

О ДВИЖЕНИИ ЗЕРНА ОТ ЗАГРУЗОЧНОЙ ЗАСЛОНКИ В ЗОНУ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ РОТОРНО-ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Райхман Д.Б., д.т.н., профессор кафедры сельскохозяйственной техники
Симонов А.В., заведующий учебно-производственной мастерской кафедры механизации, энергетики и технического сервиса.

ЮФ НУБиП Украины «Крымский агротехнологический университет»

Рассмотрено падение зерна на плоский диск с вертикальной осью вращения, учтено проскальзывание зерна по диску. Рассчитано скачкообразное движение зерна, построена проекция на диск траектории движения зерна.

Ключевые слова: мельница, ротор, диск, заслонка, падение, зерно, коэффициент восстановления, проскальзывание, скачки, траектория.

Основными элементами разрабатываемой роторно-центробежной мельницы [1; 2; 3] являются (рис.1) ротор 1 с лопатками 2, камера измельчения 11 с мишенями 3, фланцевый электродвигатель 13. Ротор состоит из плоского диска, на периферии которого шарнирно установлены лопатки. Ротор установлен сверху на вертикальном валу электродвигателя. Днище 12 камеры измельчения закреплено на фланце электродвигателя, что обеспечивает соосность ротора и камеры измельчения. Мишени располагаются по всей окружности внутренней поверхности боковины камеры. Крышка 4 выполнена съемной. В центре крышки располагается загрузочный цилиндрический патрубок 5, к которому сверху примыкает конусная воронка-бункер 6 для зерна. Над патрубком сверху располагается круглая заслонка 8, закрепленная на валике 9 с резьбой. Положение заслонки регулируется при вращении валика рукояткой 10 во втулке, закрепленной перемичками 7 в бункере.

Вначале заслонкой закрывают патрубок, засыпают зерно в бункер, включают электродвигатель и перемещают заслонку вверх. Между заслонкой и патрубком образуется кольцевая щель [4], через которую зерно падает на диск ротора, разгоняется и, попадает под многократные удары лопаток и по мишеням, измельчается и выбрасывается через окно в тангенциальном направлении. При равномерном поступлении зерна на все мишени обеспечиваются оптимальные условия для работы мельницы. В этом случае все мишени нагружены равномерно. Соосная ротору кольцевую щель обеспечивает равномерную подачу зерна на диск ротора. Выполнение диска гладким без выступов (ребер) обеспечивает равномерную передачу зерна от заслонки в зону измельчения. Ребра у оси вращения диска приведут к сгуживанию зерна на них и не окажут существенного влияния на измельчение зерна вследствие их малой окружной скорости.

Зерна совершают свободное падение от заслонки на вращающийся вокруг вертикальной оси диск ротора. Расстояние между заслонкой и диском обозначим H (м). Зерна движутся в патрубке с внутренним радиусом r (рис. 1). Влиянием воздуха на движение зерна пренебрегаем вследствие того, что слой зерна в бункере ограничивает поступление воздуха в мельницу [5]. Скорость падения зерна V (м/с) на диск определим по формуле [7]:

$$V = V_0 + \sqrt{2gH}, \quad (1)$$

где V_0 – начальная скорость, в данном случае скорость истечения зерна у заслонки, м/с; g – ускорение свободного падения, м/с².

