

УДК 621.313.333.2

В.Ф. Сивокобиленко (д-р техн. наук, проф.)¹, С.В. Василець (канд. техн. наук, доц.)²
ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», м. Красноармійськ

¹кафедра електричних станцій, систем та електропостачання

²кафедра гірничої електротехніки та автоматики ім. Р.М. Лейбова

E-mail: svf@elf.dgtu.donetsk.ua; svyat.vasilets@gmail.com

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ ЗУБЧАТОСТІ МАГНІТОПРОВІДІВ

Розроблена модель асинхронного двигуна, що враховує залежність взаєміндуктивності між обмотками статора та ротора від кута повороту ротора двигуна, як матричне диференціальне рівняння у формі Коши. Запропоновано метод визначення залежності взаємних індуктивностей двигуна від кута повороту ротора з урахуванням зубчатості магнітопроводів, в якому індукція результуючого поля в області паза представляється у вигляді накладення індукцій двох полів: індукції непарного поля від струму паза та індукції парного поля, зовнішнього по відношенню по паза. Модель може бути використана при дослідженні високочастотних складових струмів та напруг в мережі живлення асинхронних двигунів.

Ключові слова: *двигун, магнітопровід, модель, індуктивність, паз.*

Актуальність проблеми та її зв'язок з прикладними задачами. Проектування сучасних електротехнічних комплексів шахтної електричної мережі з високими техніко-економічними показниками роботи можливо тільки на основі математичного аналізу перехідних процесів в системі. Нові тенденції розвитку вугледобувної техніки, необхідність підвищення техніко-економічних показників, безпеки та надійності функціонування шахт обумовлюють наукову та практичну актуальність удосконалення аналізу перехідних процесів шахтних електричних мереж. Особливий інтерес при моделюванні електромереж становлять моделі електродвигунів як основних споживачів енергії, оскільки точність розрахунку їх перехідних процесів суттєво впливає на точність моделювання системи в цілому. На сьогоднішній день при аналізі перехідних процесів в шахтних електромережах двигуни представляють на схемі заміщення сталими активно-індуктивними опорами, або надперехідними ЕРС за надперехідними опорами [1], що суттєво знижує точність розрахунків. Точність може бути підвищена шляхом використання динамічної моделі асинхронних двигунів. Для аналізу високочастотних складових в кривій струму двигуна, що важливо під час проектування електротехнічного комплексу з напівпровідниковими перетворювачами, доцільно врахувати зубчатість магнітопроводів статора та ротора.

Відомі дослідження та публікації. Процес електромеханічного перетворення енергії може бути проаналізований за допомогою теорії кіл, що базується на рівняннях Кірхгофа, та теорії поля, в основі якої – рівняння Максвелла [2]. В першому випадку вважають, що кожній гармоніці магнітного поля відповідають звичайні диференціальні рівняння електричної рівноваги. Розв'язуючи їх у сукупності з рівнянням механічної рівноваги електропривода, можна проаналізувати перехідний процес [3, 4]. Підвищення точності моделювання електродвигунів досягається врахуванням ефектів витіснення струмів в роторі, насичення сталі, залежності активних опорів від температури та ін., що вимагає розв'язання системи диференціальних рівнянь з нелінійними коефіцієнтами [5]. Особливістю математичних моделей електричних машин, що базуються на теорії кіл, є необхідність обчислення значень параметрів схем заміщення. Для цього розроблені спеціальні методики, що використовують каталожні дані електричних машин [6], дані дослідів неробочого ходу та короткого замикання, миттєві значення

робочих параметрів машини [7], алгоритми оптимізації, методи нечіткої логіки та ін. Польові методи аналізу дозволяють за допомогою однієї моделі аналізувати взаємодію полів різної фізичної сутності: електромагнітного, теплового, механічних навантажень та ін. Такі методи є доволі складними через необхідність розв'язання системи рівнянь в частинних похідних. Для спрощення розрахунків використовують метод провідності зубцевих контурів [8, 9].

Мета роботи. Обґрунтування математичної моделі асинхронного електродвигуна, яка враховує вплив зубчатості магнітопроводів на взаємоіндуктивність між обмотками статора та ротора при повороті останнього.

Основний матеріал та результати досліджень. Матричне диференційне рівняння, що описує перехідні процеси в асинхронному короткозамкненому двигуні відносно ортогональних складових потокозчеплень, є наступним:

$$d\bar{\Psi}_{AD} / dt = \bar{R} \cdot \bar{I}_{\alpha\beta} + \bar{G}_{AD} \bar{S}_{AD} + \bar{U}_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

де $\bar{\Psi}_{AD} = [\psi_{s\alpha} \ \psi_{s\beta} \ \psi_{r\alpha} \ \psi_{r\beta} \ \omega \ \theta]^T$ – вектор змінних стану (проекцій потокозчеплень, частоти обертання ω та кута повороту θ ротора); $\bar{I}_{\alpha\beta} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ i_{r\alpha} \ i_{r\beta} \ \omega \ \theta]^T$; $\bar{S}_{AD} = [-\omega\psi_{r\beta} \ \omega\psi_{r\alpha} \ (M_e - M_c)/J]^T$; $\bar{U}_{\alpha\beta} = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ – вектор проекцій напруг; \bar{R} – матриця активних опорів; \bar{G}_{AD} – матрична константа.

