

УДК.383.8:621.396.96:621.396.6

Н.Р. Грабовська<sup>1</sup>, асистент,  
Я.Ю. Варецький<sup>2</sup>, канд. техн. наук,  
О.В. Капшій<sup>2</sup>, канд. техн. наук.,  
Ю.В. Лисак<sup>2</sup>, канд. техн. наук.<sup>1</sup>НУ Львівська політехніка, м. Львів, Україна<sup>2</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАНУ, м. Львів, Україна  
rusyn@ipm.lviv.ua

## Тривимірна реконструкція поверхневих дефектів за тріадою зображень та оцінка її точності

У статті розглянуто метод тривимірної реконструкції поверхневих дефектів за тріадою двовірних зображень. Метод створений на основі ламбертівської моделі відбиття світла. У статті розглянуто проблему оцінки похибки тривимірної реконструкції поверхні за двовірними зображеннями. Для фотозйомки зображень запропоновано використовувати три напрямки освітлення. Показано, що від точності встановлення напрямків освітлення залежить точність реконструкції. Проведено оцінку похибки реконструкції похідних поверхні в залежності від двох напрямків освітлення. Зокрема, на основі тестової поверхні тріщини проведено розрахунок оцінки похибки реконструкції похідних поверхні тріщини. Представлені рекомендації по встановленню експлуатаційних меж кутових відхилень напрямків освітлення та необхідних діапазонів реконструкції похідних.

**Ключові слова:** тривимірна реконструкція, дефект, зображення, напрямок світла, похибка.

DOI: 10.31474/1996-1588-2019-1-28-4-11

### Вступ

В неруйнівному контролі конструкцій, уражених корозією, для прогнозування ресурсу їх безаварійної роботи [1, 2] останнім часом для опису та відновлення форми дефекта використовують методи тривимірної реконструкції [3-10] [3-9]. Одним з методів отримання тривимірної форми предмету на основі аналізу його зображень є класична стереореко́нструкція [9]. Проте даний метод тривимірної реконструкції має ряд обмежень, які виникають під час застосування і впливають на точність отримання кінцевого результату. Обмеження методу викликає присутність на одному з зображень стереопари значної за розмірами зони загороджених пікселів, що зужує інформацію в цій зоні до одного зображення, а отже блокує ефективну тривимірну реконструкцію. Все це призводить до зниження якості реконструкції.

Одним з методів отримання тривимірної форми предмету на основі аналізу його зображень є запропонований в [10, 11] метод 3D реконструкції за тріадою зображень, отриманих зі змінним положенням джерела світла. Метод оснований на ламбертівській моделі відбиття світла від поверхні об'єкту. Для відеозйомки зображень використовуються три напрямки освітлення- вертикальний та два бокові.

Сама реконструкція відбувається шляхом інтегрального накопичення реконструйованих горизонтальної та вертикальної похідної вектора нормалі.

При практичній реалізації цієї реконструкції необхідно врахувати похибки, які індуковані відхиленням кожного з трьох напрямків освітлення від технологічно запланованого значення. Це складне завдання.

Тому метою роботи є оцінка похибки визначення похідних поверхні тріщини при її реконструкції за тріадою зображень в залежності від напрямків освітлення.

В рамках поставленої мети будуть вирішені **дві задачі**:

- розроблено метод тривимірної реконструкції поверхні за тріадою зображень та оцінка похибки, яка індукована відхиленням кожного з двох бокових напрямків освітлення від технологічно запланованого значення;

- проведена оцінка похибки, яка індукована відхиленням вертикального і бокового напрямків освітлення від технологічно запланованих значень.

### Ілюмінаційна модель зображення

Для дифузної моделі відбиття (розглядаємо монохроматичне зображення) інтенсивність від-

биття точки поверхні, освітленої одним джерелом світла, визначає рівняння [12, 13]

$$I_{\lambda} = I_a + I_{p\lambda} k_d (N \cdot L), \quad (1)$$

де  $I_a$  - інтенсивність розсіяного світла;  $I_{p\lambda}$  - інтенсивність джерела освітлення;  $k_d$  - дифузний коефіцієнт, який визначає рівень дифузного відбиття досліджуваної точки поверхні;  $L = (L_x, L_y, L_z)$  - напрям на джерело світла;  $N = (N_x, N_y, N_z)$  - одиничний вектор нормалі до поверхні  $F(x, y, z) = 0$  у досліджуваній точці

$$N = \left\{ \frac{-p}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{-q}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \right\}, \quad (2)$$

де  $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $q = \frac{\partial z}{\partial y}$  - нахил поверхні в околі точки.

### 3D реконструкція дифузного об'єкта за тріадою зображень

Оскільки інтенсивність джерела освітлення  $I_{p\lambda}$  є стала величина, то рівняння (1) є функцією чотирьох невідомих  $p$ ,  $q$ ,  $k_d$  та  $I_a$ . Розглянемо ілюмінаційну модель зображення з контрольованим кутом освітлення та визначимо її параметри  $p$ ,  $q$ ,  $k_d$  та  $I_a$  з тріади зображень. Щоб усунути залежність від параметра  $I_a$  експериментально визначимо його, штучно затінюючи зразок. Затінення формується за допомогою прямокутника, просторове положення якого над зразком, а отже і положення тіні, визначає система обробки. Використовуючи базове зображення  $I_{\lambda}$  зі штучним затіненням, можна визначити інтенсивність фону  $I_a$  і звести модель (1) до трьох невідомих.

