; \widehat{v}_{i,j,h,k}^+] &\subset [z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+], \\
 \forall i &= 1, \dots, I, \forall j = 1, \dots, J, \\
 \forall h &= 1, \dots, H, \forall k = 1, \dots, K
 \end{aligned} \tag{5}$$

Підставимо у вираз (5), замість інтервальних оцінок концентрацій шкідливої речовини $[\widehat{v}_{i,j,h,k}^-; \widehat{v}_{i,j,h,k}^+]$, її інтервальні значення, обчислені з використанням ІРО (4) разом із врахуванням заданих початкових інтервальних значень кожного елемента з набору

$$\begin{aligned}
 [\widehat{v}_{0,0,0,0}] &\subseteq [z_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,0,h-1,0}] \subseteq [z_{0,0,h-1,0}], \\
 [\widehat{v}_{-1,0,0,0}] &\subseteq [z_{-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0,0}] \subseteq [z_{0,j-1,0,0}], \dots, \\
 [\widehat{v}_{-1,j-1,h-1,k-1}] &\subseteq [z_{-1,j-1,h-1,k-1}]
 \end{aligned} \tag{6}$$

та заданих векторів вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$. Отримаємо таку інтервальну систему нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) [3]:

$$\left\{ \begin{aligned}
 &[\widehat{v}_{0,0,0,0}^-; \widehat{v}_{0,0,0,0}^+] \subseteq [z_{0,0,0,0}^-; z_{0,0,0,0}^+], \dots, \\
 &[\widehat{v}_{-d,j-d,h-d,k-d}^-; \widehat{v}_{-d,j-d,h-d,k-d}^+] \subseteq [z_{-d,j-d,h-d,k-d}^-; z_{-d,j-d,h-d,k-d}^+]; \\
 &[\widehat{v}_{-1,j-1,h-1,k-1}] = \widehat{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{v}_{-1,0,0,0}], \dots, \\
 &[\widehat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{k-1}) \cdot \widehat{g}; \\
 &z_{i,j,h,k}^- \leq \widehat{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{v}_{-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, \\
 &[\widehat{v}_{-d,j-d,h-d,k-d}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k) \cdot \widehat{g} \leq z_{i,j,h,k}^+; \\
 &i = d, \dots, I, d = 2, \dots, J, h = d, \dots, H, k = d, \dots, K.
 \end{aligned} \right. \tag{7}$$

Таким чином, ІСНАР (7) отримуємо шляхом підстановки інтервальних оцінок вихідної характеристики (заданих у формі початкових умов і прогнозованих з використанням виразу (4) в інших вузлах сітки) в умови (5). Тому задача параметричної ідентифікації ІРО (4) за умов (5) полягає у розв'язанні ІСНАР у вигляді (7). Методи оцінки розв'язків отриманої ІСНАР описані в [10].

Аналіз запропонованої схеми побудови математичної моделі розподілу викидів шкідливих транспортних засобів показав, що до її впровадження необхідно отримати рівномірну сітку вимірюваних концентрацій (3) у її вузлах та векторах впливів на них $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$. Головним з них є інтенсивність руху транспортних засобів. Це завдання вирішується за допомогою модифікованого методу субтрактивної кластеризації даних про інтенсивність автотранспортних потоків [11].

Модифікований метод субтрактивної кластеризації

В якості основи для кластеризації розподілу автомобільного трафіку доцільно використати «гірський» метод кластеризації з субтрактивним алгоритмом його реалізації. Цей метод не вимагає великої вибірки експериментальних даних та встановленої заздалегідь кількості кластерів, що значно скорочує час для його реалізації. Варто також зазначити, що кількість кластерів на основі цього методу регулюється єдиним параметром, а саме – радіусом кластеру [11].

