

УДК 004.02

С.М. Селякова (канд. тех. наук.)

Донецкий национальный технический университет
svemisel@gmail.com

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ЭЛЕКТРА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА ДЛЯ СЛУЧАЯ ПЕРЕМЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ВЕСОВ КРИТЕРИЕВ

Предложена модификация метода теории принятия решений – ЭЛЕКТРА, которая позволила применять его для решения задач многокритериального выбора с переменными значениями весов критериев. В качестве примера применения данного метода рассмотрена задача выбора новой технологии производства пива на пивном заводе на основании трёх критериев оценки альтернатив: снижение затрат при производстве единицы продукции, повышение количества и качества выпускаемой продукции.

Ключевые слова: Задача принятия решений, метод, вес критерия, альтернатива.

Введение

В ходе развития производства возрастает не только сложность управления, но и требования к качеству принимаемых решений. Для того, чтобы повысить обоснованность решений и учесть множество факторов, оказывающих влияние на их результаты, необходим анализ, основанный как на расчётах, так и на аргументированных суждениях руководителей и специалистов (ЛПР и экспертов). Теория принятия решений как раздел системного анализа позволяет исследовать различные проблемные ситуации, разработать их модели, а также предоставляет большое количество математических методов для решения задач принятия решений в этих ситуациях.

Анализ последних исследований

Подход к решению задачи многокритериального выбора на основе попарного сравнения альтернатив по совокупности их критериальных оценок реализован в виде методов ЭЛЕКТРА (ELECTRE – Elimination Et Choix Traduisant la Realit – исключение и выбор, отражающие реальность) [1, 2, 3, 4]. В этих методах строится последовательность бинарных отношений, на основе которых худшие альтернативы последовательно

исключаются из рассмотрения. Главным достоинством метода ЭЛЕКТРА является поэтапность выявления предпочтений ЛПР в процессе назначения уровней согласия/несогласия и изучения ядер. Детальный анализ позволяет ЛПР сформировать свои предпочтения, определить компромиссы между критериями. Использование отношения несравнимости даёт возможность выделить пары альтернатив с противоречивыми оценками, остановиться на ядре, выделение которого достаточно обосновано с точки зрения имеющейся информации. Однако при применении метода ЭЛЕКТРА возникают трудности, связанные с назначением ЛПР весов [3].

Постановка задачи метода ЭЛЕКТРА имеет следующий вид:

Дано: множество, состоящее из m критериев z_1, z_2, \dots, z_m с количественными шкалами оценок, $I = \{1, 2, \dots, m\}$ – множество номеров критериев, веса критериев $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, множество альтернатив $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ с оценками по критериям $z_1 = f_1(x_k), \dots, z_m = f_m(x_k)$, $k = 1, \dots, n$.

Требуется: выделить группу лучших альтернатив.

Структура метода ЭЛЕКТРА включает следующее [1, 2]:

- Проводится полное попарное сравнение всех альтернатив; для каждой пары альтернатив по критериальным оценкам вычисляются значения двух специальных индексов – согласия и несогласия.
- Задаются уровни согласия и несогласия, с которыми сравниваются значения вычисленных индексов для каждой пары альтернатив. Если индекс согласия выше заданного уровня, а индекс несогласия – ниже, то одна из альтернатив превосходит другую. В противном случае альтернативы несравнимы.
- Из множества альтернатив удаляются доминируемые. Оставшиеся альтернативы образуют ядро.
- Вводятся последовательно более «слабые» значения уровней согласия и несогласия, при которых выделяются ядра с меньшим количеством альтернатив.
- Процесс поиска лучших альтернатив прекращают, когда число альтернатив в ядре становится приемлемым для ЛПР или их число меньше заранее заданного. В последнее ядро входят наилучшие альтернативы.

Отметим, что в данном методе предполагается, что веса критериев являются постоянными значениями. Однако во многих практических задачах было бы рационально учитывать динамичность весов критериев, что приведёт к более эффективному решению задачи.

Постановка задачі

Дано: множество, состоящее из m критериев z_1, z_2, \dots, z_m с количественными шкалами оценок, $I = \{1, 2, \dots, m\}$ – множество номеров критериев, множество альтернатив $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ с оценками по критериям $z_1 = f_1(x_k), \dots, z_m = f_m(x_k), k = 1, \dots, n$, веса критериев $\alpha_i = \alpha_i(x), i = \overline{1, m}, x \in X$.

Требуется: выделить группу лучших альтернатив.