Припустимо, що у системі забезпечено джерело світла з такими параметрами, що  $L_0 = (L_{x0}, L_{y0}, L_{z0})$ ,  $L_1 = (L_{x1}, L_{y1}, L_{z1})$ ,  $L_2 = (L_{x2}, L_{y2}, L_{z2})$ . В результаті отримаємо інтенсивність відбиття поверхні у вигляді системи трьох рівнянь

$$\begin{aligned} I_{\lambda 0} &= I_a + I_{p\lambda} k_d (L_{x0} N_x + L_{y0} N_y + L_{z0} N_z); \\ I_{\lambda 1} &= I_a + I_{p\lambda} k_d (L_{x1} N_x + L_{y1} N_y + L_{z1} N_z); \\ I_{\lambda 2} &= I_a + I_{p\lambda} k_d (L_{x2} N_x + L_{y2} N_y + L_{z2} N_z), \end{aligned} \quad (3)$$

в якій невідомі компоненти вектора нормалі  $N$ . Нехай джерело світла матиме такі параметри

$$\begin{aligned} L_0 &= (0, 0, 1), \\ L_1 &= (L_{x1e}, 0, L_{z1e}), \\ L_2 &= (0, L_{y2e}, L_{z2e}). \end{aligned} \quad (4)$$

Отриману систему трьох рівнянь (3) з неві-

домими  $p$ ,  $q$ ,  $k_d$  шляхом алгебраїчних перетворень трансформуємо у таку:

$$p = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} - \frac{\eta_1}{L_{x1e}}; \quad q = \frac{L_{z2e}}{L_{y2e}} - \frac{\eta_2}{L_{y2e}}, \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} \eta_1 &= k \frac{I_{\lambda 1} - I_a}{I_{\lambda 0} - I_a}; \quad k = \frac{I_{p\lambda 1}}{I_{p\lambda 0}} = \frac{I_{p\lambda 2}}{I_{p\lambda 0}}; \\ \eta_2 &= k \frac{I_{\lambda 2} - I_a}{I_{\lambda 0} - I_a}. \end{aligned}$$

Щоб спростити реконструкцію (5) та, як буде показано далі, покращити точність реконструкції, приймаємо, що  $k = L_{z1e} = L_{z2e}$ . Внаслідок цього величини  $p$  і  $q$  з виразу (5) приймають такий вигляд

$$p = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} \delta I_{\lambda 01}; \quad q = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} \delta I_{\lambda 02}, \quad (6)$$

де  $\delta I_{\lambda 0i} = \frac{I_{\lambda 0} - I_{\lambda i}}{I_{\lambda 0} - I_a}$ ,  $i=1,2$ .

Таким чином у випадку  $I_{\lambda 0} \gg I_a$  реконструкція (6) виконується на основі зважених відносних похибок зображень  $\delta I_{0i} = \frac{I_{\lambda 0} - I_{\lambda i}}{I_{\lambda 0}}$ .

Вплив фону зменшено.

Оцінимо похибки модифікованої реконструкції похідних  $p$  (6), яка індукована відхиленням першого бокового напрямку освітлення  $\tilde{L}_1$  від технологічно запланованого  $L_1$ . На другому етапі аналізу точності доцільно розглянути похибку реконструкції похідної  $q$  (6), яка індукована відхиленням другого бокового напрямку освітлення  $\tilde{L}_2$  від технологічно запланованого  $L_2$ .

Зауважимо, що за рахунок змін напрямку освітлення  $\tilde{L}_1$  реконструкція похідної  $p$  (6) змінюється за рахунок зміни параметра  $\eta_1(I_{\lambda 1}(\tilde{L}_1))$ , а за рахунок змін напрямку освітлення  $\tilde{L}_2$  реконструкція похідної  $q$  (6) змінюється за рахунок зміни параметра  $\eta_2(I_{\lambda 2}(\tilde{L}_2))$ .

Розглянемо похибку реконструкції похідної  $p$ , яка індукована відхиленням першого бокового напрямку освітлення  $\tilde{L}_1$ .

### Визначення напрямку світла

Припустимо, що у системі маємо джерело світла з параметрами  $L = (L_x, L_y, L_z)$ , які необхідно визначити.