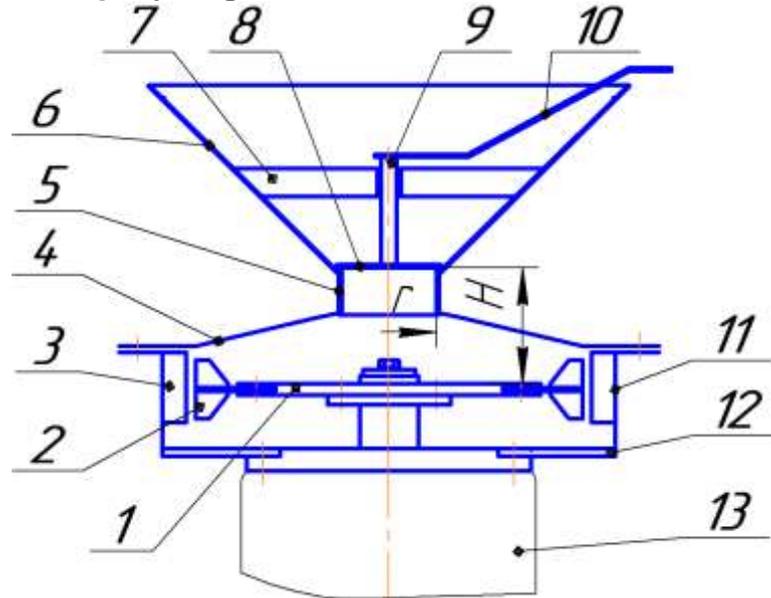


Рис. 1. Схема роторно-центробежной мельницы. Обозначения в тексте

Начальной скоростью зерна пренебрегаем ввиду ее малости в сравнении со скоростью свободного падения с высоты H . При первом ударе зерно падает на диск вертикально. Рассматриваем не вполне упругий удар. Вертикальная составляющая скорости первого отскока V_{01} равна:

$$V_{01} = k \cdot V, \quad (2)$$

где k – коэффициент восстановления.

Так как скорость первого отскока равна скорости второго падения $V_2 = k \cdot V$, то скорость второго отскока $V_{02} = k^2 \cdot V$, соответственно для n -ого отскока $V_{0n} = k^n \cdot V$. Отскакивание прекратится, когда вертикальное ускорение от силы реакции диска будет меньше ускорения свободного падения. Импульс силы для этого случая (скорость отскока равна нулю):

$$V_{0n} = m \cdot k^n \cdot V = P \cdot \Delta t = g \cdot m \cdot \Delta t$$

Отсюда $k^n \cdot V = g \cdot \Delta t$. Здесь P – вертикальная реакция диска, Н;

m – масса частицы (одного зерна), кг;

Δt – длительность удара, с.

$$n = \frac{\log \frac{g \cdot \Delta t}{V}}{\log k} \quad (3)$$

При $g = 9.81 \text{ м/с}^2$; $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5} \text{ с}$; $k = 0,4$; $V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 0.12} = 1.53 \text{ м/с}$ количество подскоков будет 10-11 раз. По формуле (3) количество подскоков определено ориентировочно, так как длительность удара и коэффициент восстановления приняты также ориентировочно.

Упругий удар зерна по диску описывается уравнением об изменении количества движения:

$$m \cdot V_{\text{пад}} + m \cdot V_{\text{отс}} = m \cdot V_{\text{пад}} \cdot (1 + k) = P \cdot \Delta t, \quad (4)$$

где P – средняя реакция диска за время удара, H .

Вследствие проскальзывания относительно диска на зерно воздействует горизонтальная сила трения $f \cdot P = m \cdot a$. Здесь f – коэффициент трения зерна по диску, a – ускорение. Соответствующая средняя скорость $V_{\text{окр}} = \frac{a \cdot \Delta t}{2} = \frac{f \cdot P}{2 \cdot m} \Delta t$, угловая скорость вокруг оси диска $\omega = \frac{f \cdot P}{2 \cdot m \cdot y} \Delta t$, где y – расстояние от зерна до оси вращения диска (рис. 2) или текущий радиус. На зерно (частицу) действуют центробежная $F_{\text{ц}}$ и Кориолисова $F_{\text{к}}$ силы инерции:

$$F_{\text{ц}} = m \cdot \omega^2 \cdot y, \quad (5)$$

$$F_{\text{к}} = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \dot{y}, \quad (6)$$

где \dot{y} – скорость частицы в относительном движении, м/с.

