

УДК 620.179.14

В.С. Безкорвайный, В.В. Яковенко (д-р техн. наук, проф.),
С.Н. Швец (канд. техн. наук, доц.)
E-mail: volk_7@ukr.net; kaf-el-mex@yandex.ru; myblok@yandex.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАКТА ДЕФЕКТ - ФЕРРОЗОНД

Предложена методика расчета напряженности магнитного поля в сердечниках феррозонда, индуцированного дефектом несплошности. Методика основана на теореме о взаимности. Получены аналитические зависимости для коэффициента передачи измерительного тракта дефект – феррозонд. Рассмотрены два варианта расположения сердечников феррозонда относительно дефекта. Рассмотрен расчет намагниченности ферромагнитного металла в области дефекта, как для линейной, так и для нелинейной среды.

Ключевые слова: дефект сплошности, намагниченность, феррозонд, теорема о взаимности, интегральное уравнение, вектор напряженности, сердечник.

Общая постановка проблемы. Анализ сигналов индуцированных дефектами типа «трещина» должен учитывать не только геометрические параметры дефекта, величину индукции намагничивающего поля, магнитные характеристики материала контролируемой детали, но и геометрические параметры элементов феррозонда и их расположение в пространстве относительно дефекта. Это дает возможность рационально выбирать геометрические параметры элементов феррозонда и оптимальным образом, по критерию максимального сигнала при дефекте, расположить его в пространстве. Расчет намагниченности в окрестности дефекта можно произвести с помощью методов, изложенных в [1 – 6]. Таким образом, создается возможность математического моделирования тракта дефект – выходной сигнал феррозонда, что является основой оптимизации его параметров.

Целью настоящей работы является разработка теоретических основ определения напряженности магнитного поля в сердечниках феррозондов, индуцированного дефектом типа «трещина», расположенного в намагниченном ферромагнитном материале.

Метод построения математической модели магнитного поля в сердечниках феррозонда. Расчет напряженности магнитного поля в сердечниках феррозонда индуцированного дефектом основывается на теореме о взаимности [7]:

$$\int_V \overline{H}' \cdot \overline{M} dV = \int_{V'} \overline{H} \cdot \overline{M}' dV, \quad (1)$$

где \overline{M} – намагниченность в объеме V , которая индуцирует магнитное поле в объеме V' ; \overline{H} – напряженность магнитного поля, индуцированного намагниченностью \overline{M} в объеме V' ; \overline{M}' – намагниченность в объеме V' ; \overline{H}' – напряженность магнитного поля в объеме V , индуцированная намагниченностью \overline{M}' .

Далее считается, что \overline{M} – намагниченность в подобласти расположения дефекта, а \overline{M}' – намагниченность в объеме сердечника феррозонда. Направление вектора \overline{M}' совпадает с направлением оси стержневого сердечника феррозонда. В этом случае соотношение (1) можно переписать так (см. рис. 1):

$$H_{\phi} = \frac{1}{M'V_{\phi}} \int \bar{H}' \cdot \bar{M} dV, \quad (2)$$

где H_{ϕ} – среднее значение напряженности магнитного поля в сердечнике феррозонда; V_{ϕ} – объем сердечника феррозонда.

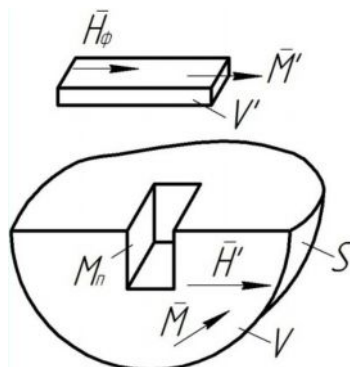


Рисунок 1 – Физическая модель феррозонд – дефект

Справедливо следующее соотношение [7]:

$$\int_V \operatorname{div}(\varphi' \cdot \bar{M}) dV = \int_V \operatorname{grad} \varphi' \cdot \bar{M} dV + \int_V \varphi' \cdot \operatorname{div} \bar{M} dV, \quad (3)$$

здесь φ' – функция скалярного намагниченного потенциала $\bar{H}' = -\operatorname{grad} \varphi'$.