Для опису вектора  $L$  скористаємось одиничною сферою  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ , з центром у досліджуваній точці  $O$ . Досліджувана точка розміщена у центрі координат. Для поверхні

$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  можна визначити похідну

$P = \frac{\partial z}{\partial x} = -\text{ctg}\theta$ , де  $\theta$  - кут напрямку світла в площині XOZ, а також похідну

$Q = \frac{\partial z}{\partial y} = -\text{ctg}\varphi$ , де  $\varphi$  - кут напрямку світла в площині YOZ. На цій основі вектор L набуває форми

$$L = \left( \frac{-P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + 1}}, \frac{-Q}{\sqrt{P^2 + Q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{P^2 + Q^2 + 1}} \right). \quad (7)$$

З застосуванням опису (7) видно (див. (4)), що для технологічно запланованого  $L_1$ , який визначено в точці з  $P = P_e$ ,  $Q = Q_e = 0$  зображення  $I_{\lambda 1}$ , а також величина  $\delta I_{\lambda 01}$  є функцією параметрів  $P_e, Q_e$ . Реконструкція похідної  $p$  має вигляд

$$p = p(P_e, Q_e) = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} \delta I_{\lambda 01}(P_e, Q_e). \quad (8)$$

За рахунок використання напрямку освітлення  $\tilde{L}_1 = \tilde{L}_1(P, Q)$  зображення  $I_{\lambda 1}$  стає функцією параметрів  $P, Q$ . Внаслідок чого реконструкцію похідної представимо наступним чином

$$p(P, Q) = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} \delta I_{\lambda 01}(P, Q). \quad (9)$$

Застосуємо для оцінки точності реконструкції  $p$  розклад функції (9) в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} p(P, Q) &= p(P_e, Q_e) + (P - P_e) \frac{\partial p(P, Q_e)}{\partial P} \Big|_{P=P_e} + \\ & (Q - Q_e) \frac{\partial p(P_e, Q)}{\partial Q} \Big|_{Q=Q_e} + \\ & (P - P_e)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p(P, Q_e)}{\partial P^2} \Big|_{P=P_e} + \\ & (Q - Q_e)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p(P_e, Q)}{\partial Q^2} \Big|_{Q=Q_e} + \\ & + \frac{1}{2!} (P - P_e)(Q - Q_e) \frac{\partial^2 p(P, Q)}{\partial P \partial Q} \Big|_{P=P_e, Q=Q_e} + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

Наступний аналіз точності виконується з параметром  $Q_e = 0$ . Для оцінки  $p = p(P, Q)$  шляхом її диференціювання та підставлення компонентів вектора N отримуємо

$$\left[ \frac{\partial p(P, 0)}{\partial P} \right]_{P=P_e} = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} \frac{P_e - p}{(P_e^2 + 1)^{3/2}}. \quad (11)$$

$$\left[ \frac{\partial p(P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0} = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} \frac{-q}{\sqrt{1 + P_e^2}}. \quad (12)$$

На основі цього абсолютна похибка загальної оцінки точності реконструкції горизонтальної похідної приймає значення

$$\Delta p_{PQ} = p(P_e, 0) - p(P, Q) = \Delta p_P + \Delta p_Q, \quad (13)$$

де похибки

$$\Delta p_P = (P_e - P) \left[ \frac{\partial p(P, 0)}{\partial P} \right]_{P=P_e};$$

$$\Delta p_Q = -Q \left[ \frac{\partial p(P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0}.$$

Підставивши  $P_e = -1$  в (11, 12) отримаємо

$$\left[ \frac{\partial p(P, 0)}{\partial P} \right]_{P=P_e} = -\frac{1+p}{2\sqrt{2}};$$

$$\left[ \frac{\partial p(-1, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0} = -\frac{q}{\sqrt{2}}.$$

На основі (13) відносна похибка обрахунку горизонтальної похідної

$$\delta p = \delta p_P + \delta p_Q, \quad (14)$$

де

$$\delta p_P = \frac{(1+P)(1+p)}{2\sqrt{2}p}; \quad (15)$$

$$\delta p_Q = Q \frac{q}{\sqrt{2}p}. \quad (16)$$

Поступаючи аналогічно визначимо відносну похибку обрахунку вертикальної похідної, яка викликана змінами напрямку освітлення  $L_2$

$$\delta q = \delta q_Q + \delta q_P, \quad (17)$$

де

$$\delta q_Q = \frac{(1+Q)(1+q)}{2\sqrt{2}q}; \quad \delta q_P = P \frac{p}{\sqrt{2}q}. \quad (18)$$

Нехай система тривимірної реконструкції має наступні технічні характеристики:

$$\delta p_P = \pm 0,1. \quad \delta p_Q = \pm 0,1. \quad (19)$$

$$\delta q_{P0} = \pm 0,1. \quad \delta q_{Q0} = \pm 0,1. \quad (20)$$

Проведемо кількісну оцінку робочих діапазонів реконструкції горизонтальної похідної при використанні системи тривимірної реконструкції та пристрою бокового променя.

Пристрій бокового променя має такі технічні характеристики:

1. Абсолютна похибка  $\Delta P = \pm 0,01$  визначення параметра  $P$ .

2. Абсолютна похибка  $\Delta Q = \pm 0,01$  визначення параметра  $Q$ .

Проведемо кількісну оцінку робочих діапазонів реконструкції горизонтальної похідної на основі відносної похибки  $\delta r_Q$  (16). Результати розрахунків розподілу  $Q$  представлено на рис. 1.