Приймаючи припущення про тотожність індуктивностей розсіяння статора та ротора $L_{\sigma s} = L_{\sigma r} = L_{\sigma}$ та з'єднання обмотки статора за схемою «зірка», вектори $\bar{\Psi}_{AD}$ та $\bar{I}_{\alpha\beta}$ зв'язані наступним співвідношенням:

$$\bar{\Psi}_{AD} = \bar{M}(\theta) \cdot \bar{I}_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

де $\bar{M}(\theta)$ – матриця індуктивностей, яка дорівнює:

$$\bar{M}(\theta) = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & M_3 & M_4 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & -M_4 & M_3 & 0 & 0 \\ M_3 & -M_4 & L_1 & 0 & 0 & 0 \\ M_4 & M_3 & 0 & L_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

причому $M_3 = M(\theta) - M(\theta - \rho)/2 - M(\theta + \rho)/2$; $M_4 = \sqrt{3}[M(\theta + \rho) - M(\theta - \rho)]/2$; $M(\theta)$ – взаємоіндуктивність між фазами статора та ротора в функції кута повороту ротора; $L_1 = L_{\sigma} + 3L/2$; $\rho = 2\pi/3$; L – власна індуктивність обмотки статора (ротора).

Зворотній до (2) зв'язок встановлюється співвідношенням:

$$\bar{I}_{\alpha\beta} = \bar{M}^{-1}(\theta) \cdot \bar{\Psi}_{AD}, \quad (4)$$

де $\bar{M}^{-1}(\theta)$ – матриця, зворотня до $\bar{M}(\theta)$, що визначається наступним чином:

$$\bar{M}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} L_1/M_{10} & 0 & -M_3/M_{10} & -M_4/M_{10} & 0 & 0 \\ 0 & L_1/M_{10} & M_4/M_{10} & -M_3/M_{10} & 0 & 0 \\ -M_3/M_{10} & M_4/M_{10} & L_1/M_{10} & 0 & 0 & 0 \\ -M_4/M_{10} & -M_3/M_{10} & 0 & L_1/M_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

причому $M_{10} = L_1^2 - M_3^2 - M_4^2$.

Враховуючи в (1) вираз (4) та переходячи до лінійних напруг статора $\bar{U}_{AD} = [u_{AB} \ u_{BC} \ u_{CA}]^T$, маємо матричне диференціальне рівняння стану асинхронного двигуна відносно проєкцій потокозчеплень, частоти обертання та кута повороту ротора:

$$d\bar{\Psi}_{AD} / dt = \bar{F}_{AD} \cdot \bar{\Psi}_{AD} + \bar{G}_{AD} \bar{S}_{AD} + \bar{H}_{AD} \cdot \bar{U}_{AD}, \quad (6)$$

де $\bar{F}_{AD} = \bar{R} \cdot \bar{M}^{-1}(\theta)$, \bar{H}_{AD} – матричні коефіцієнти, що дорівнюють, відповідно:

$$\bar{F}_{AD} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_3 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & -b_4 & b_3 & 0 & 0 \\ \hline b_5 & -b_6 & b_2 & 0 & 0 & 0 \\ b_6 & b_5 & 0 & b_2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{H}_{AD} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

причому

$$b_i = \begin{cases} -R_x L_1 / M_{10}, & \text{якщо } i = 1, 2; \\ R_x M_j / M_{10}, & \text{якщо } i = 3 \div 6, \end{cases} \quad (8)$$

де R_x та M_j визначаються з табл. 1.

Електромагнітний момент асинхронного двигуна дорівнює:

$$M_e = 1,5p[M_3(\psi_{r\alpha}\psi_{s\beta} - \psi_{r\beta}\psi_{s\alpha}) + M_4(\psi_{r\beta}\psi_{s\beta} + \psi_{r\alpha}\psi_{s\alpha})] / M_{10}. \quad (9)$$

Таблиця 1 – Значення величин R_x та M_j для виразу (8)

$i =$	1	2	3	4	5	6
$R_x =$	R_s	R_r	R_s	R_s	R_r	R_r
$M_j =$	-	-	M_3	M_4	M_3	M_4

Для використання запропонованої математичної моделі необхідно визначити залежність взаємних індуктивностей двигуна від кута повороту ротора. Для цього розглянемо магнітну систему асинхронного двигуна, яка складається з магнітопроводів статора та ротора. Прийmemo наступні позначення: D_s – внутрішній діаметр статора; D_r – зовнішній діаметр ротора; b_{sn} , b_{rn} – ширина паза статора, ротора відповідно; h_{sn} , h_{rn} – глибина паза статора, ротора відповідно; $b_{sz} = \pi D_s / N_{sn} - b_{sn}$, $b_{rz} = \pi D_r / N_{rn} - b_{rn}$ – ширина зубця статора, ротора відповідно; $t_{sz} = b_{sn} + b_{sz}$, $t_{rz} = b_{rn} + b_{rz}$ – відстань між центрами сусідніх зубців статора, ротора; δ – ширина повітряного зазору між зубцями статора та ротора. Кількість пазів магнітопроводу статора дорівнює N_{sn} , ротора N_{rn} . Обмотки статора та ротора (відповідно) характеризуються наступними параметрами: p_s , p_r – кількість пар полюсів; m_s , m_r – кількість фаз; N_{sk} , N_{rk} – кількість котушок; τ_s , τ_r – полюсне ділення; W_s , W_r – кількість паралельних провідників в пазу; $h_{sc} = h_{sn}/2 + \delta$, $h_{rc} = h_{rn}/2 + \delta$ – відстань від зосередженого пазового струму до протилежного магнітопроводу.