Модификация метода ЭЛЕКТРА

В случае задания в задаче принятия решений весов критериев оценок альтернатив в виде функций с областью значений – $[0, 1]$, предлагается использовать следующую формулу для вычисления индекса согласия $C_{x_a x_b}^*$:

$$C_{x_a x_b}^* = \frac{\sum_{i \in I^+, I^\infty} S_i}{\sum_{i=1}^m S_i}. \quad (1)$$

где $I^+ = I^+(x_a, x_b) = \{i : f_i(x_a) > f_i(x_b)\}$ – подмножество критериев, по которым x_a предпочтительнее x_b ; $I^\infty = I^\infty(x_a, x_b) = \{i : f_i(x_a) \propto f_i(x_b)\}$ – подмножество критериев, по которым x_a эквивалентно x_b ; S_i – площадь криволинейной трапеции под графиком функции $\alpha_i = \alpha_i(x), i = \overline{1, m}, x \in X$.

В качестве примера применения данного метода рассмотрим задачу выбора новой технологии производства пива на пивном заводе. Пусть заданы альтернативы x_1, x_2, x_3, x_4 , которые оценены по следующим критериям: z_1 – снижение затрат при производстве единицы продукции в процентах; z_2 – повышение количества выпускаемой продукции в процентах; z_3 – повышение качества выпускаемой продукции в процентах. Вследствие того, что значения критериев задаются в процентах, то длины их шкал составляют: $L_1 = L_2 = L_3 = 100$.

Результаты оценки альтернатив приведены в табл. 1.

Особенностью данной задачи является то, что важность критериев z_2, z_3 в зависимости от сезона меняется. Это связано с тем, что в холодные месяцы года предприятие делает больший акцент на качество выпускаемой

продукции, а в жаркие — на количество продукции, что обеспечивает получение максимальной прибыли от продажи пива.

Таблица 1. Оценка альтернатив по критериям z_1, z_2, z_3

Альтернативы	Критерии		
	z_1	z_2	z_3
x_1	30	70	55
x_2	65	50	45
x_3	55	35	75
x_4	40	65	45

Графики функций весов критериев z_2, z_3 представлены на рис. 1.

В тоже время критерий z_1 сохраняет свою важность в течение года, т.е. его вес может быть задан постоянной функцией $\alpha_1 = 1$, т.е. $S_1 = 4$ как площадь прямоугольника со сторонами, равными 1 и 4 (ед.). Вместе с тем, $S_2 = 3,25$ (кв.ед.) и $S_3 = 2,8$ (кв.ед.).

Решим данную задачу, придерживаясь схемы метода.

На основании заданных оценок альтернатив вычислим значения индексов согласия по формуле (1) и индексов несогласия. Индекс несогласия $d_{x_a x_b}$ определяется на основе учёта относительных величин проигрышей альтернативы x_a альтернативе x_b .

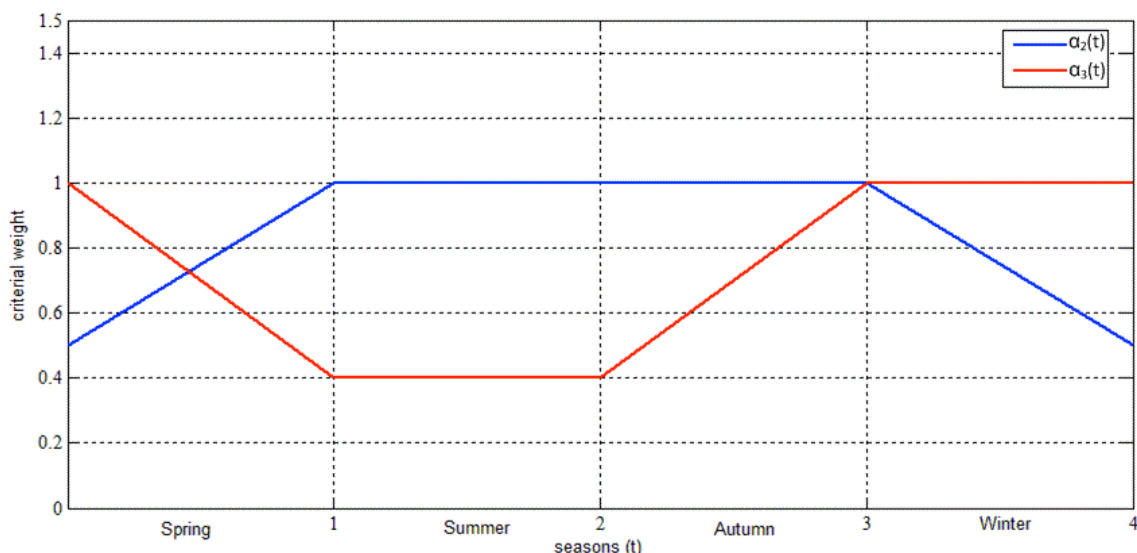


Рисунок 1 – Графики функций изменения весов критериев в зависимости от сезона

Для каждого критерия z_i из подмножества $i \in I^-(x_a, x_b)$ вычисляются разности значений критерия для альтернатив x_a, x_b . Полученная величина делится на длину шкалы этого критерия, за значение индекса несогласия принимается наибольшая относительная величина:

$$d_{x_a x_b} = \max_{i \in I^-(x_a, x_b)} \frac{f_i(x_b) - f_i(x_a)}{L_i}, \quad (2)$$

где L_i – длина шкалы по i -му критерию.