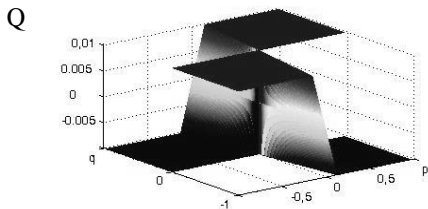


Рисунок 1 - Частково обмежений розподіл відхилення  $Q(p, q)$

Тут точки  $(p, q)$  в яких можна реконструювати похідну  $p$ , коли виконуються умови  $0,01 \leq Q$  і  $Q \leq -0,01$ , представлено площинами  $Q = \pm 0,01$ . З рис. 1 видно, що між площинами, де реконструкція виконується з заданою точністю  $\epsilon$  зони значень точок  $(p, q)$ , де точність не є задовільною. Щоб краще селектувати зони реконструкції з заданою точністю і заборонені зони, розподіл відхилення  $Q$  представлено у бінарній формі.

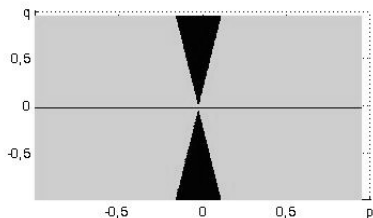


Рисунок 2 - Бінарний розподіл відхилення  $Q(p, q)$

На рис. 2 точки в яких можна реконструювати похідні  $p$  та  $q$  представлено сірим кольором, а точки в яких не можна реконструювати похідні  $p$  та  $q$  чорним. З рис. 2 видно, що в околі  $p=0$  діапазон реконструкції горизонтальної похідної  $D_p$  стає подвійним, а початковий діапазон реконструкції вертикальної похідної  $D_q$  звужується.

Для кількісної оцінки забороненої зони в діапазонах  $D_p$ ,  $D_q$  розподіл похідних  $p$  та  $q$  в забороненій зоні представлено у вигляді сегмента на рис. 3. З нього видно, що діапазон реконструкції горизонтальної похідної  $D_p$  стає  $D_{p-} = [-0,97; p_-]$ , де  $-0,13 \leq p_-(q) < 0$ ,  $D_{p+} = [p_+; 0,97]$ , де  $0 \leq p_+(q) \leq 0,13$ . Розширення діапазонів реконструкції відбувається при мінімальному відхиленні похідної  $q$  від 0, а екстремальне звуження діапазонів відбувається ко-

ли  $q = \pm 0,97$ . Також видно, що коли  $-0,13 \leq p \leq 0,13$  початковий діапазон реконструкції вертикальної похідної  $D_q$  стає наступним  $D_{q-} = [-q_-; q_-]$ , де  $q_-(p) < 0,97$ . Екстремальне звуження діапазону  $D_{q-}$  відбувається лише при виконанні умови коли  $p \rightarrow 0$ .

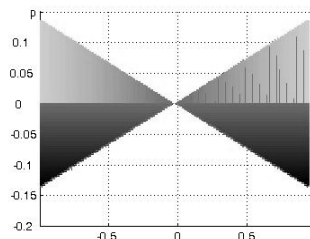


Рисунок 3 - Сегмент бінарного розподілу  $Q(p, q)$ , в якому є заборонена зона реконструкції

Зауважимо, що програмна реалізація наведеного кількісного аналізу точності параметрично залежить від параметрів, похибок (19, 20), які задаються користувачем. Коли ці параметри визначені, то програма знаходить відповідні діапазони реконструкції з заданими похибками автоматично і швидко. Програма реалізована в системі МАТЛІАБ.

Спираючись на отриманий аналіз точності та його результати перейдемо до аналізу точності складнішого випадку і визначимо похибку реконструкції похідної  $p$ , яка індукована відхиленням напрямків освітлення  $\tilde{L}_0$  та  $\tilde{L}_1$  від технологічно запланованих значень. Коли існує відхилення бокового (вертикального) напрямку освітлення  $\tilde{L}_1$  ( $\tilde{L}_0$ ) від технологічно запланованого зображення  $I_{\lambda 0}$  ( $I_{\lambda 1}$ ) стає функцією параметрів  $P_0, Q_0$  ( $P, Q$ ), а реконструкцію похідної отримаємо з виразу

$$p(P_0, Q_0, P, Q) = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} - \frac{\eta_1(P_0, Q_0, P, Q)}{L_{x1e}} \quad (21)$$