Відповідно до методу кластеризації, спочатку формуємо потенційні центри кластерів з рядків матриці даних для кластеризації вхідних змінних та обчислюємо потенціал визначених центрів кластерів за допомогою виразу:

$$P_h(c_h) = \sum_{k=1}^K \exp(-\alpha \cdot \|\vec{c}_h - \vec{x}_k\|) \tag{8}$$

де $\vec{c}_h = (c_{1h}, c_{2h}, \dots, c_{Kh})$ – потенційний центр h -го кластеру; α – додатна константа; $\|\vec{c}_h - \vec{x}_k\|$ – відстань між потенційним центром h -го кластеру \vec{c}_h та вхідними експериментальними даними \vec{x}_k , $k=1, \dots, K$, $h=1, \dots, H$; H – кількість потенційних кластерів.

В нашому випадку, якщо враховується єдина властивість кластера, яка є кількістю автотранспортних засобів $u_{x_i, y_j, k}$ у точці з координатами x_i, y_j у дискретний момент часу k , то вираз для оцінки потенціалів заданих центрів кластерів має такий вигляд:

$$P_h(x_h, y_h, k) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \exp(-\alpha \cdot \|\vec{u}_{x_h, y_h, k} - u_{x_i, y_j, k}\|) \tag{9}$$

де $P_h(x_h, y_h, k)$ – потенціал точки (центру кластера з координатами x_h, y_h в момент часу k); $\vec{u}_{x_h, y_h, k}$, $u_{x_i, y_j, k}$ – кількість автотранспорту в точці потенційного центру кластера x_h, y_h, k та в точках x_i, y_j, k

з визначеною інтенсивністю автотранспортного потоку та виміряною концентрацією шкідливих викидів, відповідно.

Ілюстрація розподілу потенціалів представлена поверхнею у вигляді гірського рельєфу та наведена у праці [8]. Вершини вказаної

поверхні мають найбільші значення потенціалів і є претендентами стати центрами сформованих кластерів.

Одна «гірська вершина» оточена іншими «вершинами», що викликає проблему побудови схожих кластерів даних з відповідними центрами. Це не забезпечує результатів кластеризації високої якості.

За центри кластерів вибираємо координати «вершин гір», тобто центр кластеру – це точка на карті міста з найбільшим значенням потенціалу:

$$(x_h, y_h, k) = \arg \max_{h=1, \dots, H} P_h(x_h, y_h, k) \quad (10)$$

Щоб уникнути формування подібних кластерів, ми повинні перерахувати значення потенціалів для інших потенційних центрів кластерів:

$$P_{h+1}(x_{h+1}, y_{h+1}, k) = P_{h+1}(x_h, y_h, k) - P_h(x_h, y_h, k) \cdot \exp(-\beta \cdot \|\bar{u}_{x_{h+1}, y_{h+1}, k} - \bar{u}_{x_h, y_h, k}\|), h = 1, \dots, H, \quad (11)$$

де $P_h(x_h, y_h, k)$ – потенційний центр h -го кластера на h -ій ітерації; $P_{h+1}(x_h, y_h, k)$ – потенційний центр h -го кластера на $h+1$ ітерації; β – додатна константа, $\|\bar{u}_{x_{h+1}, y_{h+1}, k} - \bar{u}_{x_h, y_h, k}\|$ – відстань між потенційним центром $h+1$ кластера та центром сформованого h -го кластера.

Процес розрахунку центрів кластерів здійснюється до тих пір, поки не будуть виключені всі рядки вхідної змінної матриці X , яка представлена набором (3).

Вищезазначена процедура базується на субтрактивному алгоритмі кластеризації та представлена наступними кроками.

Крок 1. Формування потенційних центрів кластерів. Ними є всі точки вимірних концентрацій шкідливих викидів та відповідної інтенсивності автотранспортного руху.

Крок 2. Обчислення потенціалів потенційних центрів кластерів на основі (9).

Крок 3. Вибір точки з максимальним потенціалом для представлення центру кластера на основі (10).

Крок 4. Виключення впливу знайденого центру кластера шляхом перерахунку потенціалів для інших потенційних центрів кластерів за допомогою (11).

Крок 5. Визначення наступного кластера та координат його центру. Якщо максимальне значення потенціалу центру кластера перевищує деякий заздалегідь визначений поріг, який є радіусом кластера, то переходимо до кроку 4, в іншому випадку алгоритм вважається завершеним.