Полученные значения индексов согласия и несогласия приведены в табл. 2 и табл. 3.

Таблица 2. Значения индексов согласия

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	–	0,6	0,3	0,6
x_2	0,4	–	0,72	0,68
x_3	0,68	0,28	–	0,68
x_4	0,4	0,6	0,32	–

Таблица 3. Значения индексов несогласия

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	–	0,35	0,25	0,1
x_2	0,2	–	0,3	0,15
x_3	0,35	0,2	–	0,3
x_4	0,05	0,25	0,3	–

Зададим уровни согласия и несогласия, с которыми сравниваются вычисленные индексы для каждой пары альтернатив: $C_1 \geq 0,68$ и $d_1 \leq 0,3$. Первое ядро образуют альтернативы x_2 и x_3 , которые в свою очередь являются несравнимыми на первом шаге, а альтернатива x_4 – доминирующей. Затем вводим более «слабое» значение уровня согласия – $C_1 \geq 0,4$ и получаем следующий ряд проранжированных альтернатив: $x_2 \text{ f } x_3 \text{ f } x_4 \text{ f } x_1$.

Таким образом, самой эффективной технологией производства пива на пивном заводе будет альтернатива x_2 .

Выводы

Предложенная модификация метода ЭЛЕКТРА позволяет адаптировать данный метод к таким задачам принятия решений, в которых приоритеты в критериях меняются со временем или зависят от некоторой величины. При этом возможно найти решения задачи или их уточнить для различных временных промежутков или интервалов изменения значений переменных.

Список литературы

1. Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М: Мир, 1976.
2. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений / Ларичев О.И. – М: Логос, 2000.
3. Рыков А.С. Модели и методы системного анализа: принятие решений и оптимизация: Учебное пособие для вузов / Рыков А.С. – М.: МИСИС, Издательский дом «Руда и металлы», 2005. – 352 с.
4. Roy B. Multicriteria Methodology for Decision Aiding / Roy B. – Dordrecht: Kluwer Academic Pulisher, 1996.

Надійшла до редакції 02.10.2013 р. Рецензент: к.т.н., доц. Орлов Ю.К.

С.М. Селякова

Донецький національний технічний університет

Модифікація методу ЕЛЕКТРА рішення задач багатокритеріального вибору для випадку змінного значення ваг критеріїв. Запропоновано модифікацію методу теорії прийняття рішень – ЕЛЕКТРА, що дозволила застосовувати його для рішення задач багатокритеріального вибору зі змінними значеннями ваг критеріїв. Як приклад застосування даного методу розглянута задача вибору нової технології виробництва пива на пивному заводі на основі трьох критеріїв оцінки альтернатив: зниження витрат при виробництві одиниці продукції, підвищення кількості та якості продукції, що випускається.

Ключові слова: Задача прийняття рішень, метод, вага критерію, альтернатива.

S.M. Selyakova

Donetsk National Technical University

Modification method ELECTRA for solving problems of multicriteria choice for case of variable values of weight criteria. In order to improve the validity of decisions and take into account many factors that affect the results, the analysis, based on both calculations and the reasoned judgment of managers and experts is needed. Decision-making theory as a part of system analysis allows the exploration of various problem situations, development models, and provides a large number of mathematical methods for solving problems of decision-making in these situations. This article describes a modification of decision theory ELECTRE method, which is based on pair wise comparison of alternatives to the totality of their assessments of criteria under certainty. The main advantage of the method is identification of the decision maker preferences in the process of appointing the levels of agreement and disagreement. Detailed analysis allows the decision maker to form his preferences and to determine trade-offs between criteria. The use of relations incomparability allows to identify the pair of alternatives with conflicting assessments and focus on the core alternatives. However, this method is applied at constant values of the weights of criteria, which is unacceptable for many decision problems in real. Developed modification of the method allows it to meet the challenges of multi-criteria analysis, when the priorities of the criteria are functions of time or depend on a certain value. As an example of this method the task of

choosing a new technology for beer brewery is considered. The choice of the technology bases on three criteria for evaluating alternatives - cost reduction in the production of a unit of production; increasing quantity; increasing quality of products. A feature of this problem is that the importance of the last two criteria changes depending on the season. This is due to the fact that in the colder months of the year the company puts more emphasis on product quality, while in the hot season it concentrates on the production amounts. The proposed method will streamline the alternatives available to preference and allow selection of the most suited technology .

Keywords: The task of decision-making, method, the weight criterion, alternative.