Застосуємо для оцінки точності реконструкції параметра  $p$  розклад функції (21) в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} p(P_0, Q_0, P, Q) &= p(0, 0, P_e, Q_e) + \\ &P_0 \left[ \frac{\partial p(P_0, 0, P_e, Q_e)}{\partial P_0} \right]_{P_0=0} + \\ &+ Q_0 \left[ \frac{\partial p(0, Q_0, P_e, Q_e)}{\partial Q_0} \right]_{Q_0=0} + \\ &+ (P - P_e) \left[ \frac{\partial p(0, 0, P, Q_e)}{\partial P} \right]_{P=P_e} + \\ &+ (Q - Q_e) \left[ \frac{\partial p(0, 0, P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=Q_e} + \\ &+ P_0^2 \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 p(P_0, 0, P_e, Q_e)}{\partial P_0^2} \right]_{P_0=0} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 &+ Q_0^2 \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 p(0, Q_0, P_e, Q_e)}{\partial Q_0^2} \right]_{Q_0=0} + \\
 &+ (P - P_e)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p(0, 0, P, Q_e)}{\partial P^2} \Big|_{P=P_e} + \\
 &+ (Q - Q_e)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p(0, 0, P_e, Q)}{\partial Q^2} \Big|_{Q=Q_e} + \\
 &+ \frac{1}{2!} P_0 Q_0 \left[ \frac{\partial^2 p(P_0, Q_0, P_e, Q_e)}{\partial P_0 \partial Q_0} \right]_{P_0=0, Q_0=0} + \\
 &+ \frac{1}{2!} P_0 (Q - Q_e) \frac{\partial^2 p(0, 0, P, Q)}{\partial P_0 \partial Q} \Big|_{P_0=0, Q=Q_e} + \\
 &+ \frac{1}{2!} (P - P_e)(Q - Q_e) \frac{\partial^2 p(0, 0, P, Q)}{\partial P \partial Q} \Big|_{P=P_e, Q=Q_e} + \\
 &+ \dots
 \end{aligned}$$

Для оцінки другого і третього членів розкладу (22) приймаємо, що їх аналіз точності виконується з технологічно запланованим напрямком  $L_1$ , в точці з  $P = P_e$ ,  $Q = Q_e = 0$ . На основі цього, для оцінки другого і третього членів розкладу (22) шляхом диференціювання отримуємо

$$\left[ \frac{\partial p(P_0, 0, P_e, Q_e)}{\partial P_0} \right]_{P_0=0} = - \frac{P^2 P_e + P}{P_{e1}}; \tag{23}$$

$$\left[ \frac{\partial p(0, Q_0, P_e, Q_e)}{\partial Q_0} \right]_{Q_0=0} = - \frac{q P_e + q}{P_e}.$$

Для оцінки четвертого і п'ятого членів розкладу (22) шляхом диференціювання отримуємо

$$\left[ \frac{\partial p(0, 0, P, Q_e)}{\partial P} \right]_{P=P_e} = \frac{P_e - p}{L_{x1e} (P_e^2 + 1)^{3/2}}. \tag{24}$$

$$\left[ \frac{\partial p(0, 0, P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0} = \frac{-q}{L_{x1e} \sqrt{1 + P_e^2}}. \tag{25}$$

Нехтуючи в виразі (22) малими членами, одержимо наближення розвинення в ряд Тейлора, з якого, з використанням підставлення виразів (23)-(25) в (22), визначимо загальну оцінку точності реконструкції горизонтальної похідної

$$\begin{aligned}
 \Delta p &= p(P_0, Q_0, P, Q) - p(0, 0, P_e, Q_e) = \tag{26} \\
 &= \Delta p_{Pv} + \Delta p_{Qv} + \Delta p_{Pl} + \Delta p_{Ql},
 \end{aligned}$$

де похибки

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{Pv} &= P_0 \left[ \frac{\partial p(P_0, 0, P_e, Q_e)}{\partial P_0} \right]_{P_0=0}; \\
 \Delta p_{Qv} &= Q_0 \left[ \frac{\partial p(0, Q_0, P_e, Q_e)}{\partial Q_0} \right]_{Q_0=0}; \\
 \Delta p_{Pl} &= (P_e - P) \left[ \frac{\partial p(0, 0, P, Q_e)}{\partial P} \right]_{P=P_e}; \\
 \Delta p_{Ql} &= -Q \left[ \frac{\partial p(0, 0, P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=Q_e=0}.
 \end{aligned}$$

Наступний аналіз точності виконується, коли параметр  $P_e$  приймає значення  $P_e = -1$ . Тоді джерело світла має координати

$L_1 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ . Підставивши  $P_e = -1$  в (23) на основі (26) визначимо відносну похибку обчислення горизонтальної похідної

$$\delta p = \delta p_{Pv} + \delta p_{Qv} + \delta p_{Pl} + \delta p_{Ql}, \tag{27}$$

де

$$\delta p_{Pv} = P_0(1 - p); \tag{28}$$

$$\delta p_{Qv} = Q_0 q \frac{1 - p}{p}; \tag{29}$$

$$\delta p_{Pl} = \frac{(1 + P)(1 + p)}{2p}; \tag{30}$$

$$\delta p_{Ql} = Q \frac{q}{p}. \tag{31}$$

Звідки визначена відносна похибка

$$\delta p_1 = \delta p_{Pl} + \delta p_{Ql}. \tag{32}$$

реконструкції за триадою зображень (5) при неконтрольованих змінах бокового напрямку освітлення об'єкта. Коли порівняли відносну похибку  $\delta p$  (14) і відносну похибку  $\delta p_1$ , то видно, що відносна похибка реконструкції  $\delta p$  має в  $1/\sqrt{2}$  менше значення.

### Практичне застосування аналізу точності в прогнозі тріщинистості

Розглянемо один із варіантів умов реалізації кількісного аналізу складових похибки  $\delta p$  при експлуатації системи тривимірної реконструкції.