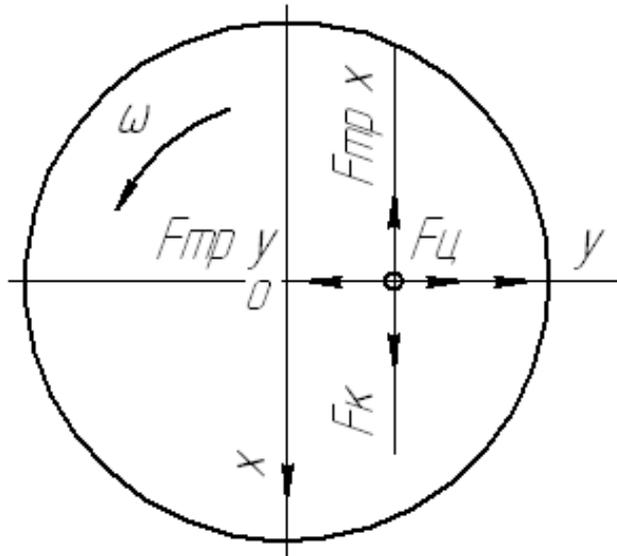


Рис. 2. Схема к расчету движения частицы по вращающемуся диску

Спроектируем действующие на частицу силы на оси координат:

$$m\ddot{x} = F_{\text{к}} - F_{\text{тр}x}.$$

$$m\ddot{y} = F_{\text{ц}} - F_{\text{тр}y}. \quad (7)$$

$$m\ddot{x} = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \dot{y} - f \cdot P. \quad (8)$$

$$m\ddot{y} = m \cdot \omega^2 \cdot y - f \cdot P. \quad (9)$$

$$\ddot{x} = 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} - f \cdot V_{\text{пад}} \cdot (1 + k) / \Delta t \quad (10)$$

$$\ddot{y} = \omega^2 \cdot y - f \cdot V_{\text{пад}} \cdot (1 + k) / \Delta t \quad (11)$$

Обозначим

$$V_{\text{пад}} \cdot (1 + k) / \Delta t = a_{\text{п}}. \quad (12)$$

Определим законы движения частицы вдоль оси Oy:

$$\ddot{y} - \omega^2 \cdot y = -f \cdot a_{\text{п}}, \quad (13)$$

$$Y = y_1 + y_2, \quad (14)$$

где y – общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка;

y_1 – общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка;

y_2 – частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

$$y_1 = C_1 \cdot e^{\omega t} + C_2 \cdot e^{-\omega t} \quad (15)$$

$$y_2 = A; \quad \dot{y}_2 = 0 \quad (16)$$

Подставим полученные выражения в (13):

$$0 - \omega^2 \cdot y = -f \cdot a_{\text{п}}, \quad (17)$$

$$A = \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \quad (18)$$

Подставим полученные выражения в (16):

$$y = C_1 \cdot e^{\omega t} + C_2 \cdot e^{-\omega t} + \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \quad (19)$$

Константы интегрирования C_1 и C_2 определим из начальных условий: при $t = 0$; $y = y_0$; $\dot{y} = \dot{y}_0 = V_0 = 0$, тогда :

$$y_0 = C_1 + C_2 + \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \quad (20)$$

Определим проекцию скорости частицы на ось Oy:

$$\dot{y} = C_1 \cdot \omega \cdot e^{\omega t} + C_2 \cdot \omega \cdot e^{-\omega t}, \quad (21)$$

$$0 = C_1 \cdot \omega + C_2 \cdot \omega, \quad (22)$$

$C_1 = C_2$, тогда

$$y_0 = 2 \cdot C_1 + \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2}, \quad (23)$$

$$C_1 = C_2 = \frac{y_0}{2} - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{2 \cdot \omega^2}, \quad (24)$$

$$y = \left(\frac{y_0}{2} - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{2 \cdot \omega^2} \right) \cdot (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) + \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2}, \quad (25)$$

$$\dot{y} = \left(\frac{y_0}{2} - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{2 \cdot \omega^2} \right) \cdot \omega \cdot (e^{\omega t} - e^{-\omega t}). \quad (26)$$

Определим законы движения частицы вдоль оси Ox:

$$\ddot{x} = 2 \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{y_0}{2} - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{2 \cdot \omega^2} \right) \cdot (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) - f \cdot a_{\text{п}}, \quad (27)$$

$$\ddot{x} = \omega^2 \cdot \left(y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \right) \cdot (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) - f \cdot a_{\text{п}} \quad (28)$$