Ітераційна процедура визначення центрів кластерів та перерахунок потенціалів повторяться до тих пір, поки всі точки в просторі вхідних експериментальних даних будуть знаходитися в межах радіусу шуканих центрів кластерів.

В результаті реалізації алгоритму кластеризації ми отримуємо h кластерів, $h = 1, \dots, H$ з відповідними центрами.

Наступним кроком є визначення вузлів рівномірної сітки для однорідних частин кластера. Відстані між дискретними значеннями координат сусідніх вузлів сітки дорівнюють радіусу кластера, а значення $\Pi_{x_h, y_h, k}$ – кількість транспортних засобів у точці центру кластера x_h, y_h, k . Щоб присвоїти кількість автотранспорту в k -й момент часу вузлам сітки, достатньо проаналізувати, в якому кластері знаходиться вузол. Якщо вузол належить до h -го кластера, то кількість транспортних засобів у вузлі $\Pi_{x_h, y_h, k}$.

Приклад застосування методу кластеризації

Розглянемо застосування розробленого методу кластеризації для одержання рівномірної сітки на прикладі м. Тернополя.

Фрагмент карти центральної частини міста Тернополя з нанесеними точками вимірювання інтенсивності руху автотранспортних засобів у дискретний час (одна година) показано на рис. 1. Інтенсивність автотранспортних потоків розподілена на території не рівномірно. Тому бажано виміряти її у деяких вибраних точках, де вона є найвищою, наприклад, як це зображено на фрагменті карти.

Точки вимірювання інтенсивності руху автотранспорту відображені на карті чорним кольором.

Застосування кластерного аналізу для визначення площ з певною інтенсивністю руху транспортних засобів за умови визначення центрів кластерів, розташованих на певній рівномірній сітці, дає можливість визначити крок її дискретизації для побудови РО. У нашому випадку кластер являє собою набір точок певної площі міста з однорідними значеннями поточного числа автотранспортних засобів.

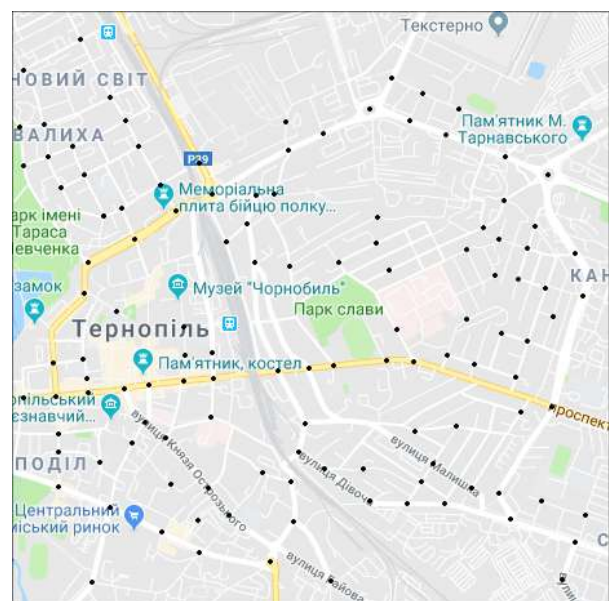


Рисунок 1 – Точки вимірювання інтенсивності руху автотранспортних засобів на прикладі м. Тернополя.

Результат застосування запропонованого методу кластерного аналізу схематично показаний на рис. 2. Як бачимо, в процесі кластеризації було визначено H кластерів з різною інтенсивністю руху транспортних засобів та радіусом r . Отже, відстані між дискретними значеннями координат сусідніх вузлів сітки дорівнюють радіусу кластера. Такий підхід забезпечить рівномірне покриття усієї ділянки сіткою з дискретами, які дорівнюють радіусу кластера. При цьому, в точках вузлів сітки інтенсивність автотранспортних потоків (одиниць за одну годину) відповідає значенню, яке асоційоване зі значенням центру кластера, в який попадає даний вузол. За межами кластера інтенсивність вважаємо нульовою.