1. Необхідно в (27) задати для системи тривимірної реконструкції технічну характеристику- похибку

$$\delta p = \pm A. \tag{33}$$

2. На основі цього приймаємо, що система тривимірної реконструкції має наступні технічні характеристики:

$$\begin{aligned}
 \delta p_{Pv} &= \pm \frac{A}{4}; & \delta p_{Qv} &= \pm \frac{A}{4}; \\
 \delta p_{Pl} \delta p &= \pm \frac{A}{4}; & \delta p_{Ql} &= \pm \frac{A}{4}.
 \end{aligned} \tag{34}$$

3. Аналогічно до представленого кількісного аналізу похибки  $\delta p_Q$  (16) (див. рис. 2, рис. 3) створене відповідне програмне забезпечення [14], яке реалізує кількісний аналіз кожної відносної похибки в (27). В створених програмах, використовується ключовий параметр  $A$ , який може змінюватись користувачем в ході експлуатації.

Розглянемо процедуру визначення параметра  $A$  та застосуємо отримані оцінки якості реконструкції похідних (27)-(34) в задачах прогнозу тріщиностійкості металевих конструкцій. Опис зародження і росту втомної тріщини та вплив її параметрів на тріщиностійкість наведені у працях [3, 19, 20]. Для встановлення зв'язку між параметрами тріщиностійкості та отриманими оцінками якості реконструкції похідних (33), (34) застосуємо наступний чотирьох етапний підхід.

1. Нехай на поверхні досліджуваної пластини виникла тріщина типу «розрив» [3], внаслідок того, що пластину розтягнуто в випробувальній машині ортогональним до ходу тріщини навантаженням  $\sigma$ . В цьому випадку поле напружень визначається коефіцієнтом інтенсивності напружень [3].

$$K = 1.12\sigma\sqrt{\pi z_{\max}} \quad (35)$$

При досягненні  $K$  критичного значення  $K_c$  (константа матеріалу) здійсниться руйнування. Точність прогнозу тріщиностійкості визначається відносною похибкою обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень

$$\delta K = \frac{\delta z_V}{2} \quad (36)$$

яка визначається відносною похибкою

$$\delta z_V = \frac{\Delta z_{\max}}{z_{\max}} \quad (37)$$

де  $\Delta z_{\max}$  - абсолютна похибка реконструкції довжини  $z_{\max}$ .

Точність прогнозу тріщиностійкості задається користувачем у вигляді

$$\delta K = \pm B \quad (38)$$

На основі цього з виразу (36) маємо

$$\delta z_V = \pm 2B \quad (39)$$

2. Визначимо загальну оцінку відносної похибки розрахунку довжини тріщини  $\delta z_V$  на основі параметрів тривимірної реконструкції та проведеного аналізу точності тривимірної реконструкції.

2.1. Визначимо довжину тріщини. Нехай маємо тріщину типу «розрив» [3]. Нехай  $\alpha$  - кут нахилу тріщини в площині  $XOY$ . Зауважимо, що для оцінки довжини тріщини  $z_{\max}$  вона може бути представлена перерізом у площині  $XOZ$  або перерізом у площині  $YOZ$ . Коли  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , то тріщина наближена до вертикальної тріщини в якій  $q \rightarrow 0$ . В цьому випадку тріщину доцільно описувати перерізом у площині  $XOZ$ . Коли  $\alpha \rightarrow 0$ , то тріщина наближена до горизонтальної тріщини в якій  $p \rightarrow 0$ . В цьому випадку тріщину доцільно описувати перерізом у площині  $YOZ$ .

Якщо  $\frac{3\pi}{4} > \alpha > \frac{\pi}{4}$ , то тріщина має виразніші

ознаки вертикальності. В іншому випадку тріщина має виразніші ознаки горизонтальності. Для випадку, де домінують ознаки вертикальної тріщини, представимо аналітичну модель перерізу тріщини  $z = z_{Cr}(x, y)$ , де  $y = \text{const}$  у площині  $XOZ$  у такій формі

$$z = \begin{cases} -z_{\max} + \begin{cases} -k(x - x_V), & x_e \leq x \leq x_V \\ k(x - x_V), & x_r \geq x > x_V, \end{cases} \\ 0, & x_e > x \cup x > x_r \end{cases} \quad (40)$$

де  $x_V = k_V y + b$ ,  $x_e = -x_s + x_V$ ,  $x_r = x_s + x_V$ , тобто тріщина симетрична. На основі (40)

$$p = \begin{cases} \begin{cases} -k, & x_e \leq x \leq x_V \\ k, & x_r \geq x > x_V \end{cases} \\ 0, & x_e > x \cup x > x_r \end{cases} \quad (41)$$

Звідки визначимо глибину тріщини як

$$z = \int_{x_u}^{x_r} p dx = p(x_r - x_u) \quad (42)$$

де  $x_u \in [x_V, x_r]$ . Тому довжина тріщини

$$z_{\max} = p(x_r - x_V) \quad (43)$$

2.2. Визначимо оцінку точності реконструкції глибини тріщини на основі абсолютної похибки горизонтальної похідної  $\Delta p$  (26)

$$\Delta z_{\max} = \int_{x_V}^{x_r} \Delta p dx = \Delta p(x_r - x_V) \quad (44)$$

2.3. На основі (43) та (44) та (27) визначимо загальну оцінку точності реконструкції довжини тріщини

$$\delta z_V = \delta p = \delta p_{p_V} + \delta p_{q_V} + \delta p_{p_I} + \delta p_{q_I} \quad (45)$$

де складові описується виразами (28)-(32).