Проинтегрируем дважды:

$$\dot{x} = \omega \cdot \left(y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \right) \cdot (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) - f \cdot a_{\text{п}} \cdot t + C_3, \quad (29)$$

$$x = \left(y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \right) \cdot (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) - \frac{f \cdot a_{\text{п}} \cdot t^2}{2} + C_3 \cdot t + C_4 \quad (30)$$

При $t = 0$; $x_0 = 0$; $C_4 = 0$; $\dot{x}_0 = 0$ по формуле (29) получаем:

$$0 = 2 \cdot \omega \cdot \left(y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \right) + C_3, \quad (31)$$

$$C_3 = 2 \cdot \omega \cdot \left(\frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} - y_0 \right). \quad (32)$$

$$x = \left(y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} \right) \cdot (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) - \frac{f \cdot a_{\text{п}} \cdot t^2}{2} + 2 \cdot \omega \cdot t \cdot \left(\frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2} - y_0 \right), \quad (33)$$

$$x = (y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2}) \cdot (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) + \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{2 \cdot \omega} (4 \cdot t - \omega \cdot t^2) - 2 \cdot \omega \cdot y_0 \cdot t. \quad (34)$$

Выражение (29) с учетом (32) примет вид:

$$\dot{x} = \omega \cdot (y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2}) \cdot (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) - f \cdot a_{\text{п}} \cdot t - 2 \cdot \omega \cdot (y_0 - \frac{f \cdot a_{\text{п}}}{\omega^2}). \quad (35)$$

При $t = 0$ и с учетом (12) получим:

$$\dot{x} = -f \cdot V_{\text{пад}} \cdot (1 + k). \quad (36)$$

Знак минус означает, что направление движения зерна и оси Ox противоположны. Расчеты по формулам (25) и (34) при принятых ранее допущениях, а также при $f = 0,3$; $y_0 = r = 0,05$ м, показали, что частица за время удара претерпела исчезающе малые перемещения. Составляющая скорости частицы в направлении оси Oy по формуле (26) близка нулю, а в направлении оси Ox по формуле (36) $\dot{x}_0 = 0,6426$ м/с. Сравнение составляющих скоростей \dot{x}_0 и \dot{y}_0 показывает, что частица при ударе по вращающемуся диску отскакивает в направлении касательной в точке окружности, соосной с осью вращения диска и с радиусом от оси вращения диска до точки соударения частицы с диском. Сравнение горизонтальной скорости частицы $\dot{x}_0 = 0,6426$ м/с с окружной скоростью точки на диске, на которую упала частица $V_{\text{д}} = \omega_{\text{д}} \cdot r = 300 \cdot 0,05 = 15$ м/с, показывает, что горизонтальный импульс осуществляется с проскальзыванием. Под действием горизонтального импульса от сил трения частица (зерно в виде шара с эквивалентным радиусом r_3) получает также вращательное движение, которое может быть описано уравнением об изменении момента количества движения (рис. 3):

$$J \cdot (\omega_2 - \omega_1) = f \cdot P \cdot \Delta t \cdot r_3 = f \cdot m \cdot V_{\text{пад}} \cdot (1 + k) \cdot r_3, \quad (37)$$

где $J = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r_3^2$ - момент инерции шара относительно его центра тяжести;

ω_2 - угловая скорость шара в начале удара, в данном случае $\omega_2 = 0$;

ω_1 - угловая скорость шара в конце удара.