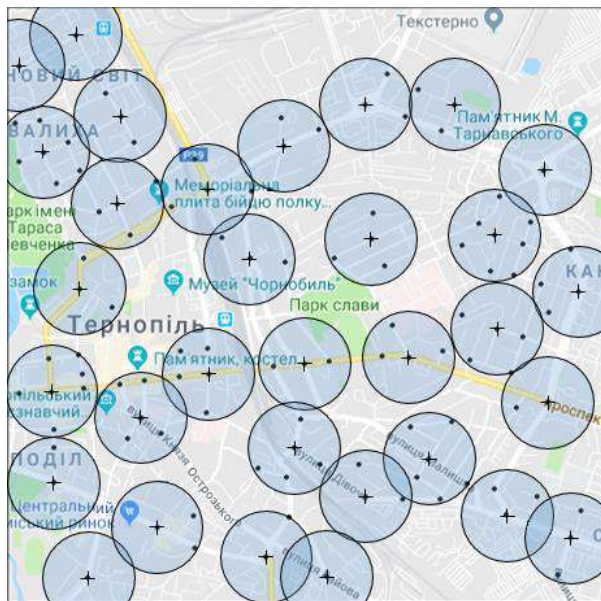


Рисунок 2 – Результат кластеризації інтенсивності автотранспортних потоків на карті м. Тернополя.

Отримана рівномірна сітка для побудови моделі розподілу концентрацій шкідливих викидів

автотранспортних засобів у вигляді ІРО (4) схематично показана на рис. 3. Значення інтенсивності транспортних потоків у вузлах сітки отримано із аналізу значень кластерів.

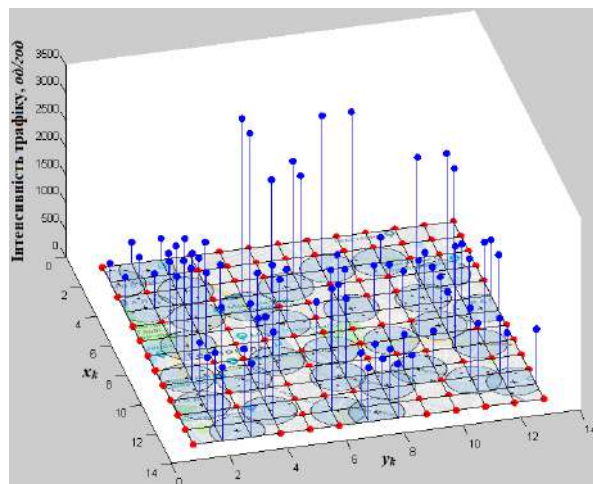


Рисунок 3 – Розподіл інтенсивності автотранспортних потоків на центральній ділянці м. Тернополя.

Вузли, позначені червоним кольором, означають нульову кількість автотранспортних одиниць.

Висновки

Запропоновано та обґрунтовано модифікований метод субтрактивної кластеризації та інтервального аналізу для моделювання розподілу концентрацій шкідливих викидів автотранспортних засобів з урахуванням інтенсивності їх руху в умовах нерівномірної виміральної сітки.

Список літератури

1. Veremchuk A. Mathematical and software tools for modeling objects with distributed parameters / A. Veremchuk, A. Pukas, I. Voytyuk, I. Spivak // 13th International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET) // Lviv, 2016. – pp. 149-152.
2. Войтюк І.Ф. Метод та генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальных різницевиx операторів в задачах екологічного моніторингу / І.Ф. Войтюк, М.П. Дивак, В.М. Неміш // Наукові праці ДонНТУ. Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка, 2011. – № 14 (188), С. 8-17.
3. Дивак М. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними / М. Дивак // Тернопіль: Видавництво ТНЕУ «Економічна думка», 2011. – 216 с.
4. Войтюк І.Ф. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / І.Ф. Войтюк, Т.М. Дивак, М.П. Дивак, А.В. Пукас // Вимірвальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах, 2011. – № 1 (37). – С. 44-52.
5. Кветний Р.Н. Різницеві методи та сплайни в задачах багатовимірної інтерполяції / Р.Н. Кветний, В.Ю. Дементьев, М.О. Машницький, О.О. Юдін // Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2009. – 87 с.
6. Ocheretnyuk N. Features of structure identification the macromodels for nonstationary fields of air pollutions from vehicles / N. Ocheretnyuk, I. Voytyuk, M. Dyvak, Y. Martsenyuk // Proceedings of International Conference on Modern Problem of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, Lviv-Slavske, 2012. – pp. 444-444.
7. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А.Г. Ивахненко // Киев: «Наукова думка», 1982. – 296 с.