На основі цього та виразу (39) маємо оцінку похибки прогнозу тріщиностійкості

$$\delta p = \pm 2B \quad (46)$$

Звідки повертаючись до аналізу з (33) отримуємо значення параметра

$$A = 2B \quad (47)$$

Цей результат розкриває шлях до практичного отримання оцінок (34) та наступної роботи програм, які реалізують кількісний аналіз кожної відносної похибки (27) в системі тривимірної реконструкції.

### Висновки

Наукова новизна роботи полягає в тому, що удосконалено метод тривимірної реконструкції за тріадою зображень. Запропонований метод дозволяє здійснювати тривимірну реконструкцію з кращою точністю ніж існуючий метод тривимірної реконструкції за тріадою зображень.

Для оцінки точності обох версій методу тривимірної реконструкції за тріадою зображень на основі розкладу Тейлора була проведена оцінка похибки визначення похідних поверхні.

Для удосконаленого методу тривимірної реконструкції аналітично знайдені похибки значення похідних досліджуваної поверхні, обумовлені відхиленням бокового напрямку освітлення від технологічно запланованого значення в площині XZ та YZ. На їх основі розраховані похибки визначення горизонтальної та вертикальної похідних поверхні досліджуваного об'єкта, два діапазони 3D реконструкції значень горизонтальної та вертикальної похідних, а також запропоновані рекомендації по встановленню експлуатаційних меж кутів відхилень бокового напрямку освітлення від технологічно запланованого значення.

Для методу тривимірної реконструкції за тріадою зображень аналітично отримана оцінка похибки визначення похідних досліджуваної по-

верхні, яка індукована спільним відхиленням вертикального і бокового напрямків освітлення від технологічно запланованих значень.

Встановлено, що відносна похибка реконструкції горизонтальної похідної удосконаленого методу тривимірної реконструкції за тріадою зображень має в  $1/\sqrt{2}$  менше значення ніж відповідна відносна похибка методу тривимірної реконструкції за тріадою зображень.

**Практична цінність** роботи полягає в тому, що в перспективі, отримані результати, при застосуванні розробленого методу тривимірної реконструкції та оцінки його точності на реконструкцію тріщин для реальних металографічних зображень поверхонь, дозволять проводити прогноз тріщиностійкості конструкції з гарантованою і оптимально встановленою точністю.

### Список літератури

1. Marcus, P. Corrosion mechanisms in theory and practice.- New York: Technology & Engineering, 2002.-742 p.
2. Sharland, S. M. A review of the theoretical modeling of crevice and pitting corrosion// Corrosion Science.- 1987, V.27, N3.- pp. 289-323.
3. Szklarska-Smialowska, Z. Pitting Corrosion of Metals.- Houston:, Springer, 1986. -431p.
4. Wood, W. A. Recent observations on fatigue fracture in metals. - New York: Wiley, 1961.-519 p.
5. Angelopoulou M. Evaluating the effect of diffuse light on photometric stereo reconstruction/ M. Angelopoulou, M. Petrou // Machine Vision and Applications.- 2014, V. 25, Issue 1.- pp. 199-210.
6. Yoshizawa, T. Handbook of Optical Metrology -principle and applications- New York: CRC Press, 2009.-744 p.
7. Zhang Z. High-resolution 3-D profilometry with binary phase-shifting methods. Applied Optics, 2011. N 50(12).- pp.1753-1757.
8. Sinha, Sudipta N., Scharstein, D., Szeliski, R. Efficient high-resolution stereo matching using local plane sweeps// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. -2014. - pp. 1219-1222.
9. Szeliski, R.. Computer Vision: Algorithms and Applications. New York: Springer, 2008.-655p.
10. Rusyn, B.P., Anufriyeva N. P., Hrabovska N. R., Ivaniuk V. H. Nondestructive Testing of the State of Surfaces Damaged by Corrosion Piting.// Materials Science. 2014. 49(4). P. 516-524.
11. Русин Б.П. Оцінка глибини тріщини за тріадою зображень / Русин Б.П., Іванюк В.Г., Капшій О.В., Ануфрієва Н.П. // Радіоелектроніка і інформатика. - 2010.-№2.-С. 70-78.
12. Lambert, J. H. Photometria, sive de Mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae, sumptibus viduae E. Klett 1760.
13. Watanabe, S., Miyajima, K. Detecting Building Changes Using Epip Taken At Different Positions ICIP. 2001, pp. 201-204.
14. Потемкин В.Г. Система МАТЛИАБ. Справочное пособие. Москва: ДИАЛОГ-МИФИ, 1998. - 350 С.