Прийmemo наступні припущення [9]: а) глибина паза статора h_{sn} є суттєво більшою від ширини паза статора b_{sn} ($h_{sn} > 1,5b_{sn}$), для ротора – аналогічно; б) ширина повітряного зазору δ є набагато меншою від радіуса його кривизни R ($\delta \ll R$), що дозволяє замінити кільцевий зазор плоским; в) ширина зубця становить $b_z > 3\delta$; д) магнітна проникненість магнітопроводу є нескінченно великою ($\mu_c \rightarrow \infty$); е) розподілений струм в кожному пазу замінюється рівним йому пазовим струмом, який розміщується на відстані h_c від протилежного магнітопроводу; ф) індукція результуючого поля в області паза представляється у вигляді на-

кладення індукції B_1 непарного поля від струму паза та індукції B_2 парного поля пазів магнітопроводу; g) криві індукції будуються для повітряного зазору; h) на осі паза спостерігається збільшення обмоточної функції на величину кількості паралельних провідників в пазу, якщо умовний напрямок обмотки в цьому пазу на розгортці обмотки «вгору», та зменшення обмоточної функції на величину кількості паралельних провідників в пазу, якщо умовний напрямок обмотки на розгортці обмотки «вниз». Обмотку статора опишемо матрицею, яка характеризує розміщення активних сторін котушок (табл. 2). Номер рядка матриці відповідає номеру котушки ($j = \overline{1, N'_{sk}}$). В нульовому стовпчику записується номер фази ξ_s (для фази А $\xi_s=1$, В – $\xi_s=2$, С – $\xi_s=3$), до якого відноситься j -та котушка, інші стовпчики відповідають пазам ($i = \overline{1, N'_{sn}}$). Кожен елемент матриці m_{ji} може приймати значення $-2, -1, 0, +1, +2$. Інформацію несе знак елемента та його модуль. Якщо $m_{ji}=0$, то активна сторона j -ї

Таблиця 2 – Формат матриці розміщення активних сторін котушок обмотки статора

		номер фази ξ_s	номер паза i		
			1	...	N'_{sn}
номер котушки j	1				
	...			m_{ji}	
	N'_{sk}				

котушки не належить i -му пазу. При $sign(m_{ji})=+1$ активна сторона котушки має умовний напрямок на схемі розгортки «вгору», при $sign(m_{ji})=-1$ – вниз. При обході розгортки магнітопроводу з котушкою зліва направо лобова частина котушки простягається від паза, для якого $|m_{ji}|=1$, до паза з $|m_{ji}|=2$. Аналогічна матриця розміщення активних сторін котушок обмотки складається для ротора. Активні провідники $j = \overline{1, N'_{sk}}$

котушки обмотки статора характеризуються наступними кутовими координатами: $\varphi_{sa1,j}$ – кутова координата активної сторони j -ї котушки (центра відповідного паза), для якої $|m_{ji}|=1$; $\varphi_{sa2,j}$ – кутова координата активної сторони j -ї котушки, для якої $|m_{ji}|=2$. Кутові координати активних сторін котушок обмотки ротора визначаються аналогічно.

Просторову обмоточну функцію (ПОФ) котушки визначимо як магніторухійну силу цієї котушки при протіканні по котушці струму 1А. ПОФ $j = \overline{1, N'_{sk}}$ котушки обмотки статора, яка належить ξ_{sj} фазі, в точці з кутовою координатою φ_s визначимо як:

$$Q_{sj}(\varphi_s) = \begin{cases} sign(m_{ji'}) \cdot W_{sj} / 2, & \text{якщо } \varphi_{s \min, j} < \varphi_s \leq \varphi_{s \max, j}; \\ sign(m_{ji''}) \cdot W_{sj} / 2, & \text{якщо } 0 < \varphi_s \leq \varphi_{s \min, j} \text{ або } \varphi_{s \max, j} < \varphi_s \leq 2\pi / p_s; \end{cases} \quad (10)$$

де $\varphi_{s \min, j} = \min\{\varphi_{sa1, j}; \varphi_{sa2, j}\}$ – найменша координата з $\varphi_{sa1, j}$ та $\varphi_{sa2, j}$; $\varphi_{s \max, j} = \max\{\varphi_{sa1, j}; \varphi_{sa2, j}\}$ – найбільша координата з $\varphi_{sa1, j}$ та $\varphi_{sa2, j}$.

МРС $j = \overline{1, N'_{sk}}$ котушки обмотки статора (МРС пазового струму) в точці статора з кутовою координатою φ_s в момент часу t визначається як:

$$F_{sj}(\varphi_s, t) = Q_{sj}(\varphi_s) \cdot i_{s\xi_{sj}}(t), \quad (11)$$

де $i_{s\xi_{sj}}(t)$ – миттєве значення струму фази ξ_{sj} статора (фази, до якої відноситься j -та котушка); j – номер котушки, активно сторона якої належить тій же пазовій області, що і координата φ_s .