Из соотношения (3) следует:

$$\int \bar{M} \cdot \bar{H}' dV = -\int \varphi' \cdot \operatorname{div} \bar{M} dV + \oint \varphi' \cdot M_n dS. \quad (4)$$

Поскольку в области $V \operatorname{div} \bar{M} = 0$, то (4) переписывается так:

$$\int \bar{M} \cdot \bar{H}' dV = \oint \varphi' \cdot M_n dS, \quad (5)$$

таким образом

$$H_{\phi} = \frac{1}{M'V_{\phi}} \oint \varphi' \cdot M_n dS. \quad (6)$$

При численных расчетах (2) и (6) запишутся как суммы:

$$H_{\phi} = \frac{1}{M'V_{\phi}} \sum_{i=1}^I \bar{M}_i \cdot \bar{H}'_i \cdot \Delta V_i, \quad (7)$$

где I – количество элементарных объемов;

$$H_{\phi} = \frac{1}{M'V_{\phi}} \sum_{k=1}^K M_{nk} \cdot \varphi'_k \cdot \Delta S_k, \quad (8)$$

где K – количество элементарных объемов.

При решении линейных задач используется (8), если необходимо учитывать нелинейность ферромагнитного материала, то расчет ведется с помощью (7). Рассматриваются феррозонды со стержневыми сердечниками прямоугольного сечения, выполненные из аморфного материала, как наиболее распространенные в магнитной дефектоскопии.

Магнитный скалярный потенциал, создаваемый сердечниками феррозондов, рассчитывается по формуле:

$$\varphi' = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{\varphi}} \frac{M'_n dS}{R_{PQ}}, \quad (9)$$

где P, Q – точки источника и наблюдения.

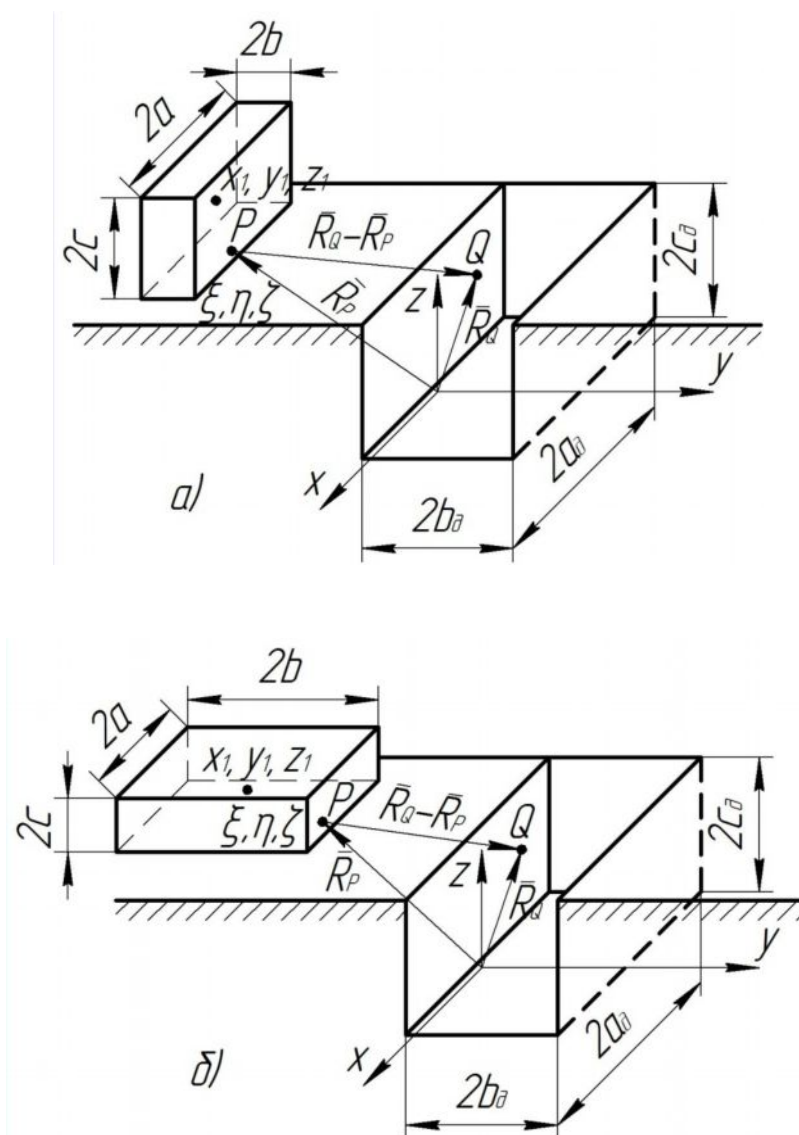


Рисунок 2 – Геометрические модели систем феррозонд – дефект

Согласно (9), для модели рис. 2, а можно записать:

$$\begin{aligned} \varphi'_a = \varphi'_{a1} + \varphi'_{a2} &= \left\{ \frac{M'_n}{4\pi} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{d\xi d\eta}{\left[(x-x_i-\xi)^2 + (y-y_i-\eta)^2 + (z-z_i-c)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{M'_n}{4\pi} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{d\xi d\eta}{\left[(x-x_i-\xi)^2 + (y-y_i-\eta)^2 + (z-z_i+c)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} = \\ &= \frac{M'_n}{4\pi} \left\{ \int_{-b}^b \ln \frac{x-x_i-a + \sqrt{(x-x_i-a)^2 + (y-y_i-\eta)^2 + (z-z_i-c)^2}}{x-x_i+a + \sqrt{(x-x_i+a)^2 + (y-y_i-\eta)^2 + (z-z_i-c)^2}} d\eta - \right. \\ &\quad \left. - \int_{-b}^b \ln \frac{x-x_i-a + \sqrt{(x-x_i-a)^2 + (y-y_i-\eta)^2 + (z-z_i+c)^2}}{x-x_i+a + \sqrt{(x-x_i+a)^2 + (y-y_i-\eta)^2 + (z-z_i+c)^2}} d\eta \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для варианта рис. 2, б справедливо следующее:

$$\begin{aligned} \varphi'_b = \varphi'_{b1} + \varphi'_{b2} &= \left\{ \frac{M'_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{d\xi d\zeta}{\left[(x-x_i-\xi)^2 + (y-y+b)^2 + (z-z_i-\zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{M'_n}{4\pi} \int_{-c}^c \int_{-a}^a \frac{d\xi d\zeta}{\left[(x-x_i-\xi)^2 + (y-y_i-b)^2 + (z-z_i+\zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} = \\ &= \frac{M'_n}{4\pi} \left\{ \int_{-c}^c \ln \frac{x-x_i-a + \sqrt{(x-x_i-a)^2 + (y-y_i+b)^2 + (z-z_i-\zeta)^2}}{x-x_i+a + \sqrt{(x-x_i+a)^2 + (y-y_i+b)^2 + (z-z_i-\zeta)^2}} d\zeta - \right. \\ &\quad \left. - \int_{-c}^c \ln \frac{x-x_i-a + \sqrt{(x-x_i-a)^2 + (y-y_i-b)^2 + (z-z_i+\zeta)^2}}{x-x_i+a + \sqrt{(x-x_i+a)^2 + (y-y_i-b)^2 + (z-z_i+\zeta)^2}} d\zeta \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Особенностью геометрической формы сердечников феррозондов является то, что $2a \gg 2b$ (см. рис 2, а) и $2a \gg 2c$ (см. рис. 2, б). Поэтому интегрирование математических зависимостей (10) и (11) можно производить только по координате x , а значения интегралов (10) и (11) определять с помощью теореме о среднем. В результате получается:

$$\begin{aligned} \varphi'_a &= \frac{M'_n b}{2\pi} \left\{ \ln \frac{x-x_i-a + \sqrt{(x-x_i-a)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i-c)^2}}{x-x_i+a + \sqrt{(x-x_i+a)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i-c)^2}} - \right. \\ &\quad \left. - \ln \frac{x-x_i-a + \sqrt{(x-x_i-a)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i+c)^2}}{x-x_i+a + \sqrt{(x-x_i+a)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i+c)^2}} \right\}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\varphi'_b = \frac{M'_n c}{2\pi} \left\{ \ln \frac{x - x_i - a + \sqrt{(x - x_i - a)^2 + (y - y_i + b)^2 + (z - z_i)^2}}{x - x_i + a + \sqrt{(x - x_i + a)^2 + (y - y_i + b)^2 + (z - z_i)^2}} - \right. \\ \left. - \ln \frac{x - x_i - a + \sqrt{(x - x_i - a)^2 + (y - y_i - b)^2 + (z - z_i)^2}}{x - x_i + a + \sqrt{(x - x_i + a)^2 + (y - y_i - b)^2 + (z - z_i)^2}} \right\}. \quad (13)$$

Используя соотношения (12) и (13), можно получить упрощенные зависимости для определения напряженности магнитного поля в сердечниках феррозонда, индуцированного дефектом. Поскольку в магнитной системе феррозонда используются два сердечника (два элемента), то напряженность магнитного поля в двух сердечниках находится также с использованием (12), (13), только для двух сердечников будут различными значения x_1, y_1, z_1 .