После подстановок имеем:

$$\omega_1 = -\frac{5}{2} \cdot f \cdot V_{\text{пад}} \cdot (1 + k) / r_3. \quad (38)$$

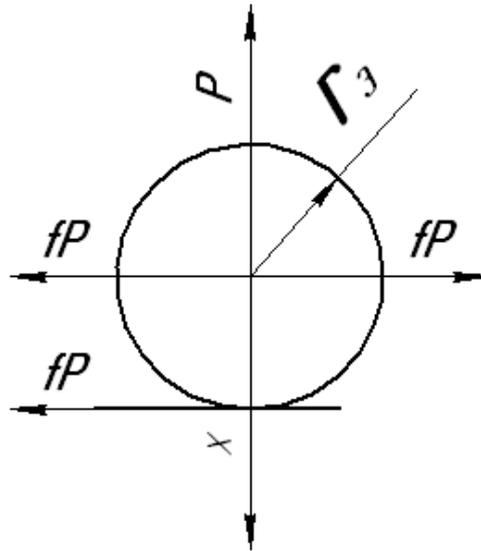


Рис. 3. Схема к расчету вращения зерна

Знак минус означает, что направления вращения зерна и диска противоположны. При принятых ранее допущениях и при $r_3 = 0,002$ м имеем $\omega_1 = 803$ рад/с.

Дальность первого полета по горизонтали с учетом того, что время горизонтального полета равно сумме времени подъема и опускания частицы, определим по выражению:

$$L = V_{гор} \cdot t_{гор} = f \cdot V_{пад} \cdot (1+k) \cdot 2 \cdot k \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} = 4 \cdot f \cdot k \cdot H \cdot (1+k). \quad (39)$$

При принятых допущениях дальность первого полета равна $L_1 = 0,0806$ м. Зная вертикальную составляющую скорости первого полета частицы по формуле (2) и горизонтальную по формуле (36), определим угол α броска частицы от вертикали к диску:

$$\tan \alpha = \frac{V_{гор}}{V_{верт}} = \frac{f \cdot V_{пад} \cdot (1+k)}{k \cdot V_{пад}} = \frac{f \cdot (1+k)}{k}; \quad \alpha = \text{Ark tan } \frac{f \cdot (1+k)}{k}. \quad (40)$$

В данном случае угол α является первым углом падения. Угол отражения β без учета коэффициента мгновенного трения связан отношением:

$$k = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \quad (41)$$

Значения углов падения и отражения при принятом коэффициенте восстановления $k = 0,4$ приведены в таблице 1.

Таблица 1

Значения углов падения и отражения

удар	α , град	β , град
1	0	46
2	46	69
3	69	81
4	81	86
5	86	89

Согласно исследованиям М.Ю. Колобова [6] при угле падения близком к 85° дальнейшими процессами соударений частицы можно пренебречь. При принятых численных значениях коэффициентов и размеров построена траектория скачкообразного движения частиц в проекции на диск (рис. 4). При построении подсчитывалось время нахождения частиц в полете, горизонтальная составляющая скорости и дальность полета от каждого импульса, расчетом и графически определялись горизонтальная результирующая скорость и дальность полета частицы при каждом импульсе.