Повна МРС статора в точці з координатою φ_s в момент часу t :

$$F_{s\Sigma}(\varphi_s, t) = \sum_{i=1}^{N'_{sk}} F_{si}(\varphi_s, t). \quad (12)$$

МРС статора в точці φ_s , зовнішня по відношенню до j -го паза, становить:

$$F_{sc}(\varphi_s, t) = F_{s\Sigma}(\varphi_s, t) - F_{sj}(\varphi_s, t) = \sum_{i=1}^{N'_{sk}} F_{si}(\varphi_s, t) - F_{sj}(\varphi_s, t) = \sum_{i=1, i \neq j}^{N'_{sk}} F_{si}(\varphi_s, t). \quad (13)$$

Залежності для ротора є аналогічними наведеним (10)–(13).

При розрахунку індукції для області кожного паза вводиться локальна декартова система координат, під областю паза розуміється діапазон зміни локальної абсциси $-(b_n + b_z)/2 < x < (b_n + b_z)/2$. Розглядаються окремо індукції статора $B_{s\Sigma}(\varphi_s, t)$ та ротора $B_{r\Sigma}(\varphi_s, \theta, t)$, а загальна індукція в повітряному зазорі $B_{\Sigma}(\varphi_s, \theta, t)$ дорівнює їх сумі:

$$B_{\Sigma}(\varphi_s, \theta, t) = B_{s\Sigma}(\varphi_s, t) + B_{r\Sigma}(\varphi_s, \theta, t). \quad (14)$$

Для області кожного паза індукція статора $B_{s\Sigma}(\varphi_s, t)$ складається з індукції $B_{s1}(\varphi_s, t)$ непарного поля від струму паза статора та індукції $B_{s2}(\varphi_s, t)$ парного поля від струмів сусідніх пазів:

$$B_{s\Sigma}(\varphi_s, t) = B_{s1}(\varphi_s, t) + B_{s2}(\varphi_s, t). \quad (15)$$

Індукція B_{s1} непарного поля від струму паза статора (при припущенні про відсутність зовнішнього по відношенню до паза поля) обраховується згідно відомої залежності [9]:

$$B_{s1}(\varphi_s, t) = F_{sj}(\varphi_s, t) \cdot \left| (\mu_0 \cdot t \cdot \sqrt{t - a_n}) / [\delta \cdot (t - r) \sqrt{t + 1}] \right|, \quad (16)$$

де j – номер котушки, активна сторона якої знаходиться в пази, до області якого належить точка з координатою φ_s ; $a_n = (2\delta / b_{sn})^2$; $r = [1 - (\eta')^2] / [(\eta')^2 + a'_n]$ – параметр для центра струму (у точці з координатами в локальній системі координат $z = 0 + jh_c$), причому $a'_n = 1 / a_n$, крім того величина η' ($-1 < \eta' < 1$) обчислюється шляхом розв'язання рівняння:

$$F_1(\eta') = h_c - b_n \{ \arctg(\eta' / \sqrt{a'_n}) / \sqrt{a'_n} + \ln[(1 + \eta') / (1 - \eta')] / 2 \} / \pi = 0; \quad (17)$$

до того ж t – параметр, значення якого у точці $z = x + j0$ вздовж повітряного зазору (локальна координата x відповідає φ_s) визначається як:

$$t = (\eta^2 + a_n) / (1 - \eta^2), \quad (18)$$

де η визначається шляхом чисельного розв'язання наступного рівняння:

$$F_2(x) = x - 2\delta \{ \arctg(\eta / \sqrt{a_n}) / \sqrt{a_n} + \ln[(1 + \eta) / (1 - \eta)] / 2 \} / \pi = 0. \quad (19)$$

Індукція B_{s2} парного поля (зовнішнього по відношенню по паза) при припущенні про відсутність струму в даному пази визначається наступним чином [9]:

$$B_{s2}(\varphi_s, t) = F_{sc}(\varphi_s, t) \cdot \mu_0 / \delta \sqrt{t / (t + 1)}. \quad (20)$$

Індукція результуючого поля ротора в області паза становить:

$$B_{r\Sigma}(\varphi_s, \theta, t) = B_{r\Sigma}(\varphi_r, t) = B_{r1}(\varphi_r, t) + B_{r2}(\varphi_r, t), \quad (21)$$

де індукції непарного $B_{r1}(\varphi_r, t)$ та парного $B_{r2}(\varphi_r, t)$ полів в області паза ротора визначаються аналогічно до відповідних індукцій статора.

Потокозчеплення j -ї котушки статора:

$$\psi_{sj} = L \cdot \int_{\varphi_{sa1,j}}^{\varphi_{sa2,j}} B_{\Sigma}(\varphi_s, \theta, t) d\varphi_s, \quad (22)$$

де L – довжина магнітопроводів двигуна; залежність (22) явно не враховує кількості витків

котушки W_{sj} , оскільки цей параметр враховано при розрахунку ПОФ (10).

Потокозчеплення j -ї котушки ротора визначається аналогічно до (22). Шляхом обчислення суми потокозчеплень котушок, що належать одній фазі (з урахуванням кількості пар полюсів), визначається потокозчеплення фазної обмотки. Розрахунок власних та взаємних індуктивностей фазних обмоток статора та ротора здійснюється шляхом ділення потокозчеплення відповідної фази на її струм при відсутності струму в інших фазах статора та ротора.