Если считать, что намагниченность на боковых стенках дефекта есть величина постоянная и линейные размеры дефекта много меньше расстояния между дефектом и феррозондом, то напряженность магнитного поля с учетом (8) находится по следующим приближенным зависимостям:

– для варианта рис. 2, а:

$$H_{\phi a} = \frac{M_n a_\delta \cdot c_\delta}{4\pi a \cdot c} \left\{ \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta + y_i)^2 + (z_i + c)^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta + y_i)^2 + (z_i + c)^2}} - \right. \\ - \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta + y_i)^2 + (-z_i + c)^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta + y_i)^2 + (-z_i + c)^2}} - \\ - \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i)^2 + (z_i + c)^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i)^2 + (z_i + c)^2}} + \\ \left. + \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i)^2 + (-z_i + c)^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i)^2 + (-z_i + c)^2}} \right\}; \quad (14)$$

– для варианта рис. 2, б:

$$H_{\phi b} = \frac{M_n a_\delta \cdot c_\delta}{4\pi a \cdot b} \left\{ \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (-b_\delta - y_i + b)^2 + z_i^2}}{-x_i + a + \sqrt{(x_i - a)^2 + (-b_\delta - y_i + b)^2 + z_i^2}} - \right. \\ - \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta + y_i + b)^2 + z_i^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta + y_i + b)^2 + z_i^2}} - \\ - \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i + b)^2 + z_i^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i + b)^2 + z_i^2}} + \\ \left. + \ln \frac{-x_i - a + \sqrt{(x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i - b)^2 + z_i^2}}{-x_i + a + \sqrt{(-x_i + a)^2 + (b_\delta - y_i - b)^2 + z_i^2}} \right\}; \quad (15)$$

где M_n – намагниченность на боковых стенках дефекта.

Расчет напряженности поля H' , которое содержится в формуле (7), выполняется путем разбивки токовой обмотки на слои и аппроксимация их поля полем бесконечно тонких токовых слоев [8]. Указанный подход существенным образом упрощает расчет с сохранением достаточной точности. Число слоев определяется из следующего выражения [8]:

$$n > \frac{\Delta l}{0,025(P_1 + P_2)}, \quad (16)$$

где P_1, P_2 – параметры сердечника и катушки; Δl – расстояние между токовыми слоями.

В этом случае напряженность магнитного поля, создаваемого катушкой, определяется как:

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \bar{\alpha}(n \cdot \delta + \delta_m) = \delta_0 \alpha; \\ \delta_0 &= IW \left(\frac{1}{2b_k} + \frac{m}{b} \right) \approx \frac{IW \cdot m}{2b}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $2b_k$ – длина катушки; m – проницаемость формы сердечника; α – векторная функция, обусловленная взаимным расположением точки наблюдения и точки источника.

Для катушки прямоугольного сечения интегрирование ведется по каждой из четырех граней катушки и дает следующий результат для i -го слоя тока:

$$\bar{\alpha} = \iint_{S_1} \frac{-\bar{l}_x \times \bar{r}_{PQ}}{r_{PQ}^3} dx dy + \iint_{S_2} \frac{-\bar{l}_x \times \bar{r}_{PQ}}{r_{PQ}^3} dx dy + \iint_{S_3} \frac{-\bar{l}_z \times \bar{r}_{PQ}}{r_{PQ}^3} dz dy + \iint_{S_4} \frac{-\bar{l}_z \times \bar{r}_{PQ}}{r_{PQ}^3} dz dy, \quad (18)$$

где $\bar{l}_x, \bar{l}_y, \bar{l}_z$ – базисные векторы прямоугольной системы координат; S_1, S_2, S_3, S_4 – поверхности токовых слоев катушки прямоугольного сечения.

Вектор напряженности i -го слоя будет равен (см. рис. 3):

$$\bar{H}_i = \frac{\delta_i}{4\pi} (\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 + \bar{\alpha}_3 + \bar{\alpha}_4). \quad (19)$$

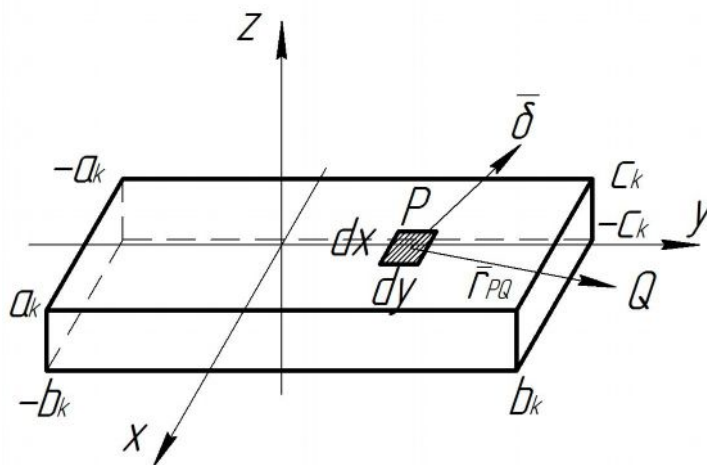


Рисунок 3 – Геометрическая модель токового слоя катушки

Для вектора $\bar{\alpha}_1$ можно записать:

$$\bar{\alpha}_1 = \int_{-b_k}^{b_k} \int_{-a_k}^{a_k} \frac{-\bar{l}_y(z-z_Q) + \bar{l}_z(y-y_Q)}{\left[(x-x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z-z_Q)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} dx dy; \quad (20)$$

$$\bar{\alpha}_1 = \bar{l}_y \alpha_{1y} + \bar{l}_z \alpha_{1z};$$

$$\alpha_{1y} = \operatorname{arctg} \frac{(x-x_Q)(y-y_Q)}{(z-z_Q) \sqrt{(x-x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z_{c_k} - z_Q)^2}} \Bigg|_{-b_k}^{b_k} \Bigg|_{-a_k}^{a_k};$$

$$\alpha_{1z} = -\frac{1}{2} \ln \left| \sqrt{(x-x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z_{c_k} - z_Q)^2} - (x-x_Q) \right| \Bigg|_{-b_k}^{b_k} \Bigg|_{-a_k}^{a_k}.$$

Для других граней катушки получается аналогично. Для второй грани $\alpha_{2y} = -\alpha_{1y}$; $z = -z_{c_k}$; $\alpha_{2z} = -\alpha_{1z}$; $\bar{\alpha}_2 = \bar{l}_y \alpha_{2y} + \bar{l}_z \alpha_{2z}$.

Для третьей грани $\bar{\alpha}_3 = \bar{l}_x \alpha_{3x} + \bar{l}_y \alpha_{3y}$.

$$\alpha_{3x} = - \int_{-b_k}^{b_k} \int_{c_k}^{c_k} \frac{(y-y_Q) dz dy}{\left[(x_{c_k} - x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z-z_Q)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \ln \left| \sqrt{(x_{a_k} - x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z-z_Q)^2} \right| \Bigg|_{-b_k}^{b_k} \Bigg|_{-c_k}^{c_k};$$

$$\alpha_{3y} = - \int_{-b_k}^{b_k} \int_{c_k}^{c_k} \frac{(x_{a_k} - x_Q) dz dy}{\left[(x_{a_k} - x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z-z_Q)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{(z-z_Q)(y-y_Q)}{(x_{a_k} - x_Q) \sqrt{(x_{a_k} - x_Q)^2 + (y-y_Q)^2 + (z-z_Q)^2}} \Bigg|_{-b_k}^{b_k} \Bigg|_{-c_k}^{c_k}.$$

Очевидно, что $\alpha_{4x} = -\alpha_{3x}$; $x = -x_{c_k}$; $\alpha_{4y} = -\alpha_{3y}$. Окончательно, вектор напряженности магнитного поля в точке Q , которая создается i -м слоем тока катушки, запишется так:

$$\bar{H}_i(Q) = \frac{IW}{4\pi n} \left(\frac{1}{2b_k} + \frac{m}{2b} \right) \left[\bar{l}_x (\alpha_{3x} + \alpha_{4x}) + \bar{l}_y (\alpha_{1y} + \alpha_{2y} + \alpha_{3y} + \alpha_{4y}) + \bar{l}_z (\alpha_{1z} + \alpha_{2z}) \right]$$

Для феррозонда со стержневым сердечником число слоев составляет 2–3, если принять $n = 1$, то ошибка не превысит (4–5) %.

Определение намагниченности в окрестности дефекта. В литературных источниках [1–3, 8–10] приводится методика расчета поля дефектов в аналитической форме относительно плотности магнитных зарядов, возникающих на гранях дефектов при намагничивании ферромагнитного изделия. Если вектор напряженности поля перпендикулярен плоскости дефекта, то плотность магнитных зарядов определяется как [2]:

$$\sigma_0 = \mu_0 M_0 \frac{1 + \frac{h}{2b}}{\mu + \frac{h}{2b}}, \quad (21)$$

где M_0 – намагниченность среды; $h, 2b$ – глубина и ширина раскрытия дефекта.

Дефектоскопия ферромагнитных изделий производится в приложенном и остаточном поле. Приложенное поле не доводит ферромагнитный материал до насыщения и для расчета нормальной составляющей вектора намагниченности на поверхности изделия можно использовать поверхностное интегральное уравнение [2]:

$$\sigma(Q) = \frac{\lambda}{2\pi} \oint_S \frac{\sigma(P) \cos(\bar{l}_Q, \bar{l}_n)}{|\bar{R}_P - \bar{R}_Q|} dS_P + 2\lambda\mu_0 H_{CTn}(Q), \quad (22)$$

где P, Q – точки источника и наблюдения; σ – плотность магнитных зарядов; $\lambda = \frac{\mu-1}{\mu+1}$; μ – относительная магнитная проницаемость; H_{CTn} – нормальная составляющая вектора напряженности стороннего намагничивающего поля.