8. Dyvak M. Modified method of subtractive clustering for modeling of distribution of harmful vehicles emission concentrations / M. Dyvak, Y. Maslyiak, I. Voytyuk, B. Maslyiak // Proceedings of International Conference on Advanced Computer Information Technologies, Ceske Budejovice, 2018. – pp. 58-62.

9. Дивак Т.М. Параметрична ідентифікація інтервального різницевого оператора на прикладі макромоделі розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння / Т.М. Дивак // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2012. – № 3. – С. 79-85. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Itki_2012_3_14

10. Dyvak M. Method of Parametric Identification for Interval Discrete Dynamic Models and the Computational Scheme of Its Implementation / M. Dyvak, N. Porplytsya, Y. Maslyiak, M. Shynkaryk // Advances in Intelligent Systems and Computing II: Selected Papers from the International Conference on Computer Science and Information Technologies, CSIT 2017, Springer, 2018. – pp.101- 112.

11. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику / С.Д.Штовба // Режим доступу: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php>

12. Porplytsya N. Structure identification of interval difference operator for control the production process of drywall / N. Porplytsya, M. Dyvak, T. Dyvak, I. Voytyuk // Proceedings of 12th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics, 2013. – pp. 262-264.

13. Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques / M. Fliess, H. Sira-Ramirez // Identification of Continuous-time Models from sampled Data. H. Garnier & L. Wang, Springer, 2008. – pp. 362–391.

References

1. Veremchuk, A., Pukas, A., Voytyuk, I., Spivak, I. (2016). *Mathematical and software tools for modeling objects with distributed parameters*, 13th International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET), Lviv, pp. 149-152.

2. Voytyuk, I., Dyvak, M., Nemish, V. (2011). *Method and genetic algorithm for structure identification of interval difference operators in the tasks of environmental monitoring [Metod ta genetychnyi alorytm strukturnoyi identyfikatsiyi interval'nyh riznytsevyh operatoriv v zadachah ekologichnogo monitoryngu]*, Scientific Works of Donetsk National Technical University. "Information, cybernetics and computer science" Series, Vol. 14 (188), pp. 8-17.

3. Dyvak M. (2011). *Mathematical Modeling Tasks of Static Systems with Interval Data [Zadachi matematychnogo modelyuvannya statychnykh system z interval'nymy danymy]*, Ternopil: TNEU Publishing House "Economic Thought", 216 p.

4. Dyvak, M., Voytyuk, I., Dyvak, T., Pukas, A. (2011) *Application of the interval difference operator for approximation of fields of harmful emissions concentration from vehicles [Zastosuvannya interval'nogo riznytseвого operatora dlya aproksymatsiyi poliv kontsentratsiy shkidlyvykh vykydiv avtotransportu]*, Measuring and Computing Devices in Technological Processes, No. 1 (37), pp. 44-52.

5. Kvietyni, R.N., Dementiev, V.Yu., Mashnytskyi, M.O., Yudin O.O. (2009) *Difference methods and splines in multidimensional interpolation problems [Riznytsevi metody ta splainy v zadachax bagatovymirnoyi interpolyatsiyi]*, Vinnytsia: UNIVERSUM, 87 p.

6. Ocheretnyuk, N., Voytyuk, I., Dyvak, M., Martsenyuk, Y. (2012) *Features of structure identification the macromodels for nonstationary fields of air pollutions from vehicles*, Proceedings of International Conference on Modern Problem of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, Lviv-Slavske, p. 444.

7. Ivakhnenko, A.G. (1981) *Inductive method of self-organizing of models of complex systems [Induktyvnyi metod samoorganizatsiyi modelei slozhnykh sistem]*, Kyiv: Scientific thought, 296 p.