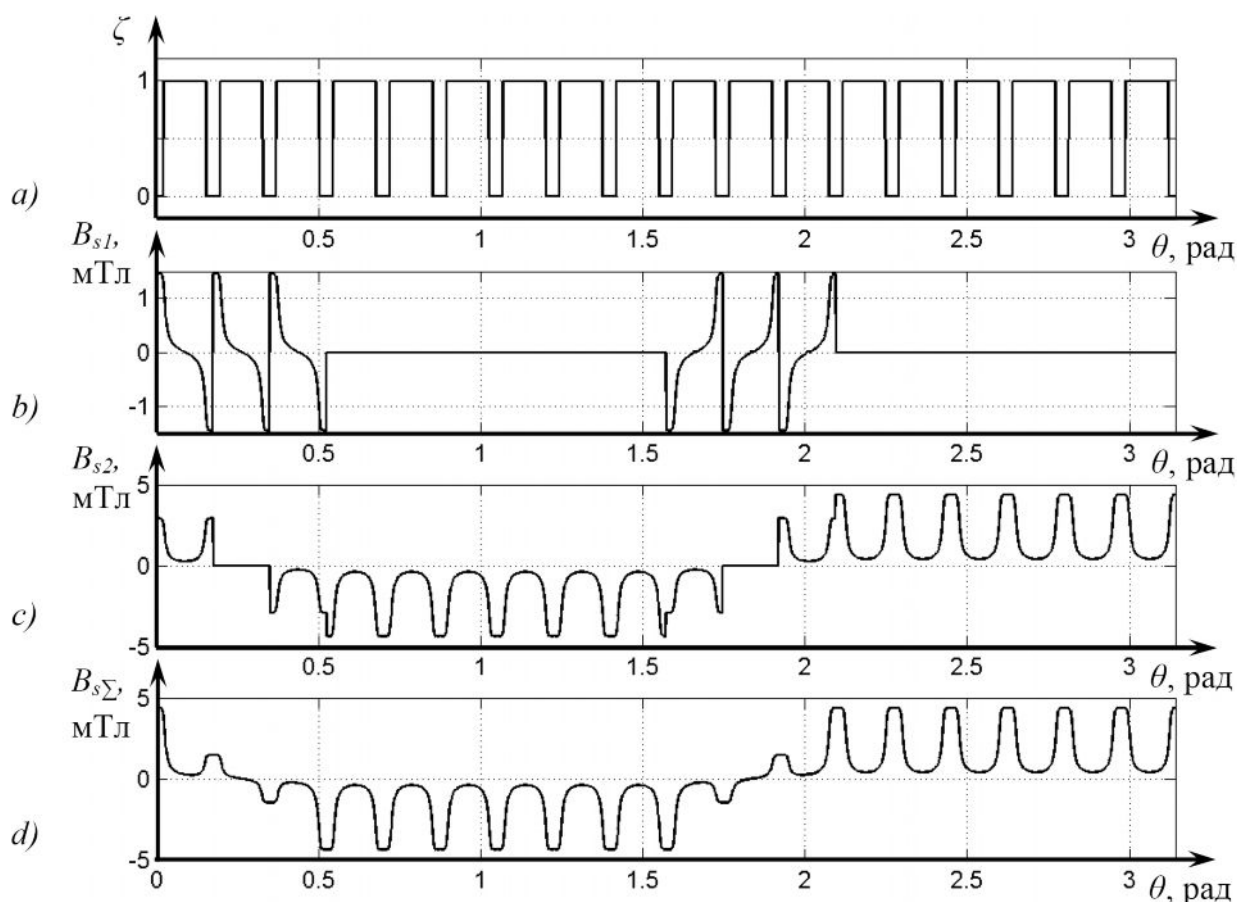


Рисунок 1 – Графічне зображення пазів однієї пари полюсів статора за допомогою двійкової змінної ζ (a), суміщений графік індукцій B_{s1} непарних полів від струмів пазів однієї пари полюсів статора (b), суміщений графік індукцій B_{s2} парних полів в області кожного пазу для однієї пари полюсів статора (c), індукція однієї пари полюсів статора (d) для фіксованого моменту часу

В якості прикладу визначимо залежності взаємних індуктивностей від кута повороту ротора для двигуна ВАО 41-4 у вибухобезпечному виконанні, основні параметри якого є наступними [10]: номінальна потужність – 4 кВт; напруга – 660 В; зовнішній діаметр активної сталі статора $D_c=0,208$ м; внутрішній діаметр активної сталі статора $d_c=0,133$ м; довжина заліза осереддя статора $L=0,11$ м; повітряний зазор $\delta=4 \cdot 10^{-4}$ м; крок обмотки по пазам статора 1-12, 2-11, 3-10; вид обмотки - однослойна концентрична; кількість котушок обмотки статора – 18; кількість елементарних провідників в пазу статора $n_{s1}=59$; кількість пазів статора $Z_1=36$; тип ротора – короткозамкнений; кількість пазів ротора $Z_2=26$.