Уравнение (22) при численном решении имеет плохую сходимость, поскольку $\lambda \approx 1$, поэтому используются различные методы регуляризации. В первом приближении можно считать, что на стенках дефекта сосредоточены фиктивные магнитные заряды с плотностью:

$$\sigma(Q) = 2\lambda\mu_0 H_{CTn}(Q), \quad (23)$$

так как на бесконечной гладкой поверхности $\bar{l}_Q, \perp \bar{l}_n = 0$. Расчет поля вектора \bar{M} при остаточной намагниченности необходимо производить в нелинейной среде путем численного решения системы нелинейных уравнений [4]:

$$\begin{aligned} H &= \bar{H}_{CT} - \bar{H}_P; \\ \bar{H}_P &= \text{grad} \left[\int_V \frac{\text{div} \bar{M}}{R} dV - \oint_S \frac{M_n}{R} dS \right]; \\ \bar{M} &= f(H); \quad \bar{B} = \mu_0 (\bar{M} + \bar{H}), \end{aligned} \quad (24)$$

где \bar{H} – напряженность магнитного поля; \bar{H}_{CT} – напряженность стороннего поля; \bar{H}_P – поле наведенных фиктивных магнитных зарядов в ферромагнетике (размагничивающее поле); $M = f(H)$ – функция петли гистерезиса ферромагнетика.

Численное решение (24) осуществляется путем разбиения объема V на элементарные объемы. При этом пространственное интегральное уравнение сводится к системе алгебраических уравнений [4]:

$$\bar{H}_i = -\frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 (\bar{M}_{i,j} \cdot \bar{l}_n) \int_{S_k} \frac{\bar{l}_r dS_k}{|\bar{R}_j - \bar{R}_i|^2} + \bar{H}_{CTi}, \quad (25)$$

где j, i – точки коллокации источника и наблюдения; N – количество элементарных объемов (ЭО) параллелепипедов, на которые разбивается объем ФТ; \bar{H}_{CTi} – вектор напряженности стороннего поля.

Результатом решения (25) являются составляющие векторов \bar{M} и \bar{H}_P в каждом элементарном объеме. Известные составляющие векторов намагниченности и напряженности размагничивания дают возможность определить величину коэффициентов размагничивания в каждом элементарном объеме. Коэффициент размагничивания является векторной величиной:

$$\bar{N}_i = \bar{I}_x N_{xi} + \bar{I}_y N_{yi} + \bar{I}_z N_{zi}, \quad (26)$$

$$\text{где } N_{xi} = \frac{H_{pxi}}{M_{xi}}; \quad N_{yi} = \frac{H_{pyi}}{M_{yi}}; \quad N_{zi} = \frac{H_{pzi}}{M_{zi}}.$$

Величина вектора \bar{N} определяется при напряженности стороннего поля обеспечивающей максимальное значение магнитной проницаемости ферромагнитного материала контролируемой детали. Известные значения составляющих вектора коэффициента размагничивания позволяют, для значений напряженности стороннего поля, найти напряженность поля в пределах объема V ферромагнитного материала по формулам:

$$H_x = \frac{H_{CTx}}{1 + N_x \cdot \chi}; \quad H_y = \frac{H_{CTy}}{1 + N_y \cdot \chi}; \quad H_z = \frac{H_{CTz}}{1 + N_z \cdot \chi}, \quad (27)$$

где χ – магнитная восприимчивость ферромагнитного материала.

Путем совместного решения системы уравнений:

$$\begin{cases} M = M(H); \\ M = -NH, \end{cases} \quad (28)$$

для каждого элементарного объема находится значение остаточной намагниченности. Эта вычислительная процедура иллюстрируется следующим примером. Петля гистерезиса ферромагнитного материала во втором квадранте аппроксимируется параболой вида:

$$M = -\frac{M_r}{H_c^2} H^2 + M_r, \quad (29)$$

откуда следует

$$\frac{M_r}{H_c^2} H^2 - mH - M_r = 0, \quad (30)$$

где $m = 1/W$ – проницаемость формы элементарного объема.