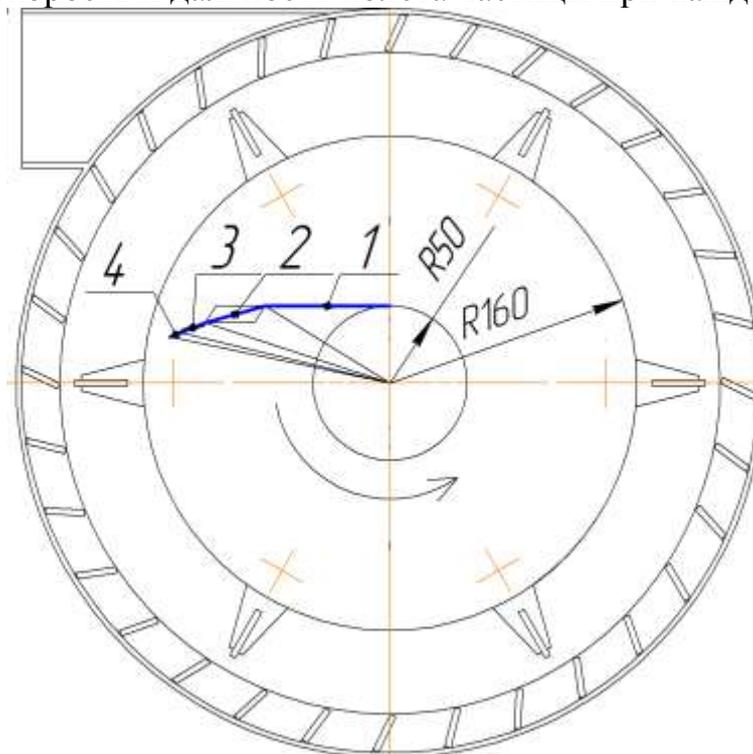


Рис. 4. Траектория скачкообразного движения частицы в проекции на горизонтально вращающийся диск. 1,2,3,4 – последовательность импульсов

Каждый новый удар частицы по диску сообщает частице импульс, изменяющий ее направление движения, а скорость движения частицы является геометрической суммой предшествующей и приобретенной скорости. Скачкообразное движение прекратится, если частица выйдет за пределы диска. По численному примеру (рис. 3) можно ожидать до 3-4 ударов частицы по диску. После скачкообразного наступит движение, при котором частица постоянно находится на диске и оказывает на него давление только силой веса. Для этого случая применимы выведенные ранее зависимости с заменой силы импульса на силу веса и нахождением констант интегрирования при других исходных условиях, так как частица имеет начальную скорость и находится в другом исходном положении.

Нами проведена скоростная видеосъемка движения зерна от центра ротора до зоны измельчения мельницы. Съемка осуществлялась через прозрачную верхнюю крышку мельницы. Съемка подтверждает скачкообразный характер движения зерна. Проведенный анализ не может

быть исчерпывающим, так как приняты упрощающие допущения, но вместе с тем проясняет характер протекающих процессов и способствует оптимизации параметров роторно-центробежной мельницы.

Список использованных источников

1. Райхман Д.Б., Симонов А.В. Роторная мельница. Патент Украины №65358. Бюл. №23, 2011.
2. Райхман Д.Б., Симонов А.В. Роторная мельница. Патент Украины №68660. Бюл. №7, 2012.
3. Райхман Д.Б., Симонов А.В. Роторная мельница. Патент Украины №78822. Бюл. №7, 2013.
4. Райхман Д.Б., Симонов А.В. Обоснование параметров загрузочного устройства роторно-центробежной мельницы для фуражного зерна. – Motrol. Commission of motorization and energetics in agriculture. Lublin – Rzeszow, Vol. 15, №5, 2013, P. 123 – 128.
5. Райхман Д.Б., Симонов А.В. К вопросу исследования воздушных потоков в роторно-центробежной мельнице для фуражного зерна. – Наукові праці Південного філіалу Національного університету біоресурсів і природокористування України «Кримський агротехнологічний університет». Серія «Технічні науки». – Сімферополь, 2012. – Вип. 150, с. 131–137.
6. Колобов М.Ю. Энергосберегающая технология и технические средства центробежного действия для обработки дисперсных материалов сельскохозяйственного назначения. Автореферат д.т.н. Рязань, 2010 г.
7. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. – М., Наука, 1972, Т. 2.- 624 с.

Райхман Д.Б., Симонов О.В.
Про рух зерна від завантажувальної заслінки в зону подрібнення роторно-відцентрового млина

Розглянуто падіння зерна на плоский диск з вертикальною віссю обертання, враховано прослизання зерна по диску. Розраховано стрибкоподібний рух зерна, побудована проекція на диск траєкторії руху зерна.

Ключові слова: млин, ротор, диск, заслінка, падіння, зерно, коефіцієнт відновлення, прослизання, скачки, траєкторія.

Raukhman D.B., Simonov A.V.
On the motion of the grain from the feed valve in the grinding area rotary-centrifugal mill

Considered falling grain flat disc with a vertical axis of rotation, is taken into account slippage grains on the disk. Calculated spasmodic movement of grain projection, is based on the trajectory of the disk grains.

Keywords: mill, a rotor disk, flap, drop, grain, coefficient of restitution, slippage, horse racing, the trajectory.