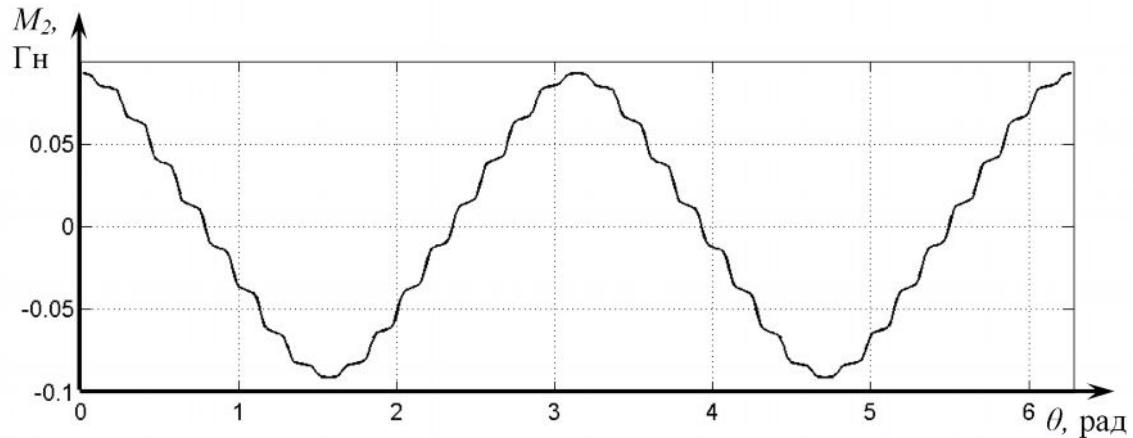
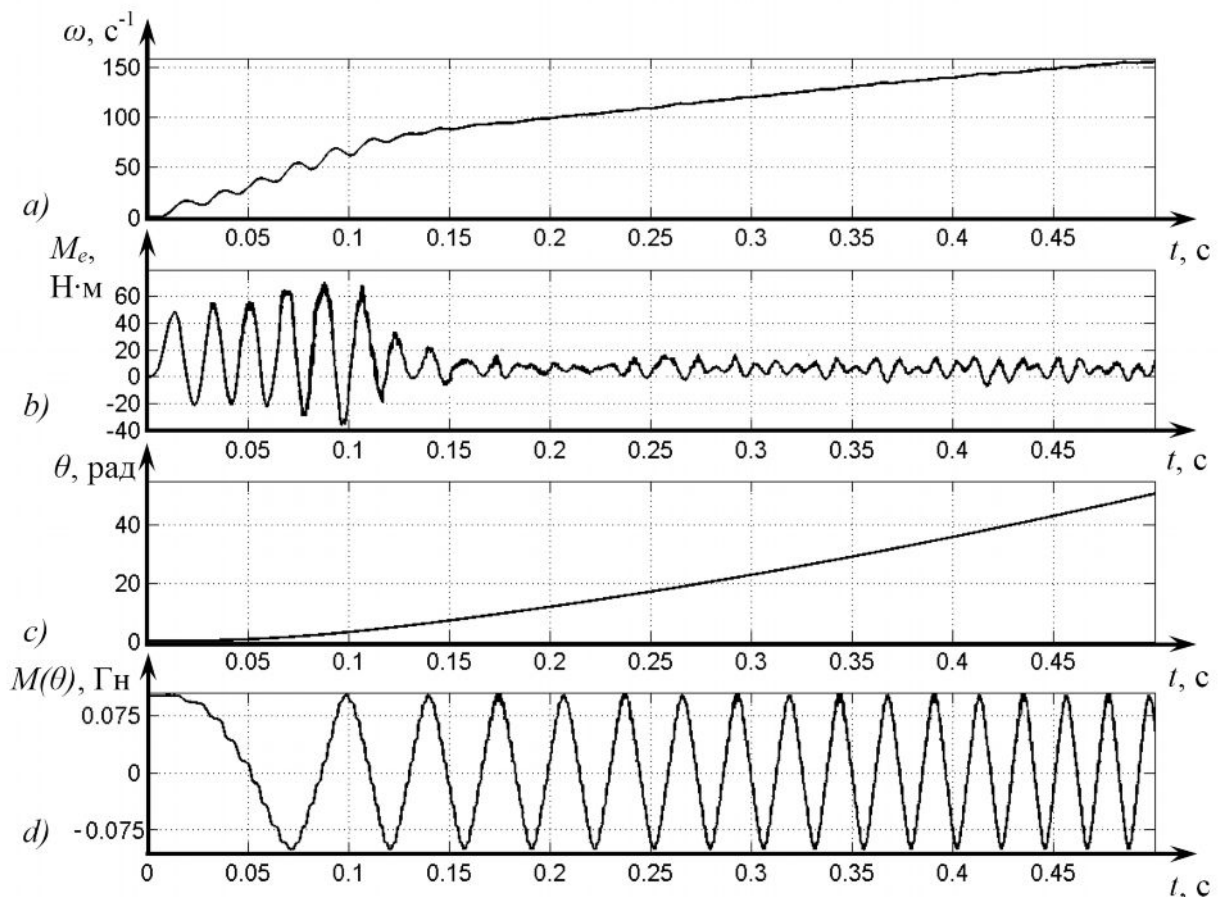
Рисунок 2 – Залежність взаємної індуктивності M_2 від кута θ повороту ротора

Рисунок 3 – Графіки частоти обертання (a), електромагнітного моменту (b), кута повороту ротора (c) та взаємної індуктивності між фазами статора та ротора (d) при ненавантаженому пуску двигуна ВАО 41-4