### References

1. Marcus, P. (2002). *Corrosion mechanisms in theory and practice*. New York: Technology & Engineering. 742 p.
2. Sharland, S. M. (1987). *A review of the theoretical modeling of crevice and pitting corrosion*. Corrosion Science, V.27, N3. pp. 289-323.
3. Szklarska-Smialowska, Z. (1986). *Pitting Corrosion of Metals*. Houston: Springer. 431p.
4. Wood, W. A. (1961). *Recent observations on fatigue fracture in metals*. New York: Wiley. 519 p.
5. Angelopoulou, M., Petrou, M. (2014). *Evaluating the effect of diffuse light on photometric stereo reconstruction*. Machine Vision and Applications, V. 25, Issue 1. pp. 199-210.

6. Yoshizawa, T. (2009). *Handbook of Optical Metrology -principle and applications*. New York: CRC Press. 744 p.
7. Zhang, Z (2011). *High-resolution 3-D profilometry with binary phase-shifting methods*. Applied Optics, No 50(12). pp.1753–1757.
8. Sinha, Sudipta N., Scharstein, D., Szeliski, R. (2014). *Efficient high-resolution stereo matching using local plane sweeps*. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. pp. 1219-1222.
9. Szeliski, R. (2008). *Computer Vision: Algorithms and Applications*. New York: Springer. 655p.
10. Rusyn, B.P., Anufriyeva, N. P., Hrabovska, N. R., Ivaniuk, V. H. (2014). *Nondestructive Testing of the State of Surfaces Damaged by Corrosion Pitting*. Materials Science. No 49(4). p. 516-524.
11. Rusyn, B.P., Ivaniuk, V.H., Kapshii, O.V., Anufriyeva, N.P. (2010). *Otsinka hlybyny trishchyny za triadoiu zobrazen*. Radioelektronika i informatyka, №2.-p. 70–78.
12. Lambert, J. H. *Photometria, sive de Mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae, sumptibus viduae E. Klett* 1760.
13. Watanabe, S., Miyajima, K. (2001). *Detecting Building Changes Using Epip Taken At Different Positions*. ICIP. pp. 201-204.
14. Potemkyn, V.H. (1998). *Systema MATLAB. Spravochnoe posobyе*. Moskva: DYALON-MYFY. 350 p.

Надійшла до редакції 20.05.2019

**Н.Р. ГРАБОВСЬКАЯ<sup>1</sup>, Я.Ю. ВАРЕЦЬКИЙ<sup>2</sup>, О.В. КАПШІЙ<sup>2</sup>, Ю.В. ЛЫСАК<sup>2</sup>.**

<sup>1</sup>НУ Львовська політехніка, Україна

<sup>2</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАНУ, Україна

### **ТРЕХМЕРНАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ДЕФЕКТОВ ПО ТРИАДЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОЦЕНКА ЕЕ ТОЧНОСТИ**

В статье рассмотрен метод трехмерной реконструкции поверхностных дефектов по триаде двумерных изображений с использованием ламбертовской модели отражения света. В статье рассмотрена проблема оценки погрешности трехмерной реконструкции поверхности по двумерным изображениям. Для фотосъемки изображений предложено использовать три направления освещения. Показано, что от точности установления направлений освещения зависит точность реконструкции. Проведена оценка погрешности реконструкции производных поверхности в зависимости от двух направлений освещения. В частности на основе тестового изображения трещины проведен расчет оценки погрешности реконструкции производных поверхности трещины. Представлены рекомендации по установлению эксплуатационных пределов угловых отклонений направлений освещения и необходимых диапазонов реконструкции производных.

**Ключевые слова:** трехмерная реконструкция, изображения, направление света погрешность.

**N.R. HRABOVCSKA<sup>1</sup>, J. YU. VARETSKY<sup>2</sup>, O.V KAPSHIY<sup>2</sup>, YU.V. LYSAK<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>NU Lviv politehnika, (Ukraine).

<sup>2</sup>Karpenko Physico- Mechanical Institute of NAS of Ukraine (Ukraine).

### **THE THREE-DIMENSIONAL SURFACE RECONSTRUCTION FROM THE TRIAD IMAGES AND ITS ACCURACY ESTIMATION**

The article considers the method of three-dimensional surface reconstruction from the triad of two-dimensional images. This method is based on Lambertian reflection model. The 3D reconstruction method of the prospected surface is described step by step. The article considers the problem of error estimation for three-dimensional surface reconstruction with two-dimensional images. For recording images it offers to use three directions of illumination. The accuracy of the determination of directions of illumination initially depends on the accuracy of the reconstruction. The estimation error of the reconstruction of the derivatives of the surface depending on two directions of illumination. In particular, based on the test surface of the crack was calculated estimate of the error of reconstruction of the derivatives of the surface cracks. The analysis of this dependences presented recommendations for establishing operating limits of the angular deviations of the directions of illumination and formation ranges of the reconstruction of derivatives .

**Keywords:** 3D reconstruction, direction of illumination, 2D image.