Решением (30) является:

$$H = \frac{m - \sqrt{m^2 + \frac{4M_r^2}{H_c^2}}}{\frac{2M_r}{H_c^2}}; \quad M = -m \frac{m - \sqrt{m^2 + \frac{4M_r^2}{H_c^2}}}{\frac{2M_r}{H_c^2}}. \quad (31)$$

Выходное напряжение феррозонда при известном значении H_{ϕ} рассчитывается по формуле [8]:

$$U_{2m} = \frac{8}{\pi} \omega \cdot S \cdot W_2 \cdot \mu_0 \cdot m, \quad (32)$$

где U_{2m} – амплитуда второй гармоники; ω – угловая частота возбуждения феррозонда; S – площадь сечения сердечников феррозонда; W_2 – количество витков выходной обмотки; m – магнитная проницаемость формы сердечников феррозонда.

Выводы.

1. С помощью теоремы о взаимности путем ее адаптации можно решить задачу определения напряженности магнитного поля в сердечнике, индуцированного дефектом, наиболее простым способом, а при известном упрощении можно получить аналитические зависимости, связывающие геометрические параметры дефекта и геометрические параметры сердечника феррозонда с передаточным коэффициентом тракта дефект – феррозонд.

2. Введение в математическую модель магнитного поля в магнитной среде вектора коэффициента размагничивания дает возможность рассчитывать магнитное поле в области дефекта при различных режимах намагничивания.

Список использованной литературы

1. Загидулин Р.В. Распознавание дефектов сплошности в ферромагнитных изделиях: дис. ... доктора тех. наук: 05.11.13 / Загидулин Р.В. – Уфа, 2001. – 412 с.
2. Зацепин Н.Н. К расчету магнитостатического поля поверхностных дефектов. Топография полей моделей дефектов. / Н.Н. Зацепин, Л.В. Щербин // Дефектоскопия. – 1966. – №5. – С. 50 – 59.
3. Зацепин Н.Н. Магнитная дефектоскопия / Н.Н. Зацепин, Л.В. Коржова. – Минск: Наука и техника, 1981. – 207 с.
4. Курбатов П.А. Численный расчет электромагнитных полей / П.А. Курбатов, С.А. Аринчин. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 167 с.
5. Афанасьев Ю. В. Феррозонды / Ю.В. Афанасьев. – Л.: Энергия, 1969. – 168 с.
6. Афанасьев Ю.В. Феррозондовые приборы / Ю.В. Афанасьев. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 188 с.
7. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники ч.2. / К.М. Поливанов. – М.: Энергия, 1989. – 110 с.
8. Полтавцев А.Ю. Совершенствование метода оценки характеристик выходного сигнала феррозонда при контроле дефектов сплошности ферромагнитных изделий: дис. ... канд. тех. наук: 05.11.13 / А.Ю. Полтавцев. – Луганск: 2010. – 167 с.
9. Корбан Н.П. Аппроксимация основных параметров распределения магнитного поля намагниченного ферромагнитного тела с дефектом / Н.П. Корбан // Электротехника и электромеханика. – 2010. – № 1. – С. 29 – 32.
10. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике / О.В. Тозони. – М.: Наука, 1974. – 223 с.

References

1. Zagidulin, R. V., (2001), “Detection of defects continuity in ferromagnetic product”, Abstract of D. Sc dissertation, Devices and methods of monitoring of an environment, substances, materials and products, Ufa, Russia.

2. Zacepin, N.N. and Scherbin, L.V. (1966), "On the calculation of the magnetostatic field of surface defects. Topography model fields defects", *Russian Journal of Nondestructive Testing*, no. 5, pp. 50 – 59.
3. Zacepin, N.N. and Kordgova L.V. (1981), *Magnitnaja defektoskopija* [Magnetic defectoscopy], Nauka i Tehnika, Minsk, Belarus.
4. Kurbatov, P.A. and Arinchin S.A. (1984), *Chislennij raschet elektromagnitnih polej* [The numerical calculation of electromagnetic fields], Energoatomizdat, Moscow, Russia.
5. Afanasjev, U.V. (1969), *Ferrozondi* [Ferropobes], Energija, Leningrad, Russia.
6. Afanasjev, U.V. (1986), *Ferrozondovije pribory* [Ferropob's devices], Energoatomizdat, Leningrad, Russia.
7. Polivanov, K.M. (1989), *Teoreticheskie osnovi elektrotehniki, chast 2* [Theoretical bases of electric engineering, vol. 2], Energija, Moscow, Russia.
8. Poltavcev, A.U. (2010), Improve the assessment of the characteristics of the output signal at the control defects ferroprobe continuity ferromagnetic products, Abstract of Ph.D. dissertation, Devices and methods for control and determination of substance content, East Ukrainian National University named Volodymyr Dahl, Lugansk, Ukraine.
9. Korban, N.P. (2010), "Approximation of the basic parameters of the magnetic field distribution of the magnetized ferromagnetic body with defect", *Electircal engineering & electromechanics*, no. 1, pp. 29–32.
10. Tozony, O.V., (1974), *Metod vtorichnih istochnikov v elektrotehnike* [Method of secondary sources in electric engineering], Nauka, Moscow, Russia.