Розглядається випадок підключення обмотки фази А статора до джерела струму, який змінюється синусоїдально з амплітудою 1А та частотою 50 Гц. Приймається, що за період 0,02с зміни струму ротор обертається на 2π рад. Розгортка магнітопроводу статора для однієї пари полюсів подана за допомогою двійкової змінної ζ на рис. 1, а, причому $\zeta=0$ відповідає пази, $\zeta=1$ – зубцю. На рис. 1, b подано графік індукцій B_{s1} непарних полів від струмів пазів

однієї пари полюсів статора для довільно обраного моменту часу 0,01995 с, на рис. 1, *c* – суміщений графік індукцій B_{s2} парних полів в області кожного паза. Сума вказаних індукцій, згідно (15), становить індукцію статора (рис. 1, *d*). В даному випадку струм обмотками ротора не проходить, тому індукція ротора дорівнює нулю. Шляхом інтегрування індукції в повітряному зазорі в межах розміщення кожної котушки статора з урахуванням довжини магнітопроводу, згідно (22), обраховуються значення потокозчеплення котушок статора для кожного моменту часу. Потокозчеплення фазних обмоток статора визначається шляхом обрахування суми потокозчеплень відповідних котушок. Аналогічно обчислюються потокозчеплення фаз ротора. Залежність взаємної індуктивності $M_2 = \psi_{ra} / i_{sa}$, що показує залежність потокозчеплення фази А ротора від струму фази А статора, для умов прикладу, що розглядається, від кута повороту ротора ілюструє рис. 2. На рис. 3 наведені графіки, що ілюструють пуск вибухозахищеного двигуна ВАО 41-4, отримані шляхом чисельного розв'язання рівняння (6). Графіки ілюструють нестабільність електромагнітного моменту двигуна в усталеному режимі функціонування через зміну взаємного положення зубчатих ротора та статора.

Висновки та напрямок подальших досліджень.

Розроблена динамічна модель асинхронного двигуна, що враховує залежність взаємної індуктивності між обмотками статора та ротора від кута повороту останнього, як матричне диференціальне рівняння. Запропоновано метод визначення залежності взаємних індуктивностей двигуна від кута повороту ротора, який базується на визначенні індукцій статора та ротора з урахуванням зубчатості, визначенні потокозчеплень фаз машини та обрахуванні взаємних індуктивностей. Врахування зубчатості при визначенні залежності взаємних індуктивностей від кута повороту ротора дозволить підвищити точність математичного моделювання рудникових двигунів в перехідних та усталених режимах. В ході подальших досліджень доцільно врахувати ефект насичення сталі машини.

Перелік використаної літератури

1. Електрифікація гірничих робіт: Підручник. – Вид. 2-е, допрац. та доп. / [Г.Г. Півняк, М.М. Бєлий, Л.П. Ворохов та ін.]; За ред. Г.Г. Півняка. – Д: НГУ, 2005. – 615 с.
2. Krause P.C. Analysis of electric machinery and drive systems / Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff; 2nd ed. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 613p.
3. Попович О.М. Математична модель асинхронної машини електромехатронної системи для імітаційного та структурного моделювання / Попович О.М. // Технічна електродинаміка. – 2010. – №4. – С. 25-32.
4. Flores-Angelles R. A Methodology to Simulate Induction Motor Dynamic Performance in the ABC Reference Frame Considering Mixed Eccentricity Effects / R. Flores-Angelles, D. Olguin-Salinas // Journal of Applied Research and Technology. – 2012. – Vol. 10. – pp. 680-686. – Available at: http://www.jart.ccadet.unam.mx/vol10_5/amethodology_3.pdf.
5. Okoro O.I. Dynamic and thermal modelling of induction machine with non-linear effects / Okoro O.I. – Kassel: Kassel university press GmbH, 2002. – 154p.
6. Ruff M. Identification of the saturated mutual inductance of an asynchronous motor at standstill by recursive least squares algorithm / Ruff M., Grotstollen H.: Proceedings of EPE. 13-16 September 1993, England. – pp. 103-108.
7. Proca A.B., Keyhani A. Identification of Variable Frequency Induction Motor Models From Operating Data / Proca A.B., Keyhani A. // IEEE transactions on energy conversion. – 2002. – Vol. 17, No. 1. – P. 24-31.
8. Бєляев Е.Ф. Дискретно-полевые модели электрических машин: учеб. пособие. Ч. I, II / Е.Ф. Бєляев, Н.В. Шулаков. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 457 с.
9. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: [учебник для вузов]: в 2х томах / А.В. Иванов-Смоленский. – [3-е изд., стереот.]. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006. – Т.1. –

2006. – 652 с.

10. Лихачев В.Л. Справочник обмотчика асинхронных электродвигателей / Лихачев В.Л. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 240 с.