8. Dyvak, M., Maslyiak, Y., Voytyuk, I., Maslyiak, B. (2018) *Modified method of subtractive clustering for modeling of distribution of harmful vehicles emission concentrations*, Proceedings of International Conference on Advanced Computer Information Technologies, Ceske Budejovice, pp. 58-62.

9. Dyvak, T. (2012) *Parametric identification of interval difference operator on the example of macromodel for distribution of humidity in the drywall sheets in the process of drying [Parametrychna identyfikatsiya interval'nogo riznytseвого operatora na prykladi makromodeli rozpodilu vologosti u lysti gipsokartonu v protsesi yogo sushinnia]*, Information Technologies and Computer Engineering: international Scientific Journal, Vol. 3, pp. 79-85.

10. Dyvak, M., Porplytsya, N., Maslyiak, Y., Shynkaryk, M. (2018) *Method of Parametric Identification for Interval Discrete Dynamic Models and the Computational Scheme of Its Implementation*, Advances in Intelligent Systems and Computing II: Selected Papers from the International Conference on Computer Science and Information Technologies, CSIT 2017, Springer, pp.101- 112.

11. Shtovba, S.D. *Introduction to the theory of fuzzy sets and fuzzy logic [Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv i nechetkuyu logiku]*. Access mode: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php>

12. Porplytsya, N., Dyvak, M., Dyvak, T., Voytyuk, I. (2013) *Structure identification of interval difference operator for control the production process of drywall*, Proceedings of 12th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics, CADSM'2013, pp. 262-264.

13. Fliess, M., Sira-Ramirez, H. (2008) *Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques*, H. Garnier & L. Wang. Identification of Continuous-time Models from sampled Data, Springer, pp. 362–391.

Надійшла до редакції 07.05.2018

Y. MASLYIAK

Ternopil National Economic University, Ternopil, Ukraine

METHOD OF MODELING OF MOTOR VEHICLES HARMFUL EMISSION CONCENTRATIONS DISTRIBUTION USING CLUSTERING AND INTERVAL ANALYSIS

The article is devoted to the problem of displaying and prediction of the concentrations of harmful vehicles emissions. They can be constructed based on the results of sample observations of dynamics with known limit error measurements. The article contains the formulation of the problem, mathematical model of stationary and non-stationary fields of harmful emissions concentration for the environment state control, modified method of subtractive clusterization and its application.

The method for building of model of harmful motor vehicles emission concentrations distribution taking into account the intensity of traffic flow is proposed. As the basis, mathematical model was chosen in the form of a difference operator, which is an analogue of the diffusion differential equation with partial derivatives. To obtain a uniform grid of a difference operator, the cluster analysis of the spatial distribution of the traffic flow intensity was used. For the difference operator identification, the structural identification based on the interval data analysis was proposed.

This approach will ensure the uniform coverage of the whole grid with discrete parts equal to the radius of the cluster. At the same time, at the points of the grid, the intensity of the traffic flows (units per hour) corresponds to a value that is associated with the value of the center of the cluster in which the given node hits.

Keywords: *mathematical modeling, clustering analysis, interval analysis, interval difference operator, harmful motor vehicle emissions, vehicular traffic.*

Ю.Б. МАСЛЫЯК

Тернопольский национальный экономический университет, г. Тернополь, Украина

МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ ВРЕДНЫХ ВЫБРОСОВ АВТОТРАНСПОРТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАСТЕРНОГО И ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗОВ

Предложен метод построения модели распределения концентраций вредных выбросов автотранспорта с учетом интенсивности автотранспортного потока. За основу выбрана математическая модель в виде разностного оператора, который является аналогом диффузионного дифференциального уравнения в частных производных. Для получения равномерной сетки разностного оператора использован кластерный анализ пространственного распределения интенсивности автотранспортных потоков. Для идентификации разностного оператора предложено использование структурной идентификации на основе анализа интервальных данных.

Ключевые слова: *математическая модель, кластерный анализ, интервальный анализ, интервальный разностный оператор, вредные выбросы автотранспорта, автотранспортный поток.*