Поступила в редакцію:
30.03.2015

Рецензент:
д-р техн. наук, проф. А.А. Зори

В.С. Безкоровайнй, В.В. Яковенко, С.М. Швець

Математичне моделювання вимірювального тракту дефект - ферозонд. Запропонована методика розрахунку напруженості магнітного поля в осерді ферозонду, що індукується дефектом несуцільності. Методика ґрунтується на теоремі про взаємність. Отримані аналітичні залежності для коефіцієнта передачі вимірювального тракту дефект - ферозонд. Розглянуті два варіанти положення осердя ферозонду відносно дефекту. Розглянутий розрахунок намагніченості феромагнітного металу в області дефекту, як для лінійного, так і для не лінійного середовища.

Ключові слова: дефект суцільності, намагніченість, ферозонд, теорема про взаємність, інтегральне рівняння, вектор напруженості, осердя.

V.S. Bezkorovayniy, V.V. Yakovenko, S.N. Shvets

Mathematical modeling of the measuring highway defect - ferroprobe. Today the theoretical research of defectoscopic device is made by calculating the magnetic leakage field without taking the size of the magnetic cores of the ferropobes, that is, the magnetic intensity of a defect is determined in the "point". This results in a calculation error of the magnetic measuring highway. Analysis of signals induced by defects such as "crack" should take into account the geometric parameters of the defect, the value of the induction magnetizing field, the magnetic properties of the material of checking details, and geometric parameters of the ferroprobe's elements and their location in area relative to the defect. This makes it possible to efficiently select the ferroprobe geometric parameters of the elements, and optimally, the criterion of maximum defect signal, to locate its in area. A method of calculating the magnetic intensity in the core of a ferroprobe induced by the defect of non-continuousness is proposed. The method is based on K.M. Polivanov

theorem of reciprocity with adaptation, this allows to use the scalar potential in the calculation of the field. The calculation of the magnetic intensity in the core of the ferroprobe involves the nonlinear ferromagnetic material. Analytical dependences for the transfer coefficient of the measuring highway defect – ferroprobe were obtained. Ferropubes with rod-core rectangular cross section are considered, made of amorphous material, the simplest and most accepted in the magnetic defectoscopy. Two variants of the ferroprobe cores location are considered. The calculation of the ferromagnetic metal magnetization in the defect by numerical solution of the integral equation for the nonlinear medium is considered. Introduction into the mathematical model of the magnetic field in the magnetic medium of the demagnetization coefficient vector provides the possibility to calculate the magnetic field in the area of the defect at various magnetization modes. The numerical solution of the integral equation is performed by dividing the volume of the magnetized detail into voluntary units. In this case, the spatial integral equation is reduced to a system of algebraic equations (P.A. Kurbatov method). The result of the solution are the components of the magnetization vector. "Back" of the hysteresis loop is approximated by a polynomial when calculating the magnetization. Analytical dependences for the calculation of the magnetic intensity creates the possibility of mathematical modeling of the entire measuring highway defect - the output of the ferroprobe, which is the basis for optimization of its parameters by the criterion of maximum value of the ferroprobe signal induced by magnetic field of defect.

Keywords: defect continuousness, magnetization, ferroprobe, theorem of reciprocity, integral equation, vector of intensity, core.



Безкоровайнйй Владимир Сергеевич. Украина, окончил Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля. (кв. Молодежный, 20-а, г. Луганск, 91034, Украина). Основное направление научной деятельности – разработка, моделирование и исследование методов и устройств повышения помехоустойчивости феррозондового контроля.



Яковенко Валерий Владимирович. Украина, окончил Харьковский политехнический институт, д-р техн. наук, проф. (кв. Молодежный, 20-а, г. Луганск, 91034, Украина). Основное направление научной деятельности – расчет магнитных статических полей, теория и измерение магнитных полей феррозондами, магнитная дефектоскопия.



Швец Светлана Николаевна. Украина, окончила Восточноукраинский национальный университет, канд. техн. наук, доц. (кв. Молодежный, 20-а, г. Луганск, 91034, Украина). Основное направление научной деятельности – теория и практика электромагнитного и магнитного контроля крупногабаритных изделий.