References

1. Pivniak, G.G., Bielyi, M.M., Vorokhov, L.P., Zaika, V.T., Zrazhevskiy, Iu.M., Razumnyi, Iu.T., Rybalko, A.Ia., Teslenko, V.I. and Shkrabets, F.P. (2005), *Elektryfikatsiia hirnychkykh robit* [Electrification of mining production], 2nd ed., in Pivniak, G.G. (ed.), Natsionalnyi gornyi universitet, Dnepropetrovsk, Ukraine.
2. Krause, P.C., Wasynczuk, O. and Sudhoff, S.D. (2002), *Analysis of electric machinery and drive systems*, the 2nd ed, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
3. Popovych, O.M. (2010), "Mathematical model of the asynchronous machine of electromechanotronic system for simulation and structure modelling", *Tekhnichna elektrodynamika*, no. 4, pp. 25-32.
4. Flores-Angelles, R. and Olguin-Salinas, D. (2012), "Metodology to Simulate Induction Motor Dynamic Performance in the ABC Reference Frame Considering Mixed Eccentricity Effects", *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 10., pp. 680-686, available at: http://www.jart.ccadet.unam.mx/vol10_5/amethodology_3.pdf (accessed 25 March 2015).
5. Okoro, O.I. (2002), *Dynamic and thermal modelling of induction machine with non-linear effects*, Kassel university press GmbH, Kassel, Germany.
6. Ruff, M. and Grotstollen, H. (1993), "Identification of the saturated mutual inductance of an asynchronous motor at standstill by recursive least squares algorithm", *Proceedings of EPE*, England, 13-16 September 1993, pp. 103-108.
7. Proca, A.B. and Keyhani, A. (2002), "Identification of Variable Frequency Induction Motor Models From Operating Data", *IEEE transactions on energy conversion*, Vol. 17, No. 1, pp. 24-31.
8. Beljaev, E.F. and Shulakov, N.V. (2009), *Diskretno-polevye modeli jelektricheskikh mashin* [Discrete-field models of electrical machines], Izd-vo Perm. gos. tehn. un-ta, Perm, Russia.
9. Ivanov-Smolenskij, A.V. (2006), *Jelektricheskie mashiny* [The electrical machines], 3d ed., Izdatel'skij dom MEI, Moscow, Russia.
10. Lihachev, V.L. (2004), *Spravochnik obmotchika asinhronnyh jelektrodvigatелеj* [Handbook of winding technician for induction motors], SOLON-Press, Moscow, Russia.

Надійшла до редакції:
26.03.2015

Рецензент:
д-р техн. наук, проф. О.І. Толочко

В.Ф. Сивокобыленко, С.В. Василец

ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

Динамическая модель асинхронного двигателя с учетом зубчатости магнитопроводов.

Разработана модель асинхронного двигателя, которая учитывает зависимость взаимной индуктивности между обмотками статора и ротора от угла поворота ротора двигателя, как матричное дифференциальное уравнение в форме Коши. Предложен метод определения зависимости взаимных индуктивностей двигателя от угла поворота ротора с учетом зубчатости магнитопроводов, в котором индукция результирующего поля в области паза представляется в виде наложения индукций двух полей: индукции нечетного поля от тока паза и индукции четного поля, внешнего по отношению к пазу. Модель может быть использована при исследовании высокочастотных составляющих токов и напряжений в цепи питания асинхронных двигателей.

Ключевые слова: двигатель, магнитопровод, модель, индуктивность, паз.

V. Sivokobylenko, S. Vasylets

Donetsk National Technical University

Dynamic model of the induction motor considering magnetic circuit serration. Modern trends in the development of coal mining equipment and the need to improve the technical and economic indices of coal mine necessitated improvement of methods for transient analysis. The accuracy of calculation of transients in mine electric systems is possible, first of all, due to the improvement of electric motor models, as major consumers of electricity in mines. The methods, used to estimate the transients in electric drive of mine equipment, have low accuracy. The aim is to ground the mathematical model of the induction motor, which takes into account the influence of magnetic circuit serration on the mutual inductance between the windings of stator and rotor when the latter is turning. During the research a model of the induction motor, which takes into account the dependence of mutual inductance between the windings of stator and rotor from rotor rotation angle, as matrix differential equation in the form of Cauchy was developed. Determination of the matrix coefficients of this equation assumes the calculation of mutual inductance of the stator windings and the rotor as a function of the angle of rotation of the rotor. A method for determining the motor mutual inductance depending on the angle of rotor rotation taking into account the magnetic circuit serration, was proposed. The induction of the resulting field in the slot is represented as a superposition of inductions two fields: the odd field induction of the current slot and induction of an even field, external to the slot. The following assumptions were taken: replacing annular air gap with flat, infinite magnetic permeability, the replacement of the current distribution in the slot with equivalent slotted current. Total induction in the air gap at each time point is determined as the sum of stator and rotor induction. Flux values of each stator (rotor) coil at each time are determined by integrating the induction in the air gap in the area of placement of each coil taking into account the core length. Flux linkage of phase windings is determined by summing the flux linkage of the respective coils. The model can be used in the study of high-frequency components of currents and voltages in the power supply circuit of induction motors for diagnosing technical condition and indirect determination of the rotor speed.

Keywords: motor, magnetic circuit, model, inductance, slot.



Сивокобыленко Віталій Федорович, Україна, закінчив Харківський політехнічний інститут, д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри електричних станцій, систем та електропостачання. ДВНЗ «Донецький національний технічний університет» (пл. Шибанкова, 2, м. Красноармійськ, 85300, Україна). Основний напрямок наукової діяльності – математичне моделювання перехідних процесів та підвищення надійності роботи систем електропостачання власних потреб електростанцій та промислових підприємств.



Василець Святослав Володимирович, Україна, закінчив Донецький національний технічний університет, канд. техн. наук, доцент, докторант кафедри гірничої електротехніки та автоматики ім. Р.М. Лейбова. ДВНЗ «Донецький національний технічний університет» (пл. Шибанкова, 2, м. Красноармійськ, 85300, Україна). Основний напрямок наукової діяльності – математичне моделювання перехідних процесів в електротехнічних комплексах вугільних шахт.